

Gramáticas Livres de Contexto

Douglas O. Cardoso
douglas.cardoso@cefet-rj.br
docardoso.github.io



Roteiro

1 Introdução

2 GLCs e APs

3 Derivações e Ambiguidade

Roteiro

1 Introdução

2 GLCs e APs

3 Derivações e Ambiguidade

Definição

- Uma gramática livre de contexto (GLC) é uma gramática (V, Σ, R, P) em que cada regra tem a forma $X \rightarrow w$, para $X \in V, w \in (V \cup \Sigma)^*$.
- GLCs são ditas ‘livres de contexto’ pois uma regra $X \rightarrow w$ pode ser usada sempre que a variável X estiver presente, independente dos símbolos a sua volta (o “contexto”).
- A relação entre GLCs e APs é similar àquela entre GRs e AFs.
- Linguagens geradas por GLC são Linguagens Livres de Contexto.

Exemplos

- A linguagem $\{0^n 1^n : n \geq 0\}$ é gerada pela GLC

$$(\{P\}, \{0, 1\}, \{P \rightarrow 0P1 \mid \lambda\}, P).$$

- A linguagem $\{w \in \{0, 1\}^* : w = w^R\}$ é gerada pela GLC

$$(\{P\}, \{0, 1\}, \{P \rightarrow 0P0 \mid 1P1 \mid 0 \mid 1 \mid \lambda\}, P).$$

- A linguagem $\{w \in \{0, 1\}^* : \text{O número de 0s é igual ao de 1s}\}$ é gerada pela GLC

$$(\{P\}, \{0, 1\}, \{P \rightarrow 0P1P \mid 1P0P \mid \lambda\}, P).$$

Roteiro

1 Introdução

2 GLCs e APs

3 Derivações e Ambiguidade

GLC \Rightarrow AP: intuição

- Seja $G = (V, \Sigma, R, P)$ uma GLC qualquer.
- Um AP que aceite $L(G)$ pode replicar derivações de G :
 - O conteúdo da pilha representa uma palavra sendo derivada;
 - A entrada é consumida sempre que esta coincide com a pilha;
 - Ao expandir uma variável, sua substituição ocorre na pilha.
- Extra: também é possível relacionar as derivações de uma GR ao processamento de um AF.

GLC \Rightarrow AP: definição

- Seja $G = (V, \Sigma, R, P)$ uma GLC.
- Um APN que aceite $L(G)$ é $A = (\{i, f\}, \Sigma, \Sigma \cup V, \delta, \{i\}, \{f\})$. δ ?
- $\delta(i, \lambda, \lambda) = [f, P]$.
- $\delta(f, \lambda, b) = [f, w]$, para toda regra $b \rightarrow w$ de R .
- $\delta(f, a, a) = [f, \lambda]$, para todo $a \in \Sigma$.

AP \Rightarrow GLC: intuição

- Também é possível obter a GLC que gere a linguagem que um dado AP gera.
- Todavia, isso é um pouco mais complicado e menos útil (na prática) que GLC \Rightarrow AP.
- Então, por hora, deixamos isso de lado. :)

Roteiro

1 Introdução

2 GLCs e APs

3 Derivações e Ambiguidade

Árvore de Derivação (AD)

- Uma forma gráfica de apresentar derivações de uma gramática.
- A árvore é definida recursivamente, pela expansão de cada nó-variável.
- Sendo assim, os filhos de um nó são o resultado de sua expansão.

Ambiguidade

- AD também servem para representar o significado de uma palavra/sentença.
- Sendo assim, se uma palavra permite mais de uma AD, ela pode ter várias interpretações.
- As derivações mais a direita/esquerda (DMD/DME), em que a variável mais à direita/esquerda sempre é expandida, são as ferramentas básicas para confirmar a ambiguidade.
- Isto é, uma GLC é ambígua se e somente se existe mais de uma DMD/DME para alguma de suas sentenças.

Exemplo

- $G_1 = (\{E\}, \{t, +, *, (,)\}, R_1, E)$
 - $E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid t$
- $G_2 = (\{E, T, F\}, \{t, +, *, (,)\}, R_2, E)$
 - $E \rightarrow E + T \mid T$
 - $T \rightarrow T * F \mid F$
 - $F \rightarrow (E) \mid t$