## Lista de Exercícios 3

## Prof. Douglas O. Cardoso CEFET-RJ Petrópolis

Para solução desta lista, considere  $\leftrightarrow$  como um operador, cuja precedência é igual a do operador  $\rightarrow$ . Além disso, considere como uma regra básica a seguinte equivalência:  $\phi \leftrightarrow \psi \dashv \vdash (\phi \rightarrow \psi) \land (\psi \rightarrow \phi)$ .

1. 
$$\varnothing \vdash P \to P$$

$$2. \varnothing \vdash P \to (Q \to P)$$

3. 
$$\varnothing \vdash \neg (P \land \neg P)$$

$$4. \varnothing \vdash P \leftrightarrow P \land P$$

5. 
$$\varnothing \vdash P \leftrightarrow P \land (P \lor Q)$$

6. 
$$\varnothing \vdash P \leftrightarrow P \lor P$$

7. 
$$\varnothing \vdash P \leftrightarrow \neg \neg P$$

8. 
$$\varnothing \vdash P \lor \neg P$$

9. 
$$\varnothing \vdash (P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (Q \leftrightarrow P)$$

10. 
$$\varnothing \vdash P \to (P \to Q) \leftrightarrow P \to Q$$

11. 
$$\varnothing \vdash P \leftrightarrow P \lor (P \land Q)$$

12. 
$$\varnothing \vdash (P \land \neg P) \lor Q \leftrightarrow Q$$

13. 
$$\varnothing \vdash (P \to Q \land R) \to (P \land Q \leftrightarrow P \land R)$$

14. 
$$\varnothing \vdash (P \lor \neg P) \land Q \leftrightarrow Q$$

15. 
$$\varnothing \vdash P \land (Q \leftrightarrow R) \rightarrow (P \land Q \leftrightarrow R)$$

16. 
$$\varnothing \vdash (P \leftrightarrow Q) \rightarrow (R \land P \leftrightarrow R \land Q)$$

17. 
$$\varnothing \vdash (P \to Q) \lor (Q \to P)$$

18. 
$$\varnothing \vdash P \to (Q \to R) \leftrightarrow Q \to (P \to R)$$

19. 
$$\varnothing \vdash P \to \neg Q \leftrightarrow Q \to \neg P$$

20. 
$$\varnothing \vdash (P \to Q) \lor (Q \to R)$$

21. 
$$\varnothing \vdash P \land (\neg P \lor Q) \leftrightarrow P \land Q$$

22. 
$$\varnothing \vdash P \to (Q \to R) \leftrightarrow ((P \to Q) \to (P \to R))$$

23. 
$$\varnothing \vdash \neg P \to P \leftrightarrow P$$

24. 
$$\varnothing \vdash (P \leftrightarrow Q) \rightarrow (R \lor P \leftrightarrow R \lor Q)$$

25. 
$$\varnothing \vdash (P \leftrightarrow Q) \land (R \leftrightarrow S) \rightarrow ((P \rightarrow R) \leftrightarrow (Q \rightarrow S))$$

26. 
$$\varnothing \vdash (P \leftrightarrow Q) \land (R \leftrightarrow S) \rightarrow (P \land R \leftrightarrow Q \land S)$$

27. 
$$\varnothing \vdash ((P \to Q) \to P) \to P$$

28. 
$$\varnothing \vdash P \lor (\neg P \land Q) \leftrightarrow P \lor Q$$

29. 
$$\varnothing \vdash (P \leftrightarrow Q) \rightarrow ((R \leftrightarrow P) \leftrightarrow (R \leftrightarrow Q))$$

30. 
$$\varnothing \vdash (P \leftrightarrow Q) \land (R \leftrightarrow S) \rightarrow (P \lor R \leftrightarrow Q \lor S)$$