

# Étude de l'effet des perturbations par sauts sur la dynamique stochastique des modèles épidémiologiques SIRS

La septième édition de la Conférence internationale sur la recherche en mathématiques appliquées et en informatique (ICRAMCS 2025).

Khalid El Bakkioui & Adel Settati

*Université Abdelmalek Essadi  
Faculté des sciences et techniques de Tanger  
Département de mathématiques et applications*

April 24-26, 2025 | Marrakech, Maroc

## 1. Introduction et position du problème

## 2. Description du modèle

## 3. Résultats principaux

### 3.1 Positivité et Existence

### 3.2 Extinction

### 3.3 Persistance

## 4. Simulations Numériques

### 4.1 Cas d'Extinction

### 4.2 Cas de Persistance

## 5. Conclusion

## 6. Bibliographie

## Contexte historique

La modélisation des épidémies a débuté avec le modèle SIR de Kermack et McKendrick (1927), qui a permis de comprendre la propagation des maladies infectieuses. Ce modèle a été étendu avec le modèle SIRS pour prendre en compte la perte d'immunité. Cependant, ces modèles classiques ne considèrent pas les perturbations aléatoires, comme celles causées par des événements environnementaux ou des changements brusques de politique publique. L'intégration des sauts stochastiques, notamment les sauts de Lévy, est une avancée importante pour simuler ces événements rares mais significatifs.

## Objectifs de l'étude

L'objectif de cette étude est d'examiner l'impact des perturbations par sauts sur la dynamique stochastique des modèles SIRS. Nous chercherons à comparer les comportements des modèles déterministes et stochastiques et à déterminer les conditions d'extinction ou de persistance de l'épidémie en présence de sauts aléatoires.

## Problématique

Les modèles traditionnels ne prennent pas en compte l'impact des perturbations aléatoires, ce qui peut conduire à des prévisions inexactes. L'intégration des sauts stochastiques dans le modèle SIRS permettra de mieux comprendre comment ces perturbations influencent l'évolution de l'épidémie et de définir des seuils critiques pour l'extinction ou la persistance de l'épidémie.

## Équations différentielles déterministe

$$\begin{cases} dS_t = [\rho(1 - S_t) + \eta R_t - \alpha S_t I_t]dt \\ dI_t = [\alpha S_t I_t - (\rho + \lambda)I_t]dt \\ dR_t = [\lambda I_t - (\rho + \eta)R_t]dt \end{cases}$$

## Variables d'état

- $S_t$  : Proportion de susceptibles dans la population
- $I_t$  : Proportion d'infectieux dans la population
- $R_t$  : Proportion de guéris (immunisés) dans la population

## Paramètres déterministes $(\alpha, \eta, \lambda, \rho) \in (0, 1)^4$

- $\rho$  : Taux de mortalité/natalité (population constante en moyenne)
- $\alpha$  : Taux de transmission (contacts  $S \rightarrow I$ )
- $\lambda$  : Taux de guérison ( $I \rightarrow R$ )
- $\eta$  : Taux de perte d'immunité ( $R \rightarrow S$ )

## Équations différentielles stochastiques (EDS)

$$\begin{cases} dS_t = [\rho(1 - S_t) + \eta R_t - \alpha S_t I_t]dt - \int_{\mathbb{D}} \varsigma_v S_{t-} I_{t-} \tilde{N}(dt, dv) \\ dI_t = [\alpha S_t I_t - (\rho + \lambda) I_t]dt + \int_{\mathbb{D}} \varsigma_v S_{t-} I_{t-} \tilde{N}(dt, dv) \\ dR_t = [\lambda I_t - (\rho + \eta) R_t]dt \end{cases} \quad (1)$$

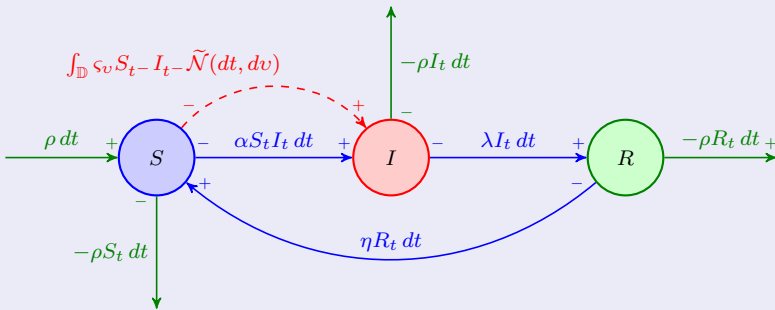
## Définitions des processus de sauts

- $\mathcal{N}(dt, dv)$  : Mesure de Poisson aléatoire comptant les sauts
  - $\mathcal{N}((t, t + dt] \times A)$  : Nombre de sauts dans  $A \subseteq \mathbb{D}$  pendant  $(t, t + dt]$
- $\pi(dv)$  : Mesure de Lévy (intensité des sauts) et  $\pi(A)$  : Intensité des sauts dans  $A \subseteq \mathbb{D}$
- $\tilde{N}(dt, dv)$  : Mesure de Poisson compensée  $\tilde{N}(dt, dv) = \mathcal{N}(dt, dv) - \pi(dv)dt$

## Paramètres du modèle

- $\varsigma_v$  : Amplitude des sauts ( $|\varsigma_v| < 1$ ) et  $\mathbb{D}$  : Domaine des sauts

# Diagramme des transitions du modèle SIRS avec sauts



- Transitions déterministes
- Sauts stochastiques
- Dynamique démographique

## Hypothèses et conditions

- Contrôle des sauts :  $\sup_{t \geq 0} \int_{\mathbb{D}} \ln(1 + \zeta(v)) \pi(dv) < \infty$
- Positivité des populations :  $S_t + I_t + R_t = 1$  avec  $S_t, I_t, R_t \geq 0 \quad \forall t \geq 0$

## Crochet de Meyer

Pour une martingale locale  $(M_t)_{t \geq 0}$  :  $\langle M \rangle_t$  est l'unique processus croissant prévisible tel que  $M_t^2 - \langle M \rangle_t$  soit une martingale locale

## Theorem (Comportement asymptotique[2])

Pour toute martingale locale  $M_t$  partant de 0 :

$$\varphi_{M_t} := \int_0^t (1+s)^{-2} d\langle M \rangle_s$$

Si  $\mathbb{P}(\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_{M_t} < \infty) = 1$ , alors :

$$\mathbb{P}\left(\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{M_t}{t} = 0\right) = 1$$

Ce lemme sera crucial pour l'analyse du comportement à long terme de notre système.

## Theorem (Existence et unicité)

Soit  $v \in \mathbb{D}$ ,  $(S, I) \in (0, 1)^2$ , et on définit  $\Psi(v, S, I) = [1 - \varsigma_v I] [1 + \varsigma_v S]$ , si

$$\sup_{0 < S, I < 1} \int_{\mathbb{D}} \ln [\Psi^{-1}(v, S, I)] \pi(dv) < \infty. \quad (2)$$

Alors pour chaque valeur initiale  $(S_0, I_0, R_0) \in \Delta$ , il existe une unique solution  $(S_t, I_t, R_t) \in \Delta$  pour l'équation (1).

## L'idée de la preuve.

On définit  $N = S + I + R$  donc  $dN_t = -\rho(N_t - 1)dt \Rightarrow N_t = 1 + (N_0 - 1)e^{-\rho t}$  et on montre que  $N_t = 1$  p.s. par intégration. Par continuité locale Lipschitz des coefficients, il existe une solution locale maximale. □



## Suite de l'idée de la preuve.

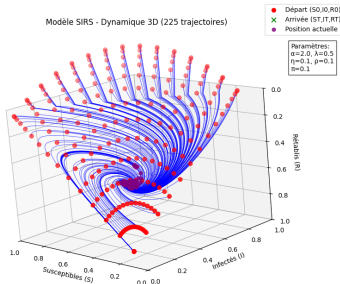
En appliquant la formule d'Itô à  $\Sigma_t = -\ln(S_t I_t R_t)$ ,

$$d\Sigma_s \leq \underbrace{\left[ 3\rho + \lambda + \eta + \alpha + \pi(\mathbb{D}) + \sup_{0 < S, I < 1} \int_{\mathbb{D}} \ln [\Psi^{-1}(v, S, I)] \pi(dv) \right] ds}_{\text{termes de saut}} - \underbrace{\int_{\mathbb{D}} \ln [(1 + \varsigma_v S_s)(1 - \varsigma_v I_s)] \tilde{\mathcal{N}}(ds, dv)}_{\text{martingale}}. \quad (3)$$

On obtient une majoration. Si  $\tau_e < \infty$ , on aboutit à une contradiction. Ainsi  $\tau_e = \infty$  et la solution est globale. □

# Dynamique SIRS : de la diversité à l'équilibre

## Animation interactive



## Paramètres du modèle

- \*  $\alpha = 2.0$
- \*  $\lambda = 0.5$
- \*  $\eta = 0.1$
- \*  $\rho = 0.1$
- \*  $\pi_D = 0.1$
- \* **225 trajectoires**

## Fonctionnalités

- \* Visualisation 3D
- \* Points initiaux (rouges)
- \* Point d'équilibre (vert)

Cette figure illustre l'évolution temporelle du modèle SIRS (Susceptible-Infecté-Rétabli-Susceptible) dans un espace 3D, où chaque courbe représente une trajectoire partant de conditions initiales différentes (points rouges). Malgré leurs divergences initiales, les trajectoires convergent progressivement vers un point d'équilibre épidémiologique, avec ou sans maladie (marqué en vert), où les populations S, I et R se stabilisent.

## Theorem (Critère d'extinction exponentielle)

Soit  $(S_0, I_0, R_0) \in \Delta$  et supposons que (2) soit vérifiée. Supposons également que

$$\sup_{0 < y < 1} \int_{\mathbb{D}} \ln^2 [1 + \varsigma_v y] \pi(dv) < \infty. \quad (4)$$

Nous définissons les seuils

$$\mathcal{T}^3 = \alpha \left[ \rho + \frac{1}{4} \int_{\mathbb{D}} \varsigma_v^2 \pi(dv) \right]^{-1}, \quad (5)$$

et

$$\mathcal{T}^4 = \frac{1}{2} \int_{\mathbb{D}} \varsigma_v^2 \pi(dv). \quad (6)$$

Si  $\mathcal{T}^3 < 1$  ou  $\alpha \geq \mathcal{T}^4$ , alors le système (1) présente une extinction avec un taux de décroissance exponentielle.

## L'idée de la preuve.

On pose  $\Sigma_t = \ln(Z_t)$  avec  $Z_t = I_t + R_t$ . Par la formule d'Itô :

$$\begin{aligned} d\Sigma_t &\leq \underbrace{\left[ -\rho + \alpha \frac{S_t I_t}{Z_t} - \frac{1}{4} \int_{\mathbb{D}} \varsigma_v^2 \pi(dv) \left( \frac{S_t I_t}{Z_t} \right)^2 \right]}_{\text{termes déterministes}} dt + \underbrace{\int_{\mathbb{D}} \ln \left( 1 + \varsigma_v \frac{S_t I_t}{Z_t} \right) \tilde{N}(dt, dv)}_{\text{martingale locale}} \\ &\leq \underbrace{\left[ -\rho + \alpha \delta - \frac{1}{4} \int_{\mathbb{D}} \varsigma_v^2 \pi(dv) \delta^2 \right]}_{\text{termes déterministes}} dt + \underbrace{\int_{\mathbb{D}} \ln(1 + \varsigma_v \delta) \tilde{N}(dt, dv)}_{\text{martingale locale}}, \end{aligned} \quad (7)$$

où  $\delta = \frac{S_t I_t}{Z_t}$  et  $M_t$  martingale locale. En intégrant et utilisant  $\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{M_t}{t} = 0$  p.s., le résultat suit. □

## Implications en santé publique

- Stratégies ciblant la réduction du coefficient  $\alpha$  de transmission
  - Importance du contrôle des événements rares mais d'amplitude significative
- ⇒ Politiques de prévention adaptées aux dynamiques non-linéaires

Le système est régi par les équations et paramètres suivants :

$$\begin{cases} H(S) = -(\rho + \lambda) + \alpha S - \left[ \frac{1}{4} \int_{\mathbb{D}} \varsigma_v^2 \pi(dv) \right] S^2 \\ \mathcal{T}^1 = \frac{\alpha}{\rho + \lambda + \frac{1}{4} \int_{\mathbb{D}} \varsigma_v^2 \pi(dv)} \\ \Pi(S) = -(\rho + \lambda) + \alpha S - \left[ \frac{1}{2} \int_{\mathbb{D}} \varsigma_v^2 \pi(dv) \right] S^2 \\ \mathcal{T}^2 = \frac{\alpha}{\rho + \lambda + \frac{1}{2} \int_{\mathbb{D}} \varsigma_v^2 \pi(dv)} \end{cases} \quad (8)$$

## Remarque

- \* **Comparaison des seuils** :  $\mathcal{T}^1 > \mathcal{T}^2$  montre que  $\mathcal{T}^1$  est le seuil le plus conservateur.
- \* **Sensibilité** :  $H(S) > \Pi(S)$  indique que  $H(S)$  présente une plus grande sensibilité que  $\Pi(S)$ .

## Theorem

Sous les hypothèses (2),  $|\varsigma_v| < 1$  et

$$\sup_{0 < y < 1} \int_{\mathbb{D}} \ln^2(1 + \varsigma_v y) \pi(dv) < \infty, \quad (9)$$

pour  $(S_0, I_0, R_0) \in \Delta$ , si  $\mathcal{T}^1 > 1$  et  $\mathcal{T}^2 > 1$  pour tout  $v \in \mathbb{D}$ , alors :

- (i)  $\limsup_{t \rightarrow \infty} S_t \geq \varrho$  p.s.
- (ii)  $\liminf_{t \rightarrow \infty} I_t \leq \frac{(\rho + \eta)(1 - \varrho)}{\rho + \eta + \lambda}$  p.s.
- (iii)  $\liminf_{t \rightarrow \infty} R_t \leq \frac{\lambda(1 - \varrho)}{\rho + \eta + \lambda}$  p.s.
- (iv)  $\liminf_{t \rightarrow \infty} S_t \leq \varrho'$  p.s.
- (v)  $\limsup_{t \rightarrow \infty} I_t \geq \frac{(\rho + \eta)(1 - \varrho')}{\rho + \eta + \lambda}$  p.s.
- (vi)  $\limsup_{t \rightarrow \infty} R_t \geq \frac{\lambda(1 - \varrho')}{\rho + \eta + \lambda}$  p.s.

où  $\varrho$  et  $\varrho'$  désignent les racines positives sur l'intervalle  $(0, 1)$  des équations  $H(S) = 0$  et  $\Pi(S) = 0$  respectivement.

## Remarque importante

Comme  $-1 < \varsigma_v < 1$  pour tout  $v \in \mathbb{D}$ , il en découle que pour tout  $S \in (0, 1)$ , on a  $\Pi(S) < H(S)$ , et par conséquent  $\varrho < \varrho'$ .

## Démonstration.

### Idée de la preuve

- (i) On utilise la formule d'Itô pour  $\ln(I_t)$

$$\begin{aligned} \ln(I_t) = & \underbrace{\ln(I_0)}_{\text{Valeur initiale}} - \underbrace{\int_0^t [(\rho + \lambda) - \alpha S_s] ds}_{\text{Décroissance déterministe}} + \underbrace{\int_{\mathbb{D}} \int_0^t [\ln(1 + \varsigma_v S_s) - \varsigma_v S_s] \pi(dv)}_{\text{Correction des sauts (drift compensateur)}} \\ & + \underbrace{\int_{\mathbb{D}} \int_0^t \ln[1 + \varsigma_v S_s] \tilde{\mathcal{N}}(ds, dv)}_{\text{Processus de sauts compensés (martingale)}}. \end{aligned} \quad (10)$$

- On montre que  $H(S) < 0$  pour  $S < \varrho$  conduit à  $I_t \rightarrow 0$  et  $S_t \rightarrow 1$ , d'où contradiction
- (iv) Même approche mais avec une minoration et  $\Pi(S) > 0$  pour  $S > \varrho'$
- (ii) et (v) Combinaison de (i) et (iv) avec le lemme de Fatou sur  $R_t$
- (iii) et (vi) Conséquences directes des autres points



## Discrétisation du système SIRS stochastique

Pour  $\Delta t > 0$  fixé et  $t_k = k\Delta t$ , le schéma s'écrit :

$$\begin{cases} S_{k+1} = S_k + [\rho(1 - S_k) + \eta R_k - \alpha S_k I_k] \Delta t - \sum_{i=1}^{N_k} \varsigma_{v_i} S_k I_k \\ I_{k+1} = I_k + [\alpha S_k I_k - (\rho + \lambda) I_k] \Delta t + \sum_{i=1}^{N_k} \varsigma_{v_i} S_k I_k \\ R_{k+1} = R_k + [\lambda I_k - (\rho + \eta) R_k] \Delta t \end{cases}$$

- **Processus de sauts** :  $N_k \sim \mathcal{P}(\pi(\mathbb{D})\Delta t)$  (loi de Poisson)
- **Amplitudes** :  $\varsigma_{v_i} \sim \pi(dv)$  (mesure de Lévy sur  $\mathbb{D}$ )
- **Contrainte** :  $S_k + I_k + R_k = 1$  (conservation de la population)

## Convergence du schéma

Ordre fort 0.5 pour les sauts (théorème de Platen & Bruti-Liberati, voir [1])



## Algorithme (Pseudocode)

- 1: Initialiser  $S_0, I_0, R_0, \Delta t, T$
- 2: **for**  $k = 0$  à  $N - 1$  **do**
- 3:    $N_k \sim \text{Poisson}(\pi(\mathbb{D})\Delta t)$
- 4:   Générer  $\{\varsigma_{v_i}\}_{i=1}^{N_k}$  selon  $\pi(dv)$
- 5:   Mise à jour via le schéma d'Euler-Maruyama
- 6:   Normalisation :  $S_{k+1} + I_{k+1} + R_{k+1} = 1$
- 7: **end for**

## Paramètres Recommandés

- $\Delta t$  : 0.01 jour (stabilité numérique)
- $\pi(\mathbb{D})$  : intensité de la mesure de Lévy (typiquement 0.1)
- $\varsigma_v$  : amplitudes selon le domaine  $\mathbb{D}$

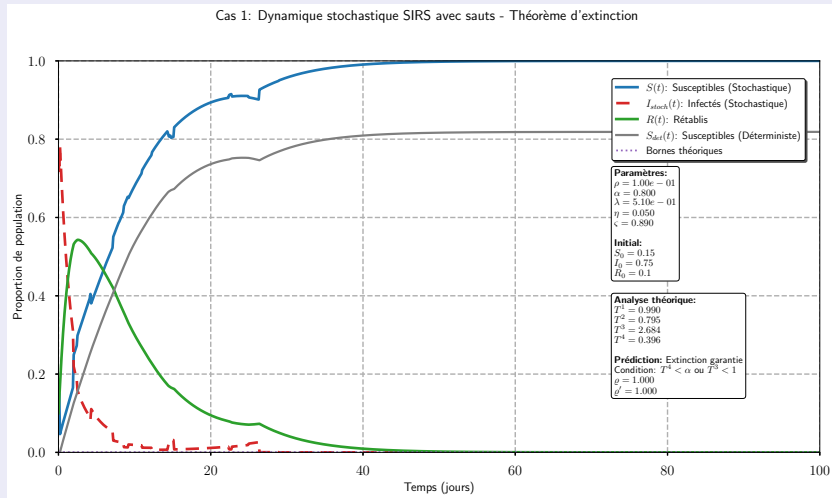


Figure 1 – Extinction garantie conformément au théorème :  $T^4 = 0.396 < \alpha = 0.800$  (première condition satisfaite). La condition  $T^3 = 2.684 < 1$  n'est pas vérifiée.

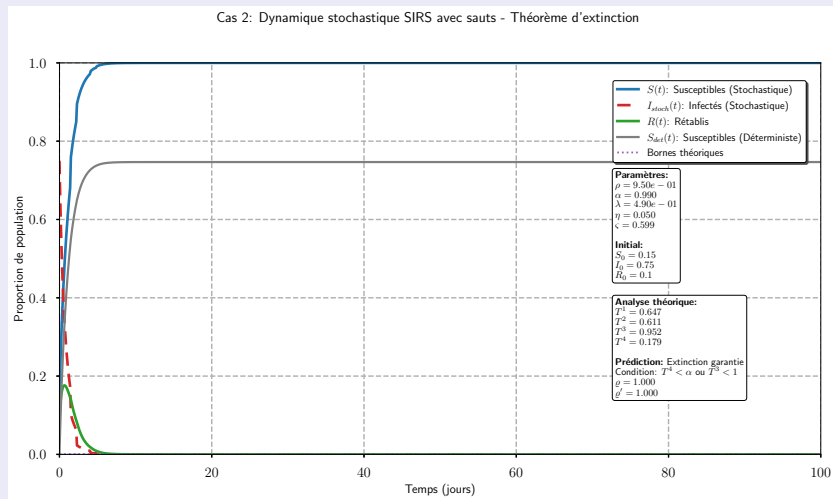
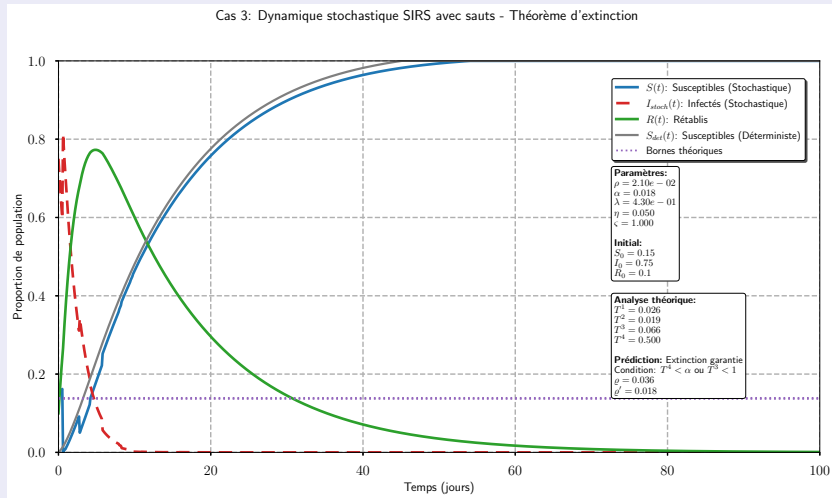


Figure 2 – Extinction exponentielle conforme au théorème : bien que  $T^4 = 0.179 < \alpha = 0.99$  soit satisfaite, la condition alternative  $T^3 = 0.952 < 1$  est également vérifiée.



**Figure 3 – Extinction exponentielle :** la première condition  $\mathcal{T}^4 = 0.500 < \alpha = 0.018$  n'est pas satisfaite, tandis que la condition  $\mathcal{T}^3 = 0.066 < 1$  est vérifiée.

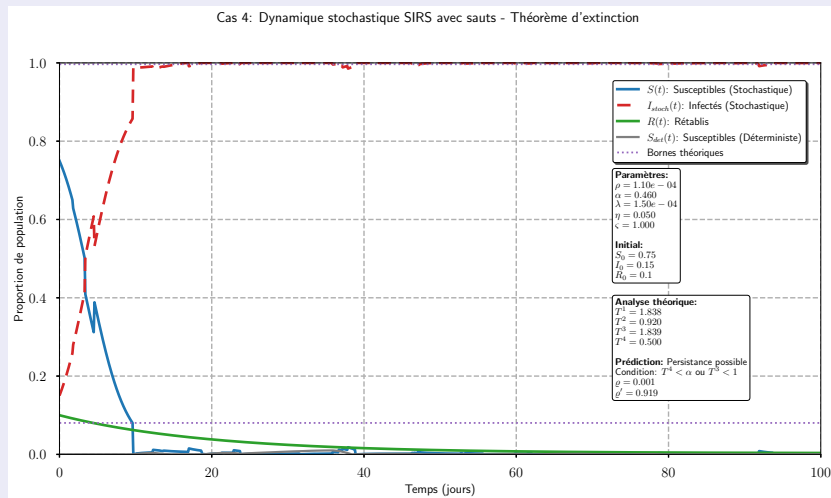


Figure 4 – Persistence possible conforme aux prédictions :  $T^4 = 0.500 > \alpha = 0.460$  ET  $T^3 = 1.839 > 1$  (aucune des conditions alternatives satisfaites).

# Simulations illustrant le théorème 4

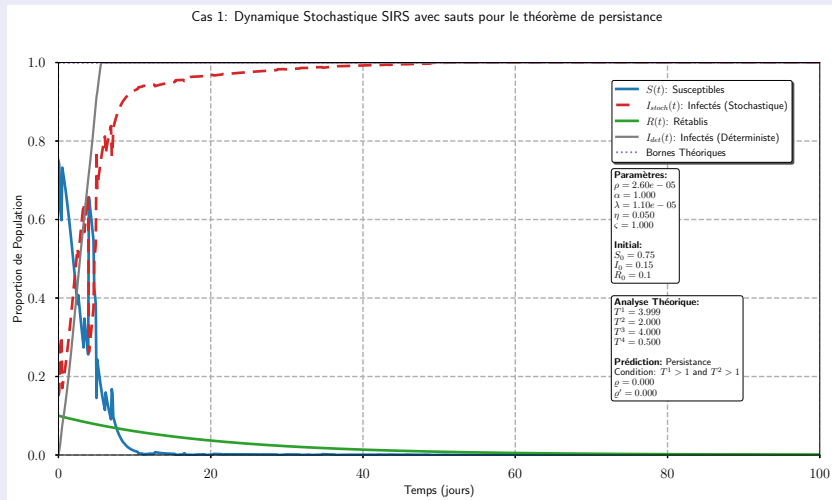


Figure 5 – Persistance marquée ( $\mathcal{T}^1 = 3.999 > 1$ ,  $\mathcal{T}^2 = 2.000 > 1$ ). Paramètres :  $\rho = 2.60 \times 10^{-5}$ ,  $\alpha = 1.0$ ,  $\lambda = 1.10 \times 10^{-5}$ . Dynamique stable avec prédominance d'infectés.

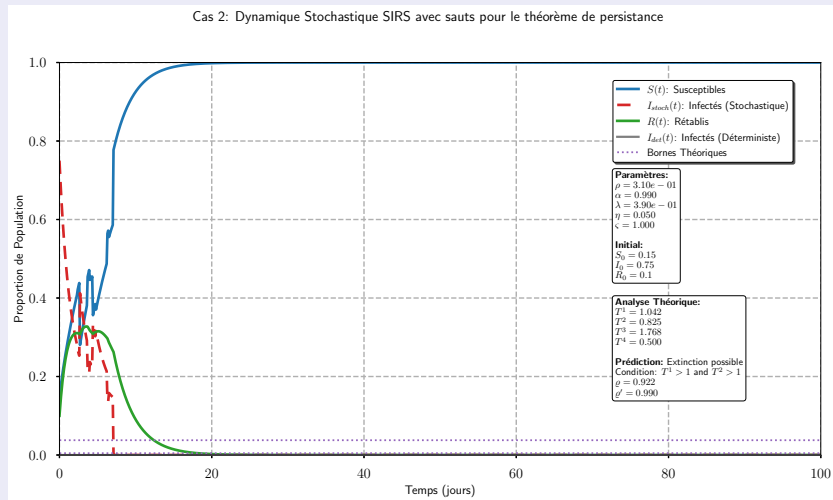


Figure 6 – Extinction progressive ( $\mathcal{T}^1 = 1.042 > 1$ ,  $\mathcal{T}^2 = 0.825 \leq 1$ ). Paramètres :  $\rho = 0.31$ ,  $\alpha = 0.99$ ,  $\lambda = 0.39$ . Chute brutale des infectés avant  $t = 20$ .

Cas 3: Dynamique Stochastique SIRS avec sauts pour le théorème de persistance

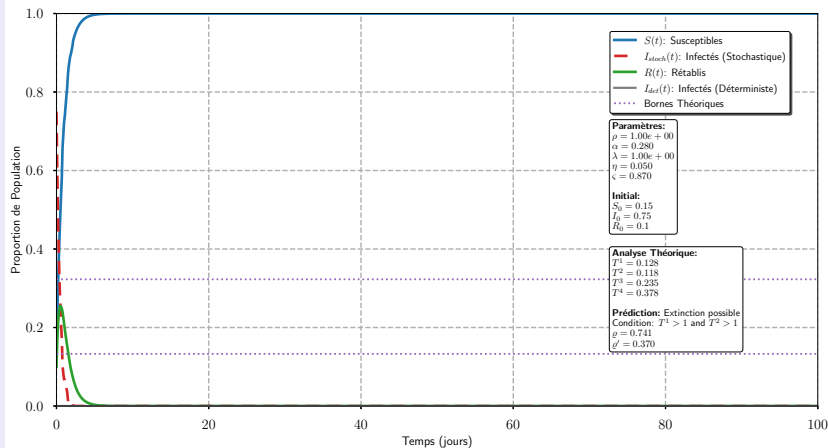


Figure 7 – Extinction rapide ( $T^1 = 0.128 \ll 1$ ,  $T^2 = 0.118 \ll 1$ ). Paramètres :  $\rho = 1.0$ ,  $\alpha = 0.28$ ,  $\lambda = 1.0$ . Décroissance exponentielle des infectés.



Cas 4: Dynamique Stochastique SIRS avec sauts pour le théorème de persistance

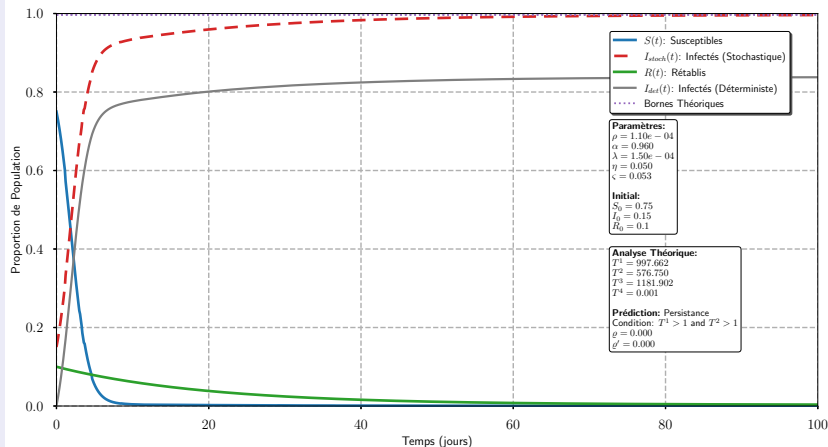


Figure 8 – Persistance ( $T^1 = 997.662 \gg 1$ ,  $T^2 = 576.750 \gg 1$ ). Paramètres :  $\rho = 1.10 \times 10^{-4}$ ,  $\alpha = 0.96$ ,  $\lambda = 1.50 \times 10^{-4}$ .

# Diagramme des seuils du modèle SIRS stochastique avec sauts

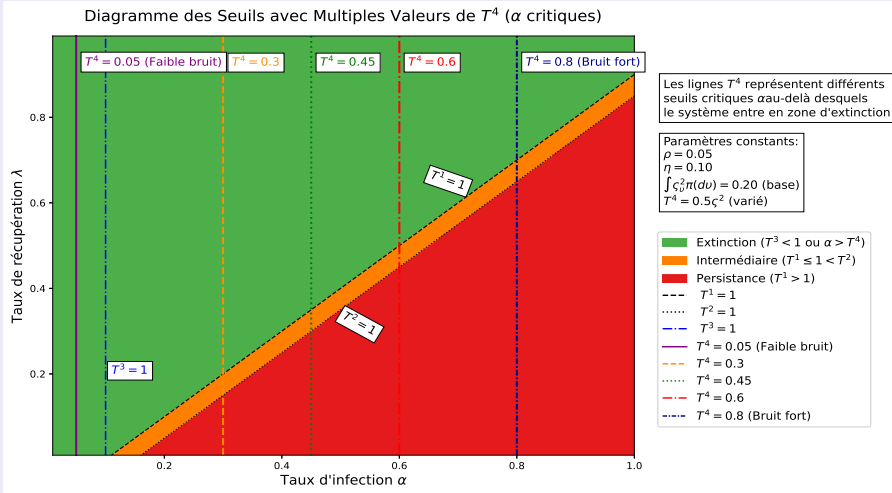


Figure 9 – Diagramme des seuils SIRS stochastique : extinction (vert), intermédiaire (orange), persistance (rouge). Lignes critiques  $T^1$ ,  $T^2$ ,  $T^3$  et  $T^4 \in [0.05, 0.8]$ .

## Conditions d'Extinction

- Extinction exponentielle lorsque :
  - $\mathcal{T}^3 < 1$  (avec  $\mathcal{T}^3 = \frac{\alpha}{\rho + \frac{1}{4}\mathbb{E}[\zeta^2]}$ )
  - $\alpha \geq \mathcal{T}^4$  (avec  $\mathcal{T}^4 = \frac{1}{2}\mathbb{E}[\zeta^2]$ )
- Visualisation dans le diagramme :
  - Zone verte ( $\alpha > \mathcal{T}^4$  ou à gauche de  $\mathcal{T}^3 = 1$ )
  - Lignes verticales  $\mathcal{T}^4$  (0.05 à 0.8) comme seuils critiques

## Paramètres Clés

- Contrôle par  $\alpha$  (taux d'infection) et  $\mathbb{E}[\zeta^2]$  (intensité des sauts)
- Paramètres fixes :
  - $\rho = 0.05$  (taux démographique)
  - $\eta = 0.1$  (perte d'immunité)
  - $\mathbb{E}[\zeta^2] = 0.2$  (base)

## Conditions de Persistance

- Persistance stochastique lorsque :
  - $\mathcal{T}^1 > 1$  et  $\mathcal{T}^2 > 1$
  - Zone rouge dans le diagramme
- Effets du bruit :
  - $\mathbb{E}[\zeta^2] \uparrow \Rightarrow$  réduction de la zone de persistance
  - Seuils plus stricts que le modèle déterministe

## Stratégies de Contrôle

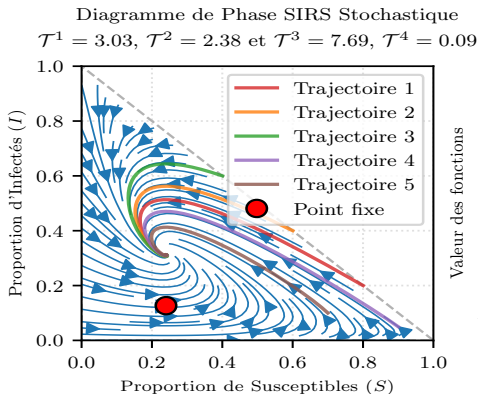
- Réduction de  $\alpha$  : mesures sanitaires
- Contrôle de  $\mathbb{E}[\zeta^2]$  : limiter les événements de super-propagation
- Augmentation de  $\lambda$  (taux de guérison) et  $\eta$  (vaccination)

## Stratégies Adaptatives Basées sur les Seuils Épidémiologiques

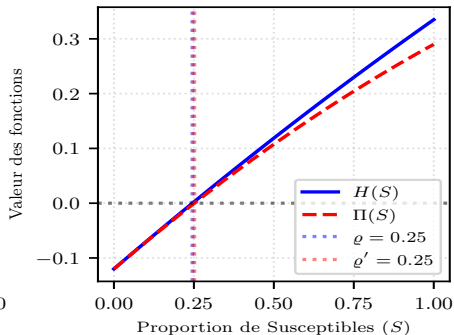
- Surveillance continue des seuils critiques :
  - $\mathcal{T}^1$  (seuil conservateur)
  - $\mathcal{T}^2$  (seuil standard)
  - $\mathcal{T}^3, \mathcal{T}^4$  (critères d'extinction)
- Cas de persistance Figure 20 :
  - Maintien des capacités sanitaires
  - Stratégies de contrôle pour endémie stable
  - $(\mathcal{T}^1 > 1 \text{ et } \mathcal{T}^2 > 1)$
- Cas extrême Figure 23 :
  - Activation des plans d'urgence
  - Gestion des oscillations imprévisibles
  - $(\mathcal{T}^1 \gg 1 \text{ et } \mathcal{T}^2 \gg 1)$
- Cas limites Figures 21 et 22 :
  - Détection précoce des foyers résiduels
  - Interventions ciblées
  - $(\mathcal{T}^1 \approx 1 \text{ ou } \mathcal{T}^2 < 1)$

**Rappel théorique :** La persistance est garantie lorsque  $\mathcal{T}^1 > 1$  et  $\mathcal{T}^2 > 1$  (Théorème 4), tandis que l'extinction exponentielle survient si  $\mathcal{T}^3 < 1$  ou  $\alpha \geq \mathcal{T}^4$  (Théorème 3).

# Diagramme de Phase SIRS Stochastique



Fonctions  $H(S)$  et  $\Pi(S)$  avec seuils



**Figure 10 – Trajectoires :** Solutions numériques montrant l'évolution des populations  $S(t)$  et  $I(t)$  pour différentes conditions initiales. **Point fixe :** Équilibre où  $\frac{dS}{dt} = \frac{dI}{dt} = 0$  (maladie éteinte ou endémique). En version stochastique, les trajectoires fluctuent autour du point fixe théorique. La convergence/divergence révèle la stabilité du système

## Santé Publique

- Meilleure préparation aux événements rares
- Optimisation des stratégies d'intervention
- Surveillance épidémiologique renforcée

## Recherche Future

- Extension aux modèles multi-patches
- Intégration de données réelles
- Optimisation des politiques de contrôle

### Approche Interdisciplinaire

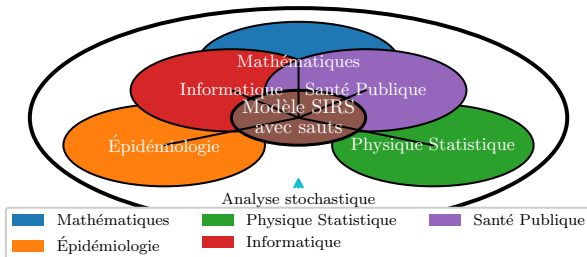


Figure 11 – Approche interdisciplinaire

## Principaux Résultats

- La dynamique déterministe présente un comportement lissé (trait fin)
- Un écart significatif entre les trajectoires stochastiques et déterministes est systématiquement observé
- Les seuils théoriques  $\mathcal{T}^1$  à  $\mathcal{T}^4$  caractérisent précisément la dynamique épidémique
- Les sauts stochastiques ( $\varsigma_v$ ) introduisent des variations critiques (Figure 23)
- Une approche hybride conjuguant modèles déterministes et stochastiques s'avère indispensable

## Implications Majeures

Les processus à sauts aléatoires modifient radicalement la dynamique des épidémies et doivent impérativement être intégrés aux modèles prédictifs



# COMMENT UNE ÉPIDÉMIE PEUT-ELLE PRENDRE FIN ?

L'analyse révèle que :

**Les conditions  $\mathcal{T}^3 < 1$  ou  $\alpha \geq \mathcal{T}^4$   
gouvernent l'extinction exponentielle du système**



- [1] Lipster, R.  
*A strong law of large numbers for local martingales.*  
*Stochastics*, **3** :217–228, 1980.
- [2] Settati, A., Lahrouz, A., Assadouq, A., El Fatini, M., El Jarroudi, M., Wang, K.  
*The impact of nonlinear relapse and reinfection to derive a stochastic threshold for SIRI epidemic model.*  
*Chaos, Solitons & Fractals*, **137** :109897, 2020.
- [3] Lahrouz, A., Settati, A., El Fatini, M., Tridane, A.  
*The effect of a generalized nonlinear incidence rate on the stochastic SIS epidemic model.*  
*Mathematical Methods in the Applied Sciences*, **44**(1) :1137–1146, 2021.
- [4] Settati, A., Lahrouz, A., El Fatini, M., El Haitami, A., El Jarroudi, M., Erriani, M.  
*A Markovian switching diffusion for an SIS model incorporating Lévy processes.*  
*Discrete and Continuous Dynamical Systems-B*, **28**(1) :209–229, 2023.
- [5] Applebaum, D., Siakalli, M.  
*Asymptotic stability of stochastic differential equations driven by Lévy noise.*  
*Journal of Applied Probability*, **46**(2) :1116–1129, 2009.

- [6] Caraballo, T., Settati, A., Lahrouz, A., Boutouil, S., Harchaoui, B.  
*On the stochastic threshold of the COVID-19 epidemic model incorporating jump perturbations.*  
*Chaos, Solitons & Fractals*, **180** :114521, 2024.
- [7] Zhou, D., Shi, X., Zhou, X.  
*Dynamic Analysis of a Stochastic Delayed SEIRS Epidemic Model with Lévy Jumps and the Impact of Public Health Education.*  
*Axioms*, **12**(6) :560, 2023.
- [8] Lu, Q.  
*Stability of SIRS system with random perturbations.*  
*Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, **388**(18) :3677–3686, 2009.
- [9] Zhang, X., Wang, K.  
*Stochastic SIR model with jumps.*  
*Applied Mathematics Letters*, **26**(8) :867–874, 2013.
- [10] Bao, J., Yuan, C.  
*Stochastic population dynamics driven by Lévy noise.*  
*Journal of Mathematical Analysis and Applications*, **391** :363–375, 2012.

*Merci pour votre attention !*