

实验 5 算法设计与实现 (1)

1. 实验目的

- (1) 了解基本算法的设计
- (2) 掌握用 Python 语言进行算法实现

2. 实验任务

实验任务 5-1 求解阿姆斯特朗数

阿姆斯特朗数也叫水仙花数,它的定义如下:若一个 n 位自然数的各位数字的 n 次方之和等于它本身,则称这个自然数为阿姆斯特朗数。例如 $153(153=1*1*1+3*3*3+5*5*5)$ 是一个三位数的阿姆斯特朗数, 8208 则是一个四位数的阿姆斯特朗数。

现请你编一个程序找出所有的三位数到七位数中的阿姆斯特朗数。

实验指导: 用穷举法解决该问题

- (1) 确定变量 i 的穷举的空间 $[100, 10000000]$
- (2) 获得该变量每一位上的数字 (方法有多种)
- (3) 计算其位数次方
- (4) 如果是水仙花数, 则输出 i , 否则继续穷举

实验任务 5-2 编写程序实现给定区间二分查找

要求:

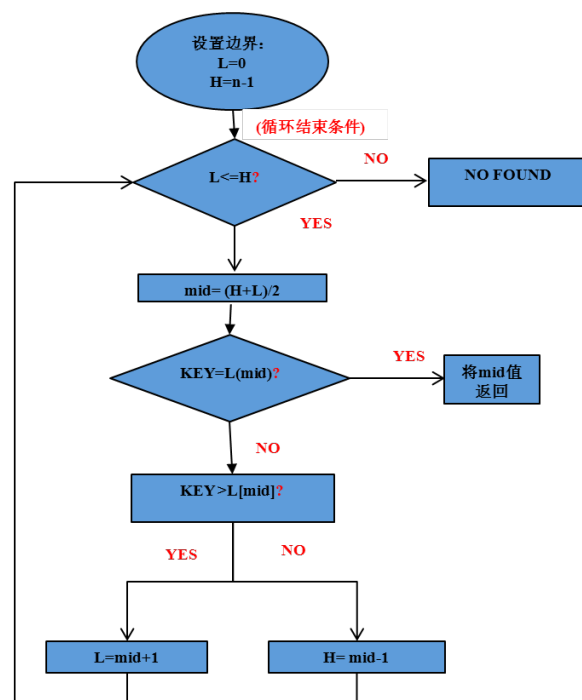
- (1) 接收用户从键盘输入一个 N 个数的有序整数序列
- (2) 用户输入一个数, 在该有序整数序列中用二分搜索查找该数, 若找到, 则输出其在整数序列中的位置编号; 若未找到, 则输出 “NO FOUND!”

实验指导:

设 $R[\text{low}..\text{high}]$ 是当前的查找区间

- (1) 首先确定该区间的中点位置: $R[\text{mid}]$
- (2) 然后将待查的 K 值与 $R[\text{mid}]$ 比较: 若相等, 则查找成功并返回此位置, 否则须确定新的查找区间, 继续二分查找, 具体方法如下:
 - ① 若 $R[\text{mid}] > K$, 则由表的有序性可知 $R[\text{mid}..n]$ 均大于 K , 因此若表中存在关键字等于 K 的结点, 则该结点必定是在位置 mid 左边的子表 $R[1..\text{mid}-1]$ 中, 故新的查找区间是左子表 $R[1..\text{mid}-1]$ 。
 - ② 类似地, 若 $R[\text{mid}] < K$, 则要查找的 K 必在 mid 的右子表 $R[\text{mid}+1..n]$ 中, 即新的查找区间是右子表 $R[\text{mid}+1..n]$ 。下一次查找是针对新的查找区间进行的。

下面左图为长度为 n 的列表进行二分查找的算法流程图 (答案不唯一)



```
#5-2.py
#编写函数接收用户从键盘连续输入一组数据
def getInput():
    l=[]
    print("Please input all the numbers one by one")
    print("Press whitespace to quit:")
    while(True):
        b=input()
        #如果用户输入了一个空格, 则停止接收输入
        if b==" ":
            break
        else:
            l.append(int(b))
    return l

#编写函数在指定的列表 l 中搜索关键字 key
def binarySearch(l,key):
    请补充代码

if __name__=="__main__":
    l=getInput()
    key=int(input("Please input the key you want to search:"))
    result=binarySearch(l,key)
    if result==-1:#若查找失败
        print("NO FOUND!")
    else:#若查找成功, 返回位置索引
        print("The index of the key in the list is:",result)
```

实验任务 5-3 利用枚举法和二分法结合求解一元三次方程（选做，有加分）

有形如： $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 这样的一个一元三次方程。给出该方程中各项的系数(a, b, c, d 均为实数)，并约定：该方程存在三个不同实根（注意：根的范围在-100 至 100 之间），并且根与根之差的绝对值 ≥ 1 。

提示：

记方程 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，若存在 2 个数 x_1 和 x_2 ，且 $x_1 < x_2$ ， $f(x_1) * f(x_2) < 0$ ，则在 (x_1, x_2) 之间一定有一个根。

要求：由小到大依次输出这三个实根，并精确到小数点后 2 位。

样例

输入：1 -5 -4 20

输出：-2.00 2.00 5.00

实验指导：

（1）根据提示“二个根之间差的绝对值 ≥ 1 ”，说明在任何一个子区间 $[A, A+1)$ 中，要么无根，要么存在唯一的一个根；提示又说明可以在任何一个存在唯一根的子区间 $[A, A+1)$ 中用二分法查找这个根。

（2）据此，可以得出如下的参考算法：

1) 先在区间集 $[-100, -99)$ 、 $[-99, -98)$... $[99, 100)$ 、 $[100, 100)$ 中利用提示的条件进行穷举。首先判断该区间 $[x_1, x_2)$ 的端点是否为根（即满足 $f(x) = 0$ ），若满足，则输出该根。

2) 判断该区间 $[x_1, x_2)$ 是否满足 $f(x_1) * f(x_2) < 0$ ，若满足条件，则判断该区间有且必有一个根，在该区间内用二分法查找这个根（缩小查找区间）。

3) 整个循环直到“所有区间都穷举完毕”。

（3）在有且仅有一个根区间 $[x_1, x_2)$ 中查找根的二分法设计思想为每次缩小一半的区间，并通过检查是否满足 $f(x_1) * f(x_2) < 0$ 判断该子区间是否为解所在的区间：

语法提示：

```
令 low= $x_1$ , high= $x_2$ 
While(low<high)
    mid=(low+high)/2
    if f(low)*f(mid)<0
        mid=high
    if f(mid)*f(high)<0
        low=mid
return mid (循环完毕后 mid 即为方程的解)
```

(1) 浮点数的相等不能直接用 “==”，而必须用内置函数 `abs()`，例如判断浮点数 `a` 是否等于 0，应表示为：`abs(a)<1e-4`（取决于计算的精度要求）

(2) 浮点数按照指定的精度输出应表示为 `print("%.2f"%a)`，该语句表示将浮点数 `a` 精确到小数点后 2 位进行输出。