

Lista de Exercícios 6

Prof. Douglas O. Cardoso
CEFET-RJ Petrópolis

Para solução desta lista, considere \leftrightarrow (lê-se “dupla implicação”) como um operador lógico, cuja precedência é a menor de todas. Além disso, considere a equivalência $\phi \leftrightarrow \psi \dashv\vdash (\phi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \phi)$ como indicação das regras básicas ‘ $e \leftrightarrow$ ’ (eliminação da dupla implicação) e ‘ $i \leftrightarrow$ ’ (introdução da dupla implicação).

1. $\emptyset \vdash P \rightarrow P$
2. $\emptyset \vdash P \rightarrow (Q \rightarrow P)$
3. $\emptyset \vdash \neg(P \wedge \neg P)$
4. $\emptyset \vdash P \leftrightarrow P \wedge P$
5. $\emptyset \vdash P \leftrightarrow P \wedge (P \vee Q)$
6. $\emptyset \vdash P \leftrightarrow P \vee P$
7. $\emptyset \vdash P \leftrightarrow \neg\neg P$
8. $\emptyset \vdash P \vee \neg P$
9. $\emptyset \vdash (P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (Q \leftrightarrow P)$
10. $\emptyset \vdash P \rightarrow (P \rightarrow Q) \leftrightarrow P \rightarrow Q$
11. $\emptyset \vdash P \leftrightarrow P \vee (P \wedge Q)$
12. $\emptyset \vdash (P \wedge \neg P) \vee Q \leftrightarrow Q$
13. $\emptyset \vdash (P \rightarrow Q \wedge R) \rightarrow (P \wedge Q \leftrightarrow P \wedge R)$
14. $\emptyset \vdash (P \vee \neg P) \wedge Q \leftrightarrow Q$
15. $\emptyset \vdash P \wedge (Q \leftrightarrow R) \rightarrow (P \wedge Q \leftrightarrow P \wedge R)$
16. $\emptyset \vdash (P \leftrightarrow Q) \rightarrow (R \wedge P \leftrightarrow R \wedge Q)$
17. $\emptyset \vdash (P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)$
18. $\emptyset \vdash P \rightarrow (Q \rightarrow R) \leftrightarrow Q \rightarrow (P \rightarrow R)$
19. $\emptyset \vdash P \rightarrow \neg Q \leftrightarrow Q \rightarrow \neg P$
20. $\emptyset \vdash (P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow R)$
21. $\emptyset \vdash P \wedge (\neg P \vee Q) \leftrightarrow P \wedge Q$
22. $\emptyset \vdash P \rightarrow (Q \rightarrow R) \leftrightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R))$
23. $\emptyset \vdash \neg P \rightarrow P \leftrightarrow P$
24. $\emptyset \vdash (P \leftrightarrow Q) \rightarrow (R \vee P \leftrightarrow R \vee Q)$
25. $\emptyset \vdash (P \leftrightarrow Q) \wedge (R \leftrightarrow S) \rightarrow ((P \rightarrow R) \leftrightarrow (Q \rightarrow S))$
26. $\emptyset \vdash (P \leftrightarrow Q) \wedge (R \leftrightarrow S) \rightarrow (P \wedge R \leftrightarrow Q \wedge S)$

$$27. \emptyset \vdash ((P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow P$$

$$28. \emptyset \vdash P \vee (\neg P \wedge Q) \leftrightarrow P \vee Q$$

$$29. \emptyset \vdash (P \leftrightarrow Q) \rightarrow ((R \leftrightarrow P) \leftrightarrow (R \leftrightarrow Q))$$

$$30. \emptyset \vdash (P \leftrightarrow Q) \wedge (R \leftrightarrow S) \rightarrow (P \vee R \leftrightarrow Q \vee S)$$