



Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики
Кафедра системного анализа

Курсовая работа

«Динамические системы и модели биологии»

Студент 315 группы
В. А. Сливинский

Научный руководитель
д.ф.-м.н., профессор А. С. Братусь

Москва, 2018

Содержание

| | | |
|---|---|---|
| I | Динамические системы с дискретным временем | 3 |
| 1 | Постановка задачи | 3 |
| 2 | Биологическая интерпретация задачи | 3 |
| 3 | Некоторые разумные ограничения на параметры системы | 3 |
| | Список литературы | 3 |

Часть I

Динамические системы с дискретным временем

1 Постановка задачи

Дана следующая многомерная динамическая система с дискретным временем:

$$\begin{cases} u_{t+1} = au_t(1 - u_t) - u_tv_t \\ v_{t+1} = \frac{1}{b}u_tv_t \end{cases} \quad u, v, a, b > 0 \quad (1.1)$$

Для системы (1.1) требуется:

1. Найти неподвижные точки
2. Исследовать неподвижные точки на устойчивость
3. Построить бифуркационную диаграмму
4. Проверить существование циклов длины 2 и 3
5. Проверить существование бифуркации Неймарка–Сакера и в случае её обнаружение построить инвариантную кривую

2 Биологическая интерпретация задачи

Система (1.1) представляет собой модель «Хищник–Жертва»; в ней u_t это относительная численность жертв в момент времени t (отношение числа жертв к максимально возможной, определяемой потенциальной ёмкостью экосистемы), v_t — относительная численность хищников, параметр a определяет скорость роста популяции жертв в отсутствие хищника (рождаемость или условный «естественный прирост»), а параметр b обратно пропорционален выгоде хищников. Численность жертв в отсутствие хищников описывается дискретным логистическим уравнением ($u_{t+1} = au_t(1 - u_t)$), влияние хищников описывается билинейной функцией u_tv_t , а в отсутствие пищи хищники вымирают за одно поколение (одну единицу времени).

3 Некоторые разумные ограничения на параметры системы

В главе 3 [1] при исследовании дискретного логистического уравнения была получена следующая оценка для параметра a :

$$0 < a < 4 \quad (3.1)$$

Список литературы

- [1] Братусь А. С. Динамические системы и модели биологии / Братусь А. С., Новожилов А. С., Платонов А. П. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010