Lógica para Computação
Lista de Exercícios 5

Prof. Douglas O. Cardoso
CEFET-RJ Petrópolis

1. Simbolize as sentenças abaixo, dado o seguinte esquema:
   - V(x): x é um ser vivo
   - G(x): x é um gato.
   - C(x): x é um cão
   - A(x, y): x adora y
   - L(x): x é longo(a)
   - c(x): cauda de x (c é uma função, não um predicado!)

   (a) Nenhum gato é um cão.
   (b) Nem todos os gatos adoram leite.
   (c) Existe um cão a quem todos os gatos adoram.
   (d) Nem todo ser vivo é cão ou gato.
   (e) Todos os gatos têm cauda curta.

2. Traduza as sentenças abaixo, considerando o mesmo esquema da questão 1:
   (a) $\forall x G(x) \to V(x)$
   (b) $\forall x G(x) \to (\exists y C(y) \land A(x, y))$
   (c) $(\exists x G(x) \land A(x, Shrek)) \to A(GatoDeBotas, Shrek)$
   (d) $\forall x \forall y G(x) \land C(y) \to \neg A(x, y)$
   (e) $\forall x V(x) \land L(c(x)) \to \neg C(x)$

3. Indique as árvores de decomposição das fórmulas a seguir, considerando operadores aritiméticos como funções e os operadores de (des)igualdade como predicados.
   (a) $(\exists x\ 1 + y = x) \land (\forall y\ y < x)$
   (b) $\forall y \forall z\ (y \cdot z = x) \to (y \neq z \land (y = 1 \lor z = 1))$

4. Prove, usando dedução natural.
   (a) $\varnothing \vdash (\exists x A(x) \land B(x)) \to ((\exists x A(x)) \land (\exists x B(x)))$
   (b) $\forall x P(x) \to Q(x) \vdash (\forall x \neg Q(x)) \to (\forall x \neg P(x))$
   (c) $\forall x P(x) \land Q(x) \vdash \forall x P(x) \land \forall x Q(x)$
   (d) $\forall x P(x) \lor \forall x Q(x) \vdash \forall x P(x) \lor Q(x)$
   (e) $\exists x F(x) \lor \exists x G(x) \vdash \exists x F(x) \lor G(x)$
   (f) $\forall x P(x) \lor Q(x), \exists x \neg Q(x), \forall x R(x) \to \neg P(x) \vdash \exists x \neg R(x)$
   (g) $\exists x \exists y S(x, y) \lor S(y, x) \vdash \exists x \exists y S(x, y)$