

Operadores e Expressões Lógicas

Douglas O. Cardoso
douglas.cardoso@cefet-rj.br
docardoso.github.io



Roteiro

- 1 Uma Introdução Intuitiva
- 2 Proposições
- 3 Operadores Lógicos
- 4 Parentização e Decomposição

Roteiro

1 Uma Introdução Intuitiva

2 Proposições

3 Operadores Lógicos

4 Parentização e Decomposição

O objetivo da lógica em computação

“...é desenvolver **linguagens** para **modelar** situações que abordamos enquanto profissionais de computação, de forma a poder **raciocinar** sobre elas **formalmente**. Raciocinar sobre situações significa construir **argumentos** sobre as mesmas; queremos fazer isso formalmente, de forma que os argumentos sejam **válidos** e possam ser defendidos **rigorosamente**, ou executados **computacionalmente**.”

Michael Huth e Mark Ryan
Traduzido do livro “Logic in Computer Science”

Exemplo 1: Trem das Onze

1. Se o trem se atrasasse e não houvessem táxis na estação, João chegaria atrasado
2. Mas João chegou no horário
3. Já o trem chegou atrasado
4. Logo, haviam táxis na estação

A conclusão é válida? Como chegamos a ela?

Exemplo 2: Maria, olha a chuva!

1. Se estava chovendo e Maria não tinha um guarda-chuva, ela se molhou
2. Maria não está molhada
3. Estava chovendo
4. Logo, Maria levou consigo um guarda-chuva

A conclusão é válida? Como chegamos a ela?

Um argumento mais formal

- Se o trem se atrasasse e não houvessem táxis na estação, João chegaria atrasado. Mas João chegou no horário. Já o trem chegou atrasado. Logo, haviam táxis na estação.
- Se estava chovendo e Maria não tinha um guarda-chuva, ela se molhou. Maria não está molhada. Estava chovendo. Logo, Maria levou consigo um guarda-chuva.
- Se p e não q , então r . Não r . p . Logo, q .

Roteiro

1 Uma Introdução Intuitiva

2 Proposições

3 Operadores Lógicos

4 Parentização e Decomposição

Definição e exemplos

- Proposições: sentenças que podem ser consideradas verdadeiras ou falsas
 - A soma de 2 e 3 é igual a 5
 - Fulano falou mal de Ciclano para Beltrano
 - Quero passar em lógica
- Que sentenças não são proposições?
 - Que a força esteja com você.
 - Já viu que horas são?
 - Pare com esses exemplos agora!

Representação Simbólica

- Proposições em linguagem natural \Rightarrow Fórmulas lógicas
- Menos detalhes desnecessários (abstração)
- Mais facilidade de manipulação
- Foco na argumentação, na combinação de fórmulas

Átomos

- Proposições atômicas são aquelas mais simples, que não podem ser logicamente decompostas.
- Por exemplo: O número 5 é par.
- São representadas por átomos (variáveis): p, q, r, \dots
- Proposições compostas são formadas pela combinação das atômicas
- Por exemplo: 5 é par e 4.5 é negativo

Roteiro

1 Uma Introdução Intuitiva

2 Proposições

3 Operadores Lógicos

4 Parentização e Decomposição

Operadores Lógicos: \neg

- *negação / não / not*
- Inverte o valor lógico de uma proposição
 - p : 5 é par
 - $\neg p$: 5 não é par

Operadores Lógicos: \vee

- *ou / or / disjunção*
- Dadas duas proposições, indica que ao menos uma é verdadeira
 - p : 3 é par
 - q : 4 é negativo
 - $p \vee q$: 3 é par ou 4 é negativo

Operadores Lógicos: \wedge

- *e / and / conjunção*
- Dadas duas proposições, indica que ambas são verdadeiras
 - p : o céu é verde
 - q : vacas voam
 - $p \wedge q$: o céu está verde e vacas voam

Operadores Lógicos: \rightarrow

- *implicação / se / if*
- Indica que uma proposição é uma consequência lógica de outra
 - p : $1+1 = 10$
 - q : $10+10 = 100$
 - $p \rightarrow q$: Se $1+1 = 10$, então $10+10 = 100$
 - p é a premissa, q é a conclusão

Teste seus conhecimentos

- p : Fulana é educada
- q : Fulana é inteligente
- r : Quero me casar com Fulana
- Traduza “Fulana é educada e inteligente”
 - $p \wedge q$
- Traduza “Se fulana é inteligente, quero me casar com ela”
 - $q \rightarrow r$
- Traduza “Fulana é educada mas não quero casar com ela.”
 - $p \wedge \neg r$
- Traduza $q \rightarrow p$
 - Se fulana é inteligente, então ela é educada.

Precedência de Operadores

■ $\neg p \wedge q$?

■ Fulana não é educada mas é inteligente: $(\neg p) \wedge q$

■ Fulana não é educada e inteligente: $\neg(p \wedge q)$

■ Operadores ordenados por precedência: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$

■ Implicação é associativa à direita: $p \rightarrow q \rightarrow r \Leftrightarrow p \rightarrow (q \rightarrow r)$

Roteiro

1 Uma Introdução Intuitiva

2 Proposições

3 Operadores Lógicos

4 Parentização e Decomposição

Parentização de Expressões Lógicas

- Processo de adição de parênteses a uma expressão
- O objetivo é o total esclarecimento quanto a sua interpretação
- O sentido original deve ser preservado
- Regras gerais para parentização:
 1. Operadores com mais precedência primeiro
 2. Da esquerda para a direita (exceção: implicação, vide slide anterior!)

Exemplo: $a \wedge b \rightarrow d \vee c \rightarrow \neg a \vee b$

$$a \wedge b \rightarrow d \vee c \quad \rightarrow \neg a \vee b \quad \Rightarrow$$

$$a \wedge b \rightarrow d \vee c \quad \rightarrow (\neg a) \vee b \quad \Rightarrow$$

$$(a \wedge b) \rightarrow d \vee c \quad \rightarrow (\neg a) \vee b \quad \Rightarrow$$

$$(a \wedge b) \rightarrow (d \vee c) \quad \rightarrow ((\neg a) \vee b) \quad \Rightarrow$$

$$(a \wedge b) \rightarrow ((d \vee c) \rightarrow ((\neg a) \vee b))$$

Resultado: $(a \wedge b) \rightarrow ((d \vee c) \rightarrow ((\neg a) \vee b))$

Exemplo: $\neg(\neg x \vee (y \vee v)) \rightarrow \neg z \vee w \vee u$

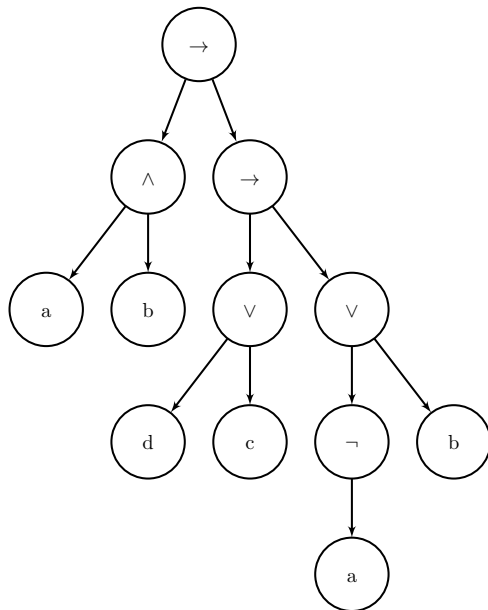
$$\begin{aligned}
 &\neg(\neg x \vee (y \vee v)) \rightarrow \neg z \vee w \vee u \Rightarrow \\
 &(\neg((\neg x) \vee (y \vee v))) \rightarrow (\neg z) \vee w \vee u \Rightarrow \\
 &(\neg((\neg x) \vee (y \vee v))) \rightarrow (((\neg z) \vee w) \vee u) \Rightarrow \\
 &(\neg((\neg x) \vee (y \vee v))) \rightarrow (((\neg z) \vee w) \vee u)
 \end{aligned}$$

Resultado: $(\neg((\neg x) \vee (y \vee v))) \rightarrow (((\neg z) \vee w) \vee u)$

Árvores de decomposição

- São formas gráficas de representação de expressões
- Não deixam qualquer margem para ambiguidades
- Tornam triviais os processos de interpretação e avaliação

Exemplo: $(a \wedge b) \rightarrow ((d \vee c) \rightarrow ((\neg a) \vee b))$



Exemplo: $(\neg((\neg x) \vee (y \vee v))) \rightarrow (((\neg z) \vee w) \vee u)$

