AFNλs & Propriedades de Fechamento

Douglas O. Cardoso
douglas.cardoso@cefet-rj.br

CEFET/RJ

Roteiro

1 AFNλs

2 Propriedades de Fechamento

Roteiro

1 AFNλs

2 Propriedades de Fechamento

AFNλs: Definição

- Um autômato finito não determinístico com transições λ (AFNλ) é definido de forma semelhante a um AFN.
- A diferença entre ambos está na função de transição, que para AFNλs é descrita como: $\delta : E \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \to \mathcal{P}(E)$.
- Ou seja, num AFNλ é possível a realização de transições sem que qualquer símbolo da seja consumido.
- Mesmo com essa capacidade extra, AFNλs são equivalentes a AFNs.
- Assim sendo, a utilidade de AFNλs é baseada apenas na possibilidade de obter modelos mais claros e objetivos do que usando AFNs.

Função fecho λ, $f\lambda$

- Antes de falar na linguagem aceita por um AFNλ $M = (E, \Sigma, \delta, I, F)$, é interessante definir a função fecho λ, $f\lambda : \mathcal{P}(E) \to \mathcal{P}(E)$.
- Essa função é definida recursivamente, conforme mostrado a seguir, para um conjunto de estados X qualquer, $X \subseteq E$:
  - $X \subseteq f\lambda(X)$;
  - Se $e \in f\lambda(X)$, então $\delta(e, \lambda) \in f\lambda(X)$.
- Numa descrição em alto nível, $f\lambda(X)$ é o conjunto de todos os estados alcançáveis a partir dos estados em X usando apenas transições sob λ, sem que símbolos sejam consumidos.

AFNλs e Linguagens

- Seja $\hat{\delta} : \mathcal{P}(E) \times \Sigma^* \to \mathcal{P}(E)$ uma função de transição estendida de um AFNλ qualquer, tal que:
  - $\hat{\delta}(\varnothing, w) = \varnothing$, para todo $w \in \Sigma^*$;
  - $\hat{\delta}(A, \lambda) = f\lambda(A)$, para todo $A \subseteq E$;
  - $\hat{\delta}(A, aw) = \hat{\delta}(\bigcup_{e \in f\lambda(A)} \delta(e, a), w)$.
- De forma semelhante a AFNs, a linguagem aceita por um AFNλ $M = (E, \Sigma, \delta, I, F)$ é o conjunto

$$L(M) = \left\{w \in \Sigma^* : \hat{\delta}(I, w) \cap F \neq \varnothing\right\} .$$

Equivalência entre AFNλs e AFNs

- Assim como AFDs são como um caso particular de AFNs, é possível ver os próprios ANFs como um caso particular de AFNλs.
- Sendo assim, a equivalência entre AFNλs e AFNs pode ser comprovada apenas obtendo AFNs correspondentes a todos AFNλs.
- Considere então um AFN$\lambda M = (E, \Sigma, \delta, I, F)$. Um AFN equivalente seria $N = (E, \Sigma, \delta', I', F)$, tal que $I' = f\lambda(I)$ e $\delta'(e, a) = f\lambda(\delta(e, a))$.
- Para provar que $L(M) = L(N)$, mostrar-se que $\hat{\delta}'(I', w) = \hat{\delta}(I, w)$.

Exercício

1. Considere um AFNλ $M = (\{1, 2, 2', 3, 3'\}, \{0, 1\}, \delta, \{1\}, \{2, 3\})$, cuja matriz de transições é mostrada a seguir.

δ	0	1	λ
1	$\varnothing$	{3}	{2}
2	{2'}	$\varnothing$	$\varnothing$
2'	{2}	$\varnothing$	$\varnothing$
3	$\varnothing$	{3'}	$\varnothing$
3'	$\varnothing$	{3}	$\varnothing$

2. Desenhe o diagrama referente a este AFNλ.

3. Determine o AFN equivalente a este AFNλ.

Roteiro

1 AFNλs

2 Propriedades de Fechamento

Definições

- Seja $\mathcal{L}$ um conjunto qualquer.
  - (por exemplo, o conjunto de todas as linguagens aceitas por AFs)
- Seja $\mathcal{O}$ uma operação qualquer (por exemplo, união).
- Diz-se que $\mathcal{L}$ é fechada sob O se a aplicação de O a elementos de $\mathcal{L}$ sempre resulta em elementos de $\mathcal{L}$.
- O conjunto de linguagens regulares é fechado sob algumas operações, conforme mostrado a seguir.

Complementação

- Seja $M = (E, \Sigma, \delta, i, F)$ um AFD, cuja linguagem é $L(M)$.
- Como definir um AF M' tal que $L(M') = \overline{L(M)}$?
- AFD $M' = (E, \Sigma, \delta, i, E \setminus F)$.

Interseção

- Seja $M_1 = (E_1, \Sigma, \delta_1, i_1, F_1)$ um AFD, cuja linguagem é $L(M_1)$.
- Seja $M_2 = (E_2, \Sigma, \delta_2, i_2, F_2)$ um AFD, cuja linguagem é $L(M_2)$.
- Como definir um AF M' tal que $L(M') = L(M_1) \cap L(M_2)$?
- AFD $M' = (E_1 \times E_2, \Sigma, \delta', (i_1, i_2), F_1 \times F_2)$.
- $\delta'((e_1, e_2), a) = (\delta_1(e_1, a), \delta_2(e_2, a))$.

União

- Seja $M_1 = (E_1, \Sigma, \delta_1, i_1, F_1)$ um AFD, cuja linguagem é $L(M_1)$.
- Seja $M_2 = (E_2, \Sigma, \delta_2, i_2, F_2)$ um AFD, cuja linguagem é $L(M_2)$.
- Como definir um AF M' tal que $L(M') = L(M_1) \cup L(M_2)$?
- AFD $M' = (E_1 \times E_2, \Sigma, \delta', (i_1, i_2), F')$.
- $\delta'((e_1, e_2), a) = (\delta_1(e_1, a), \delta_2(e_2, a))$.
- $F' = (F_1 \times E_2) \cup (E_1 \times F_2)$

Concatenação

- Seja $M_1 = (E_1, \Sigma_1, \delta_1, i_1, F_1)$ um AFD, cuja linguagem é $L(M_1)$.
- Seja $M_2 = (E_2, \Sigma_2, \delta_2, i_2, F_2)$ um AFD, cuja linguagem é $L(M_2)$.
- Como definir um AF M' tal que $L(M') = L(M_1)L(M_2)$?
- AFNλ $M' = (E_1 \cup E_2, \Sigma_1 \cup \Sigma_2, \delta', i_1, F_2)$.
- $\delta'(e, a) = \{\delta_1(e, a)\}, \forall e \in E_1, a \in \Sigma_1$.
- $\delta'(e, a) = \{\delta_2(e, a)\}, \forall e \in E_2, a \in \Sigma_2$.
- $\delta'(e, \lambda) = \{i_2\}, \forall e \in F_1$.

Fecho de Kleene

- Seja $M = (E, \Sigma, \delta, i, F)$ um AFD, cuja linguagem é $L(M)$.
- Como definir um AF M' tal que $L(M') = L(M)^*$?
- AFNλ $M' = (E \cup \{i'\}, \Sigma, \delta', i', F \cup \{i'\})$.
- $\delta'(e, a) = \{\delta(e, a)\}, \forall e \in E, a \in \Sigma$.
- $\delta'(i', \lambda) = \{i\}$.
- $\delta'(e, \lambda) = \{i'\}, \forall e \in F$.