# Expressões Regulares

Douglas O. Cardoso
douglas.cardoso@cefet-rj.br

CEFET/RJ

# Roteiro

# Roteiro

# Noções Básicas

- ERs servem para descrever linguagens regulares.
  - Num paralelo, AFs servem para reconhecer linguagens regulares.
- Comparando com descrições usando notação de conjuntos, ERs são:
  - Mais concisas;
  - Mais manipuláveis;
  - Menos explícitas.
- Dada uma ER $r, L(r)$ é o conjunto de palavras descrito por $r$.

# Definição

Dado um alfabeto $\Sigma$, uma ER $r$ sobre este alfabeto pode ser:

- $r = \varnothing$, tal que $L(r) = \varnothing$.
- $r = \lambda$, tal que $L(r) = \{\lambda\}$.
- $r = a \in \Sigma$, tal que $L(r) = \{a\}$.
- $r = s + t$, tal que $s$ e $t$ também são ERs, e $L(r) = L(s) \cup L(t)$.
- $r = st$, tal que $s$ e $t$ também são ERs, e $L(r) = L(s)L(t)$.
- $r = s^*$, tal que $s$também é uma ER, e $L(r) = L(s)^*$.

# Exemplos

$r = (0+1)01 \Rightarrow L(r) = \{001, 101\}$

$r = (0+1)^* \Rightarrow L(r) = \Sigma^*$

$r = (0+1)^*1(0+1) \Rightarrow L(r) = \{w \in \Sigma^* : w_{|w|-1} = 1\}$

$r = 0 + 10^* = 0 + (1(0^*)) \Rightarrow L(r) = \{0, 1, 10, 100, 1000, \dots\}$

$r = (0+1)^*1(0+1)^* = 0^*1(0+1)^* \Rightarrow L(r) = \{w \in \Sigma^* : \exists i, w_i = 1\}$

# Roteiro

# ER $\Rightarrow$ AF

Para construir um AF que reconheça a linguagem denotada por uma ER, considere que:

- É trivial construir AFs cujas linguagens sejam $\varnothing, \{\lambda\}$ ou $\{a\} \subset \Sigma$;
- Dados AFs $M$ e $M'$, sabemos construir AFs que reconheçam $L(M) \cup L(M'), L(M)L(M')$ e $L(M)^*$;
- Sendo assim, podemos quebrar as ERs em partes cujos respectivos AFs sejam definidos facilmente, e depois juntá-los.

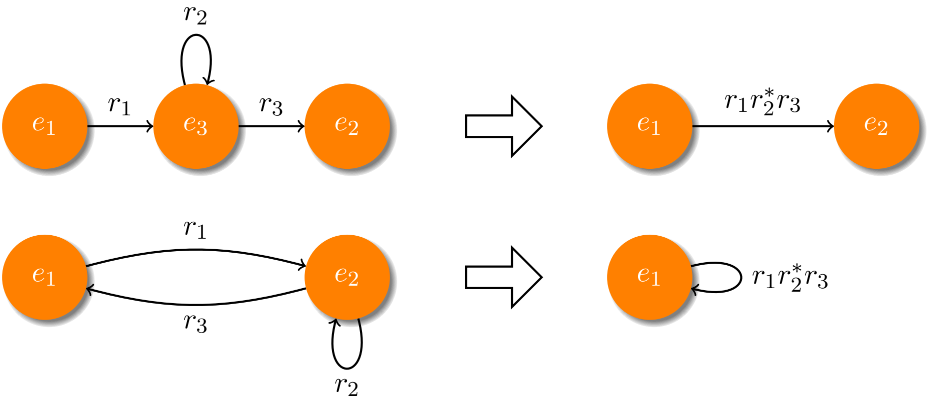
Exemplo: $(0 + \lambda)(10 + 1)^*$.

# AFD $\Rightarrow$ ER (1)

- Seja um AFD $M = (E, \Sigma, \delta, i, \{f_1, f_2, \ldots, f_n\})$.
- $L(M) = \bigcup_k L_k(M),\ L_k(M) = \{w \in \Sigma^* : \hat{\delta}(i, w) = f_k\}$.
- Então, se $r_k$ é a ER referente a $L_k(M)$, a ER referente a $L(M)$ é $r_1 + r_2 + \cdots + r_n$.
- Assim sendo, o alvo é definir cada $r_k$ separadamente.

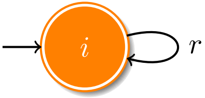
# AFD $\Rightarrow$ ER (2)

Procedimento: "contrair" os vértices do conjunto $E \setminus \{i, f_k\}$.

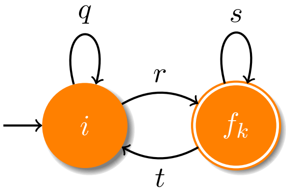


# AFD $\Rightarrow$ ER (3)

Finalização: ERs referentes às duas possíveis situações finais.




$$r^*$$




$$q^*r(s + tq^*r)^*$$

- Se uma transição $q, r, s$, ou $t$ não estiver presente, substituir por $\varnothing$.
- Simplifique a ER obtida usando a equivalência $\varnothing A = A\varnothing = \varnothing$

# Roteiro

# Determine ERs referentes a:

1. $\{w \in \{a,b\}^* : |w| \geq 3\}$;
2. $\{w \in \{a,b\}^* : w$ começa com $a$ e tem tamanho par$\}$;
3. $\{w \in \{a,b\}^* : w$ tem um número par de $a$'s$\}$.

## Construa AFs referentes a:

1. $(ab)^*(ba)^*$;

2. $(aa + b)^*ba^*$.

# Determine AF e ER referentes a:

1. O conjunto das palavras que começam com 0, terminam com 1 e têm 10 como subpalavra;
2. O conjunto das palavras com números ímpar de 0's e ímpar de 1's.