

## Esercizi 10: Regressione Lineare

**Esercizio** 1. Si vuole studiare la relazione che intercorre tra la temperatura e il tempo (in minuti) di sopravvivenza di certi micro-organismi. Si sono rilevati i seguenti dati:

Temperatura	Tempo di sopravvivenza
20	10
24	12
28	18
30	24
32	22
36	20

- a) Calcolare il coefficiente di correlazione  $r$  e commentare il risultato.
- b) Determinare l'equazione della retta dei minimi quadrati.
- c) Determinare la temperatura per cui un micro-organismo sopravvive per 15 minuti.

**Soluzione.**

- a) Calcoliamo le medie dei valori di  $X$  e  $Y$ :

$$\bar{x} = \frac{20 + 24 + 28 + 30 + 32 + 36}{6} = \frac{170}{6} = 28,3333^{\circ}\text{C}$$

e

$$\bar{y} = \frac{10 + 12 + 18 + 24 + 22 + 20}{6} = \frac{106}{6} = 17,6667 \text{ min.}$$

Per calcolare il coefficiente di correlazione e in seguito l'equazione della retta dei minimi quadrati è utile compilare la seguente tabella.

$x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$y_i$	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$	$x_i \cdot y_i$
20	-8,33	69,44	10	-7,67	58,83	200
24	-4,33	18,75	12	-5,67	32,15	288
28	-0,33	0,11	18	0,33	0,11	504
30	1,67	2,79	24	6,33	40,07	720
32	3,67	13,45	22	4,33	18,75	704
36	7,67	58,83	20	2,33	5,43	720
TOT.		163,37			155,34	3136

Dunque

$$\begin{aligned}
 r &= \frac{\left( \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i \right) - n\bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = \\
 &= \frac{3136 - 6 \cdot 28,3333 \cdot 17,6667}{\sqrt{163,37 \cdot 155,34}} \simeq 0,8228
 \end{aligned}$$

la retta è un buon modello, quindi ha senso calcolare l'equazione della retta dei minimi quadrati.

- b) Determiniamo ora l'equazione della retta dei minimi quadrati  $y = mx + q$ , dove

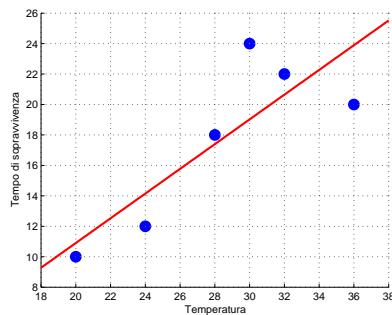
$$\begin{aligned}
 m &= \frac{\left( \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i \right) - n\bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \\
 &= \frac{3136 - 6 \cdot 28,3333 \cdot 17,6667}{163,37} \simeq 0,812
 \end{aligned}$$

e

$$q = \bar{y} - m\bar{x} = 17,6667 - 0,812 \cdot 28,3333 \simeq -5,34$$

dunque l'equazione della retta dei minimi quadrati è

$$y = 0,812x - 5,34.$$



- c) Poniamo  $y = 15 \text{ min}$ , allora la temperatura per cui il micro-organismo sopravvive è data da:

$$x = \frac{y + 5,34}{0,812} = \frac{15 + 5,34}{0,812} \simeq 25^\circ C.$$

**Esercizio 2.** Si vuole studiare la relazione che intercorre tra il numero di anni di studio di spagnolo e il punteggio ottenuto in un test di conoscenza della lingua. Si valuta il risultato ottenuto da 10 persone scelte a caso tra i partecipanti al test.

Anni di studio	3	4	4	2	5	3	4	5	3	2
Punteggio	57	78	72	58	89	63	73	84	75	48

- a) Calcolare il coefficiente di correlazione  $r$  e commentare il risultato.
- b) Determinare l'equazione della retta dei minimi quadrati.
- c) Determinare che punteggio ci si aspetta di ottenere da una persona che studia spagnolo da 6 anni.

**Soluzione.**

- a)  $r = 0,911$
- b)  $y = 10,905x + 31,533$
- c)  $y = 10,905 \cdot 6 + 31,533 = 96,963 \approx 97$ .

**Esercizio 3.** In un gruppo di 5 adulti la somministrazione di un farmaco in dosi diverse ha determinato le seguenti diminuzioni di pressione.

Dose in mg	Diminuzione di pressione in mm Hg
8	9
13	17
16	19
21	24
23	24

- a) Calcolare il coefficiente di correlazione  $r$  e commentare il risultato.
- b) Determinare l'equazione della retta dei minimi quadrati.

**Soluzione.**

- a)  $r = 0,976$
- b)  $y = 0,9973x + 2,4441$

**Esercizio 4.** Si vuole studiare la relazione che intercorre tra la velocità con cui cammina una persona e l'ossigeno consumato da essa. Si valuta il risultato ottenuto da 9 persone scelte a caso.

Velocità in Km/h	Ossigeno consumato in l/h
0	19
1	20
2	20,5
3	21,5
4	22
5	23
6	23
7	23,5
8	24

- a) Calcolare il coefficiente di correlazione  $r$  e commentare il risultato.
- b) Determinare l'equazione della retta dei minimi quadrati.
- c) Quanto ossigeno mi aspetto che consumi una persona che si muove alla velocità di 10 Km/h?

**Soluzione.**

- a)  $r = 0,985$
- b)  $y = 0,62x + 19,35$
- c)  $y = 0,62 \cdot 10 + 19,35 = 25,55 \text{ l/h.}$

**Esercizio 5.** Si vuole studiare la relazione che intercorre tra il peso in  $Kg$  di una persona e la sua statura in  $cm$ . Si valuta il risultato ottenuto da 10 persone scelte a caso.

Peso in Kg	Statura in cm
56	161
66	165
84	186
61	162
73	172
90	191
70	181
61	164
75	179
82	184

- a) Calcolare il coefficiente di correlazione  $r$  e commentare il risultato.
- b) Determinare l'equazione della retta dei minimi quadrati.
- c) Un individuo di 90 Kg, alto 175 cm è da considerarsi anomalo?

**Soluzione.**

- a)  $r = 0,9504$
- b)  $y = 0,9448x + 106,66$

- c) Un individuo che pesa  $90\text{ Kg}$  dovrebbe essere alto

$$y = 0,9448 \cdot 90 + 106,66 = 191,69\text{ cm}$$

quindi è da considerarsi anomalo. Un individuo alto  $175\text{ cm}$  dovrebbe pesare

$$x = \frac{y - 106,66}{0,9448} = \frac{175 - 106,66}{0,9448} = 72,33\text{ Kg}.$$

**Esercizio 6.** In tabella sono riportati i punteggi (in centesimi) ottenuti da 10 studenti in due esami di Matematica.

Matematica I	Matematica II
51	74
68	70
97	93
55	67
95	99
74	73
20	33
91	91
74	80
80	86

- a) Calcolare il coefficiente di correlazione  $r$  e commentare il risultato.  
 b) Determinare l'equazione della retta dei minimi quadrati.  
 c) Che punteggio dovrebbe ottenere in Matematica I uno studente che ha preso 72 in Matematica II?

**Soluzione.**

- a)  $r = 0,9547$   
 b)  $y = 0,7548x + 23,386$   
 c) Uno studente che ha preso 72 in Matematica II dovrebbe prendere in Matematica I

$$x = \frac{y - 23,386}{0,7548} = \frac{72 - 23,386}{0,7548} \simeq 64,41.$$