

# Autômatos Finitos Não-Determinísticos

Douglas O. Cardoso  
douglas.cardoso@cefet-rj.br



# Roteiro

1 Conceitos Básicos

2 Equivalência entre AFDs e AFNs

# Roteiro

## 1 Conceitos Básicos

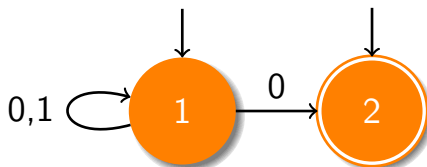
## 2 Equivalência entre AFDs e AFNs

# Definição

Um AFN é definido de forma semelhante a um AFD: uma quintupla,  $(E, \Sigma, \delta, I, F)$ , em que:

- $E$  é um conjunto de estados;
- $\Sigma$  é um alfabeto;
- $\delta : E \times \Sigma \rightarrow \mathcal{P}(E)$  é a função de transição;
- $I, I \subset E, I \neq \emptyset$ , é o conjunto de estados iniciais;
- $F, F \subset E$ , é o conjunto de estados finais.

# Exemplo



- $E = \{1, 2\}$
- $\Sigma = \{0, 1\}$
- $I = \{1, 2\}$
- $F = \{2\}$

$\delta$	0	1
1	$\{1, 2\}$	$\{1\}$
2	$\emptyset$	$\emptyset$

# AFDs, AFNs e Não-Determinismo

É importante notar duas diferenças de AFNs para AFDs, que representam o caráter não-determinístico dos primeiros:

- Um AFN pode ter um ou mais estados iniciais, enquanto um AFD tem apenas 1 estado inicial;
- Os elementos do contradomínio da função de transição de um AFN são conjuntos de estados, enquanto de um AFD são estados apenas.

$$\delta(e, a) = \emptyset?$$

- No contexto de AFNs,  $\delta(e, a)$  é o conjunto de estados alcançados por transição de  $e$  sob  $a$ .
- Logo,  $\delta(e, a) = \emptyset$  se e somente se não há transições sob o símbolo  $a$  partindo de  $e$ .
- AFNs dispensam o uso de sumidouros, já que a função de transição permite indicar a ausência de transições de um estado sob um símbolo.
- Se  $\forall (e, a) \in E \times \Sigma, |\delta(e, a)| \leq 1$ , o referido AFN poderia ser representado como um AFD. (Por que?)

# AFNs e Linguagens

- Seja  $\hat{\delta} : \mathcal{P}(E) \times \Sigma^* \rightarrow \mathcal{P}(E)$  uma função de transição estendida de um AFN qualquer, tal que:
  - $\hat{\delta}(\emptyset, w) = \emptyset$ , para todo  $w \in \Sigma^*$ ;
  - $\hat{\delta}(A, \lambda) = A$ , para todo  $A \subseteq E$ ;
  - $\hat{\delta}(A, aw) = \hat{\delta}(\bigcup_{e \in A} \delta(e, a), w)$ .
- Usando a definição de  $\hat{\delta}$ , a linguagem aceita por um AFN  $M = (E, \Sigma, \delta, I, F)$  é o conjunto

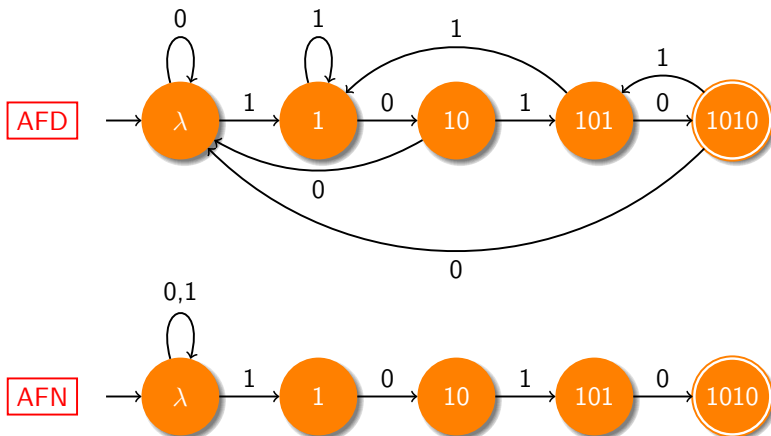
$$L(M) = \{w \in \Sigma^* : \hat{\delta}(I, w) \cap F \neq \emptyset\} .$$



# Por que usar AFNs?

- AFDs e AFNs são equivalentes: para todo AFN, há um AFD correspondente; e todo AFD é um “AFN determinístico”.
- Ainda assim, AFNs ainda se mostram úteis ante a AFDs por permitirem descrições mais simples e claras de algumas ideias.
- Devido a isso, determinar um AFN para chegar ao seu AFD correspondente é eventualmente mais interessante que determinar o AFD diretamente.
- Por exemplo, como seriam um AFD e um AFN que aceitem a linguagem  $\{0, 1\}^* \{1010\}$ ?

# $\{0, 1\}^* \{1010\}$ : AFD e AFN



# Exercício

- Considere a linguagem

$$L_i = \{w \in \{0,1\}^* : |w| \geq i \wedge w_{|w|-i+1} = 1\}, i > 0 .$$

- Determine um AFD  $D_i$  e um AFN  $N_i$  tal que  $L(D_i) = L(N_i) = L_i$ , para  $i = 1, 2, 3$ .
- Indique o número de estados de  $D_i$  e  $N_i$  em função de  $i$ .
- A comparação desses números diz algo sobre a importância de AFNs, apesar da sua equivalência com AFDs?

# Roteiro

1 Conceitos Básicos

2 Equivalência entre AFDs e AFNs

# AFD $\rightarrow$ AFN: Intuição

- Um AFN  $N = (E', \Sigma', \delta', I, F')$  equivalente a um AFD  $D = (E, \Sigma, \delta, i, F)$  qualquer pode ser determinado baseando-se na ideia de que um AFD é como um “AFN determinístico”:
  - $E' = E, \Sigma' = \Sigma, \delta'(e, a) = \{\delta(e, a)\}, I = \{i\}, F' = F.$
  - Isso pode ser provado! :)
  - Provar a equivalência de D e N,  $L(D) = L(N)$ , é provar que  $\forall w, w \in L(D) \leftrightarrow w \in L(N).$

# AFN $\rightarrow$ AFD: Intuição

- Um AFD  $D = (E', \Sigma', \delta', i, F')$  equivalente a um AFN  $N = (E, \Sigma, \delta, I, F)$  qualquer realizaria, determinística e sincronicamente, computações “paralelas” do AFN.
- Logo, os estados desse AFD seriam conjuntos de estados do AFN (já que um AFN permite estar em mais de um estado ao mesmo tempo).
- O estado inicial de  $D$  seria o próprio conjunto de estados iniciais de  $N$ .
- Os conjuntos de estados de  $N$  com pelo menos 1 estado final seriam os estados finais de  $D$ .
- Assim sendo:  $E' \subseteq \mathcal{P}(E)$ ,  $\Sigma' = \Sigma$ ,  $i = I$ ,  $F' = \{X \subseteq E : X \cap F \neq \emptyset\}$ .
- Por fim,  $\delta'(X, a) = \bigcup_{e \in X} \delta(e, a)$ , para  $X \subseteq E$ .

# Exercício

- 1 Considere um AFN  $N = (\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{0, 1\}, \delta, \{1, 2\}, \{5\})$ , cuja matriz de transições é mostrada a seguir.

$\delta$	0	1
1	$\{2\}$	$\emptyset$
2	$\{3\}$	$\emptyset$
3	$\emptyset$	$\{4\}$
4	$\emptyset$	$\{3, 5\}$
5	$\emptyset$	$\emptyset$

- 2 Desenhe o diagrama referente a este AFN.
- 3 Determine o AFD equivalente a este AFN.