

Autômatos Finitos Não-Determinísticos

Douglas O. Cardoso
douglas.cardoso@cefet-rj.br



Roteiro

1 Conceitos Básicos

2 Equivalência entre AFDs e AFNs

Roteiro

1 Conceitos Básicos

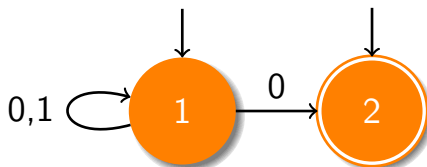
2 Equivalência entre AFDs e AFNs

Definição

Um AFN é definido de forma semelhante a um AFD: uma quintupla, $(E, \Sigma, \delta, I, F)$, em que:

- E é um conjunto de estados;
- Σ é um alfabeto;
- $\delta : E \times \Sigma \rightarrow \mathcal{P}(E)$ é a função de transição;
- $I, I \subset E, I \neq \emptyset$, é o conjunto de estados iniciais;
- $F, F \subset E$, é o conjunto de estados finais.

Exemplo



- $E = \{1, 2\}$
- $\Sigma = \{0, 1\}$
- $I = \{1, 2\}$
- $F = \{2\}$

δ	0	1
1	$\{1, 2\}$	$\{1\}$
2	\emptyset	\emptyset

AFDs, AFNs e Não-Determinismo

É importante notar duas diferenças de AFNs para AFDs, que representam o caráter não-determinístico dos primeiros:

- Um AFN pode ter um ou mais estados iniciais, enquanto um AFD tem apenas 1 estado inicial;
- Os elementos do contradomínio da função de transição de um AFN são conjuntos de estados, enquanto de um AFD são estados apenas.

$$\delta(e, a) = \emptyset?$$

- No contexto de AFNs, $\delta(e, a)$ é o conjunto de estados alcançados por transição de e sob a .
- Logo, $\delta(e, a) = \emptyset$ se e somente se não há transições sob o símbolo a partindo de e .
- AFNs dispensam o uso de sumidouros, já que a função de transição permite indicar a ausência de transições de um estado sob um símbolo.
- Se $\forall (e, a) \in E \times \Sigma, |\delta(e, a)| \leq 1$, o referido AFN poderia ser representado como um AFD. (Por que?)

AFNs e Linguagens

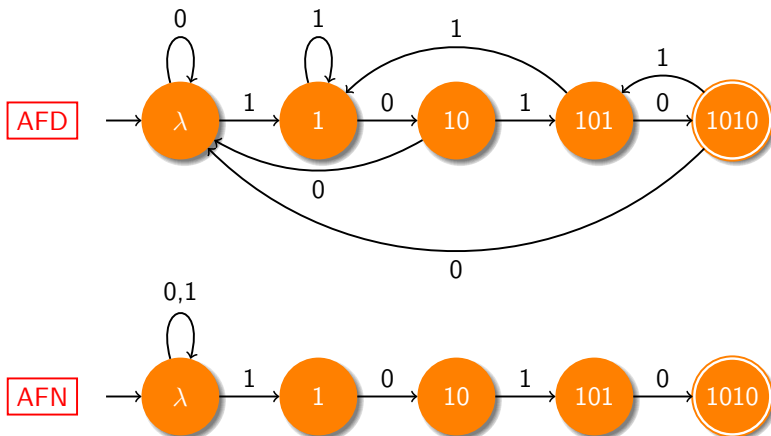
- Seja $\hat{\delta} : \mathcal{P}(E) \times \Sigma^* \rightarrow \mathcal{P}(E)$ uma função de transição estendida de um AFN qualquer, tal que:
 - $\hat{\delta}(\emptyset, w) = \emptyset$, para todo $w \in \Sigma^*$;
 - $\hat{\delta}(A, \lambda) = A$, para todo $A \subseteq E$;
 - $\hat{\delta}(A, aw) = \hat{\delta}(\bigcup_{e \in A} \delta(e, a), w)$.
- Usando a definição de $\hat{\delta}$, a linguagem aceita por um AFN $M = (E, \Sigma, \delta, I, F)$ é o conjunto

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* : \hat{\delta}(I, w) \cap F \neq \emptyset\} .$$

Por que usar AFNs?

- AFDs e AFNs são equivalentes: para todo AFN, há um AFD correspondente; e todo AFD é um “AFN determinístico”.
- Ainda assim, AFNs ainda se mostram úteis ante a AFDs por permitirem descrições mais simples e claras de algumas ideias.
- Devido a isso, determinar um AFN para chegar ao seu AFD correspondente é eventualmente mais interessante que determinar o AFD diretamente.
- Por exemplo, como seriam um AFD e um AFN que aceitem a linguagem $\{0, 1\}^* \{1010\}$?

$\{0, 1\}^* \{1010\}$: AFD e AFN



Exercício

- Considere a linguagem

$$L_i = \{w \in \{0,1\}^* : |w| \geq i \wedge w_{|w|-i+1} = 1\}, i > 0 .$$

- Determine um AFD D_i e um AFN N_i tal que $L(D_i) = L(N_i) = L_i$, para $i = 1, 2, 3$.
- Indique o número de estados de D_i e N_i em função de i .
- A comparação desses números diz algo sobre a importância de AFNs, apesar da sua equivalência com AFDs?

Roteiro

1 Conceitos Básicos

2 Equivalência entre AFDs e AFNs

AFD \rightarrow AFN: Intuição

- Um AFN $N = (E', \Sigma', \delta', I, F')$ equivalente a um AFD $D = (E, \Sigma, \delta, i, F)$ qualquer pode ser determinado baseando-se na ideia de que um AFD é como um “AFN determinístico”:
- $E' = E, \Sigma' = \Sigma, \delta'(e, a) = \{\delta(e, a)\}, I = \{i\}, F' = F.$
- Isso pode ser provado! :)
- Provar a equivalência de D e N, $L(D) = L(N)$, é provar que $\forall w, w \in L(D) \leftrightarrow w \in L(N).$

AFN \rightarrow AFD: Intuição

- Um AFD $D = (E', \Sigma', \delta', i, F')$ equivalente a um AFN $N = (E, \Sigma, \delta, I, F)$ qualquer realizaria, determinística e sincronicamente, computações “paralelas” do AFN.
- Logo, os estados desse AFD seriam conjuntos de estados do AFN (já que um AFN permite estar em mais de um estado ao mesmo tempo).
- O estado inicial de D seria o próprio conjunto de estados iniciais de N .
- Os conjuntos de estados de N com pelo menos 1 estado final seriam os estados finais de D .
- Assim sendo: $E' \subseteq \mathcal{P}(E), \Sigma' = \Sigma, i = I, F' = \{X \subseteq E : X \cap F \neq \emptyset\}$.
- Por fim, $\delta'(X, a) = \bigcup_{e \in X} \delta(e, a)$, para $X \subseteq E$.

Exercício

- 1 Considere um AFN $N = (\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{0, 1\}, \delta, \{1, 2\}, \{5\})$, cuja matriz de transições é mostrada a seguir.

δ	0	1
1	$\{2\}$	\emptyset
2	$\{3\}$	\emptyset
3	\emptyset	$\{4\}$
4	\emptyset	$\{3, 5\}$
5	\emptyset	\emptyset

- 2 Desenhe o diagrama referente a este AFN.
- 3 Determine o AFD equivalente a este AFN.