UNIVERSITÉ DE SHERBROOOKE

Faculté de génie

Département de génie électrique et génie informatique

Calcul vectoriel

APP1, GEL355

Présenté à

Mathieu Massicotte

Présenté par

Shawn Miller - mils2203

Alexis Juteau - juta1101

Sherbrooke - 11 mai 2022

Table des matières

Table des figures

1 mandat 1

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \quad \text{* Équation Faraday-Maxwell}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{E} = \frac{-\partial}{\partial t}\left(\mu_0(\vec{H} + \vec{M})\right) \quad \text{*Substitution de } \vec{B} \text{ avec équation 6)}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{d}{dt}\vec{H} - \mu_0 \frac{d}{dt}\vec{M} \quad \text{*Distribution de la dérivation}$$

$$\frac{\nabla}{\nabla} \times (\nabla \times \vec{E}) = -\mu_0 \frac{d}{dt}\vec{H} - \mu_0 \frac{d}{dt}\vec{M} \quad \text{* Multiplication par } \frac{\nabla}{\nabla} (1)$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\mu_0 \frac{d}{dt}(\nabla \times \vec{H}) - \mu_0 \frac{d}{dt}(\nabla \times \vec{M}) \quad \text{*} \times \nabla$$

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\mu_0 \frac{d}{dt}(\nabla \times \vec{H}) - \mu_0 \frac{d}{dt}(\nabla \times \vec{M}) \quad \text{*Identité vectorielle } (\nabla \times (\nabla \times \vec{V})) = \nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{V}) - \nabla^2 \vec{V}$$

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\mu_0 \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{D}}{dt} + \vec{J_f}\right) - \mu_0 \frac{d}{dt}(\nabla \times \vec{M}) \quad \text{* } \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J_f} \text{ (Loi d'Ampère avec correction Maxwell)}$$

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\mu_0 \frac{d^2}{dt^2}(\vec{D}) - \mu_0 \frac{d}{dt}\vec{J_f} - \mu_0 \frac{d}{dt}(\nabla \times \vec{M})$$

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\mu_0 \frac{d^2}{dt^2}(\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) - \mu_0 \frac{d}{dt}\vec{J_f} - \mu_0 \frac{d}{dt}(\nabla \times \vec{M}) \quad \text{*Substitution de } \vec{D}\text{, équa 5)}$$

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\varepsilon_0 \mu_0 \frac{d^2}{dt^2}\vec{E} - \mu_0 \frac{d^2}{dt^2}\vec{P} - \mu_0 \frac{d}{dt}\vec{J_f} - \mu_0 \frac{d}{dt}(\nabla \times \vec{M})$$

$$-\nabla^2 \vec{E} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d^2}{dt^2}\vec{E} = -\mu_0 \frac{d^2}{dt^2}\vec{P} - \mu_0 \frac{d}{dt}\vec{J_f} - \mu_0 \frac{d}{dt}(\nabla \times \vec{M})$$

$$\nabla^2 \vec{E} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d^2}{dt^2}\vec{E} = \mu_0 \frac{d^2}{dt^2}\vec{P} + \mu_0 \frac{d}{dt}\vec{J_f} + \mu_0 \frac{d}{dt}(\nabla \times \vec{M}) + \nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{E}) \quad \text{*} \times -1$$

Figure 1 – Équation d'onde pour E

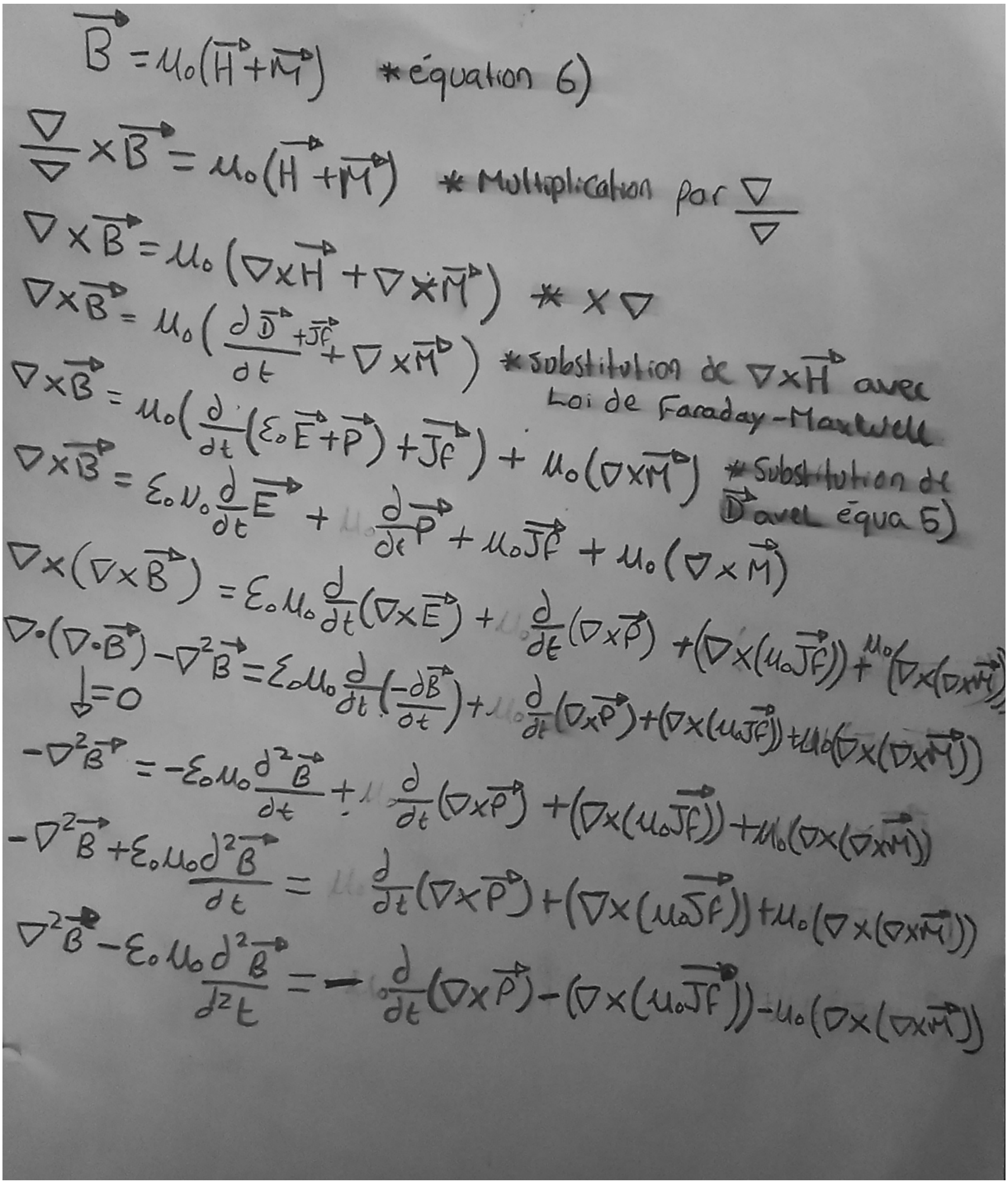


FIGURE 2 – Équation d'onde pour B

Pour obtenir ces équations d'ondes, il fut possible d'utilisé les équations du milieu LHI. En d'autre mot, les équations obtenues des figures 1 et 2 sont du milieu LHI.

2 mandat 2

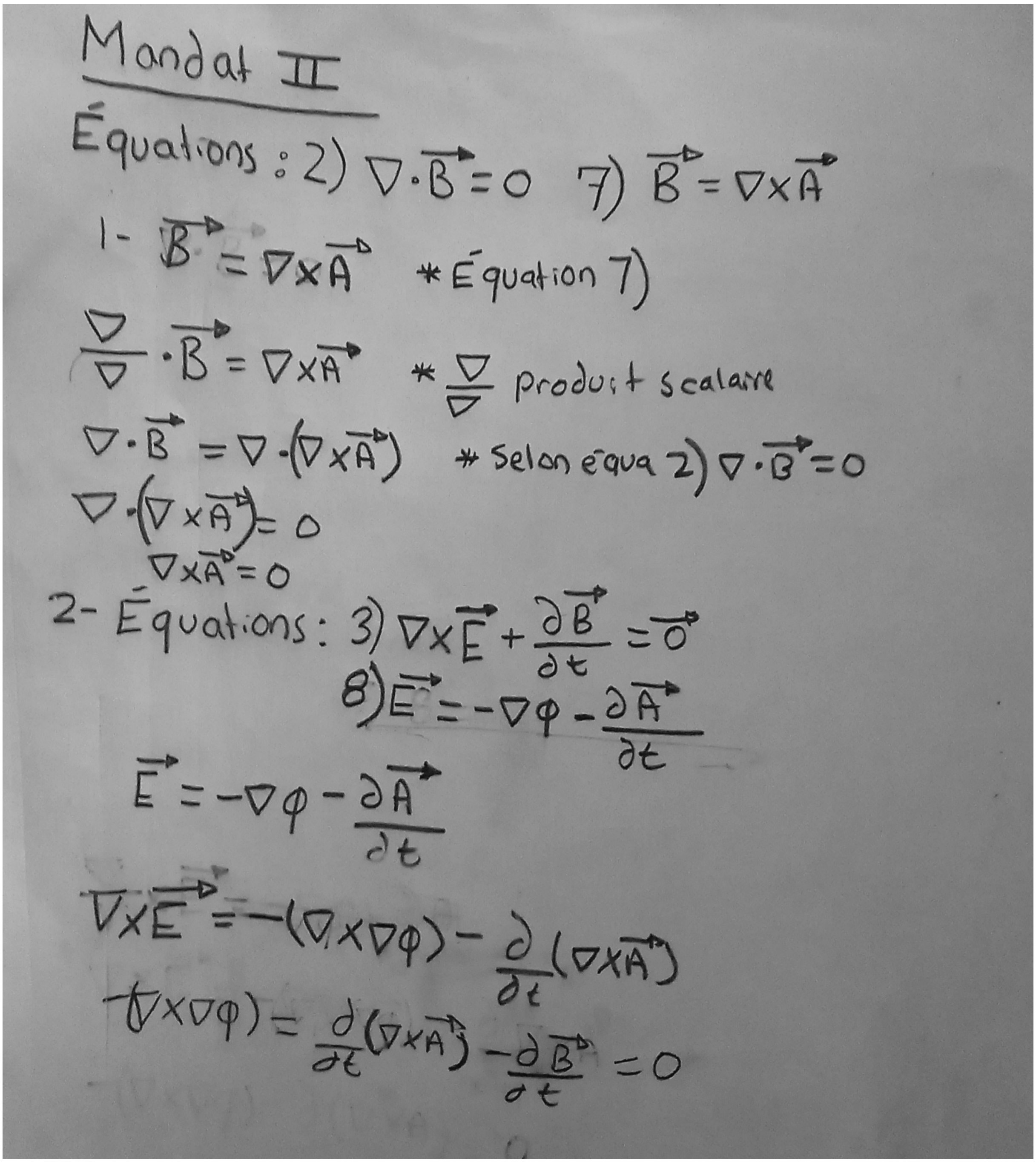


Figure 3 – Mandat 2

Il est plausible d'affirmer que selon les équations de la figure 3. Les définitions de A et phi peuvent être obtenues à partir des équations 2, 7, 3 et 8.

3 mandat 3

Équations d'ondes pour $\vec{A}$

$$\nabla \times \vec{A} = \vec{B}$$

$$\frac{\nabla}{\nabla} \times (\nabla \times \vec{A}) = \vec{B}$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla \times (\vec{B})$$

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = \nabla \times (\mu_0 (\vec{H} + \vec{M}))$$

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = \mu_0 (\nabla \times \vec{H}) + \mu_0 (\nabla \times \vec{M})$$

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = \mu_0 \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J_f}\right) + \mu_0 (\nabla \times \vec{M})$$

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = \mu_0 \left(\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_0 \vec{E} + P) + \vec{J_f}\right) + \mu_0 (\nabla \times \vec{M})$$

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\left(-\nabla \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) + \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{P} + \mu_0 \vec{J_f} + \mu_0 (\nabla \times \vec{M})$$

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = -\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \varphi) - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial^2 t} \vec{A} + \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{P} + \mu_0 \vec{J_f} + \mu_0 (\nabla \times \vec{M})$$

$$\nabla^2 \vec{A} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial^2 t} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \varphi) - \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{P} - \mu_0 \vec{J_f} - \mu_0 (\nabla \times \vec{M}) + \nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{A})$$

$$\nabla^2 \vec{A} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t} \vec{A} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \varphi) - \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{P} - \mu_0 \vec{J_f} - \mu_0 (\nabla \times \vec{M}) - \nabla(\varepsilon_0 \mu_0) \frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

$$\nabla^2 \vec{A} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t} \vec{A} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{P} - \mu_0 \vec{J_f} - \mu_0 (\nabla \times \vec{M})$$

Figure 4 – Équation d'onde pour A

Équation d'onde φ

$$\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

$$-\nabla\varphi \cdot \nabla - \nabla \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{E} \cdot \nabla$$ *Substitution équa. 8)

$$-\nabla^2\varphi - \frac{\partial}{\partial t}\left(-\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t}\right) = \nabla \cdot \vec{E}$$

$$-\nabla^2\varphi + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\varphi = \nabla \cdot \vec{E}$$

$$\nabla^2\varphi - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\varphi = -\nabla \cdot \vec{E}$$

*Substituer $\vec{E}$ avec $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

$$\nabla^2\varphi - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t}\varphi = -\nabla \cdot \left(\frac{\vec{D} - \vec{P}}{\varepsilon_0}\right)$$

$$\nabla^2\varphi - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t}\varphi = -\frac{\nabla \cdot \vec{D}}{\varepsilon_0} + \frac{\nabla \cdot \vec{P}}{\varepsilon_0}$$

*Substitution de $\nabla \cdot \vec{D}$ (Loi de Gauss)

$$\nabla^2\varphi - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t}\varphi = -\frac{1}{\varepsilon_0}\rho_f + \frac{1}{\varepsilon_0}\nabla \cdot \vec{P}$$

FIGURE 5 – Équation d'onde pour Phi

Il est possible de remarquer que les équations pour Phi et A sont des équations d'ondes similaires à celle calculé au mandat 1.

Mandat 3 - continuité de charge

Divergence de $\vec{A}$

$$\nabla^2\vec{A} - \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2}{\partial^2 t}\vec{A} = -\mu_0\frac{\partial \vec{P}}{\partial t} - \mu_0(\nabla\times\vec{M}) - \mu_0\vec{J_f}$$

*Équation d'onde $\vec{A}$

$$\nabla^2(\nabla\cdot\vec{A}) - \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2}{\partial t}\vec{A}\cdot\nabla = -\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\nabla\cdot\vec{P} - \mu_0\nabla(\nabla\times\vec{M}) - \mu_0\nabla\vec{J_f}$$

$* \cdot\nabla$

$$\nabla^2(\nabla\cdot\vec{A}) - \varepsilon\mu\frac{\partial^2}{\partial t}\vec{A}\cdot\nabla = -\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\nabla\cdot\vec{P} - \mu_0\nabla\vec{J_f}$$

$* \nabla\cdot(\nabla\times\vec{M}) = 0$

$$-\nabla^2\left(\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right) + \varepsilon\mu_0\frac{\partial^2}{\partial t}\left(\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right) = -\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\nabla P - \mu_0\nabla\vec{J_f}$$

$*A\cdot\nabla$ equa. 9)

$$-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\varphi + \varepsilon_0^2\mu_0^2\frac{\partial^3\varphi}{\partial^3 t} = -\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\nabla\cdot\vec{P} - \mu_0\nabla\cdot\vec{J_f}$$

$$-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\varphi + \varepsilon_0^2\mu_0^2\frac{\partial^3\varphi}{\partial^3 t} = -\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla\cdot(D - \varepsilon_0\vec{E})\right) - \mu_0\nabla\cdot\vec{J_f}$$

$$-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\varphi + \varepsilon_0^2\mu_0^2\frac{\partial^3}{\partial^3 t}\varphi = -\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla\cdot\left(\vec{D} - \varepsilon_0\left(-\nabla\varphi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right)\right)\right) - \mu_0\nabla\cdot\vec{J_f}$$

$$-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\varphi + \varepsilon_0^2\mu_0^2\frac{\partial^3}{\partial^3 t}\varphi = -\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla\vec{D} + \varepsilon_0\nabla^2\varphi + \varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\nabla\vec{A}\right) - \mu_0\nabla\vec{J_f}$$

$$-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\varphi + \varepsilon_0^2\mu_0^2\frac{\partial^3}{\partial^3 t}\varphi = -\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho_f + \varepsilon_0\nabla^2\varphi + \varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\left(-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)\right) - \mu_0\nabla\vec{J_f}$$

$$\underset{(1)}{-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\varphi} + \underset{(2)}{\varepsilon_0^2\mu_0^2\frac{\partial^3}{\partial^3 t}\varphi} = \underset{(3)}{-\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\rho_f} \underset{(4)}{-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\varphi} + \underset{(5)}{\varepsilon_0^2\mu_0^2\frac{\partial^3}{\partial^3 t}\varphi} \underset{(6)}{-\mu_0\nabla\vec{J_f}}$$

$$-\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\rho_f - \mu_0\nabla\vec{J_f} = 0$$

*Terme (1) (2) (4) (5) s'annulent

Figure 6 – Divergence de A

Dérivée temporelle de φ (équation d'onde)

$$\nabla^2\varphi - \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2}{\partial^2 t}\varphi = \frac{-1}{\varepsilon_0}\rho_f + \frac{1}{\varepsilon_0}(\nabla\cdot\vec{P})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\varphi - \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^3}{\partial^3 t}\varphi = \frac{-1}{\varepsilon_0}\frac{\partial}{\partial t}\rho_f + \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\cdot P)$$

* Ajoue d'une dérivée sur tous les termes.

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\varphi - \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^3}{\partial^3 t}\varphi = \frac{-1}{\varepsilon_0}\frac{\partial}{\partial t}\rho_f + \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\partial}{\partial t}(\nabla(\vec{D}-\varepsilon_0\vec{E}))$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\varphi - \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^3}{\partial^3 t}\varphi = \frac{-1}{\varepsilon_0}\frac{\partial}{\partial t}\rho_f + \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\cdot\vec{D}) - \nabla\frac{\partial}{\partial t}\left(-\nabla\varphi - \frac{\partial A}{\partial t}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\varphi - \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^3}{\partial^3 t}\varphi = \frac{-1}{\varepsilon_0}\frac{\partial}{\partial t}\rho_f + \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\partial}{\partial t}(\rho_f) - \frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\varphi - \frac{\partial^2}{\partial^2 t}(\nabla\cdot A)$$

* Substi. équa. 8) $\vec{E}$

$$-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^3}{\partial^3 t}\varphi = -\frac{\partial^2}{\partial^2 t}\left(-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)$$

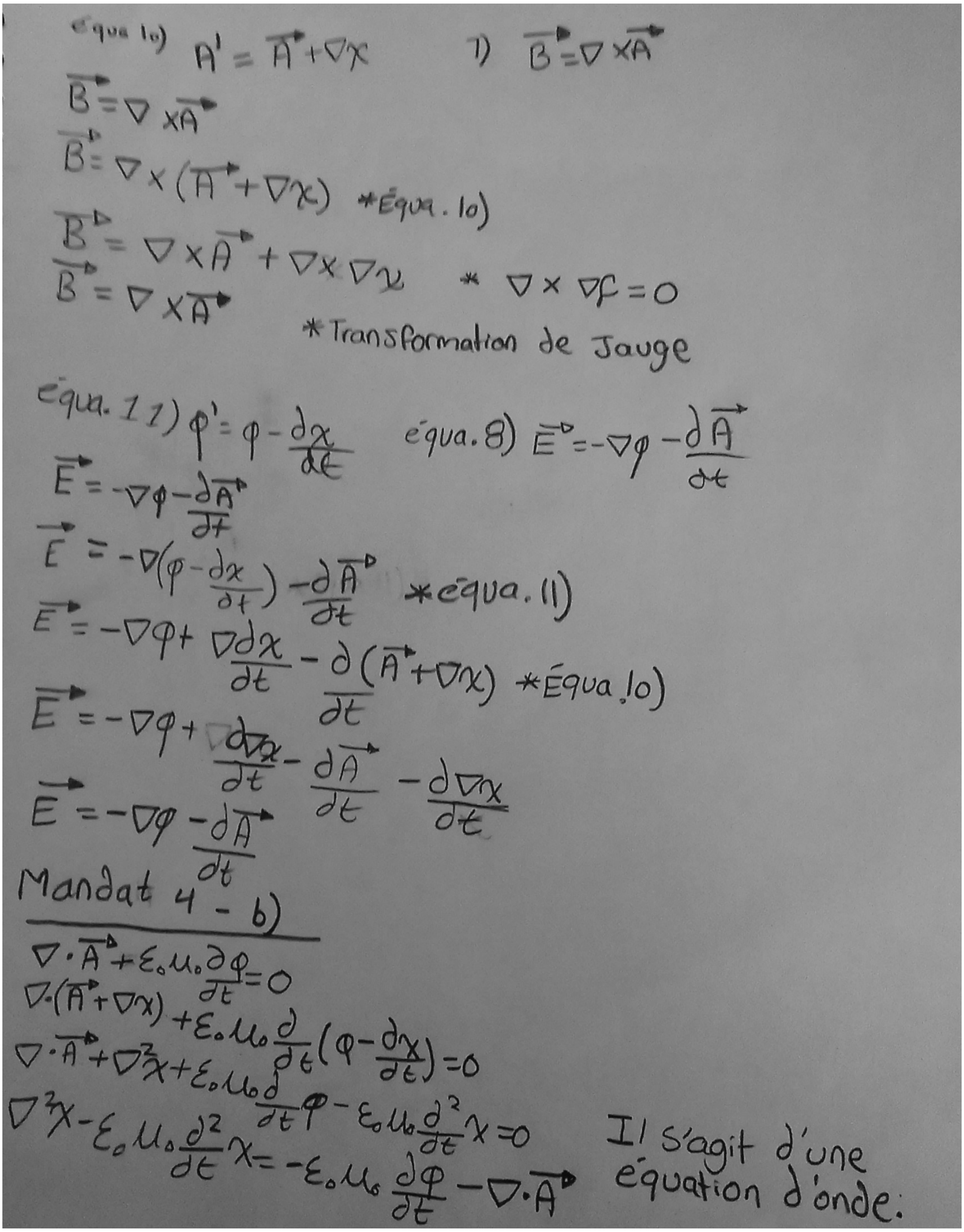
$$-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^3}{\partial^3 t}\varphi = -\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^3}{\partial^3 t}\varphi$$

* Annulation de termes + équa 9) sur $\nabla\cdot\vec{A}$

$$0 = 0$$

Figure 7 – Dérivée temporelle de Phi

4 mandat 4


équa 10) $A' = \vec{A} + \nabla\chi$ 7) $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$

$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$

$\vec{B} = \nabla \times (\vec{A} + \nabla\chi)$ *Équa. 10)

$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} + \nabla \times \nabla\chi$ * $\nabla \times \nabla f = 0$

$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$

*Transformation de Jauge

équa. 11) $\varphi' = \varphi - \frac{\partial\chi}{\partial t}$ équa. 8) $\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$

$\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$

$\vec{E} = -\nabla\left(\varphi - \frac{\partial\chi}{\partial t}\right) - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$ *équa. 11)

$\vec{E} = -\nabla\varphi + \nabla\frac{\partial\chi}{\partial t} - \frac{\partial(\vec{A} + \nabla\chi)}{\partial t}$ *Équa. 10)

$\vec{E} = -\nabla\varphi + \frac{\partial\nabla\chi}{\partial t} - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} - \frac{\partial\nabla\chi}{\partial t}$

$\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$

Mandat 4 - b)

$\nabla\cdot\vec{A} + \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\varphi}{\partial t} = 0$

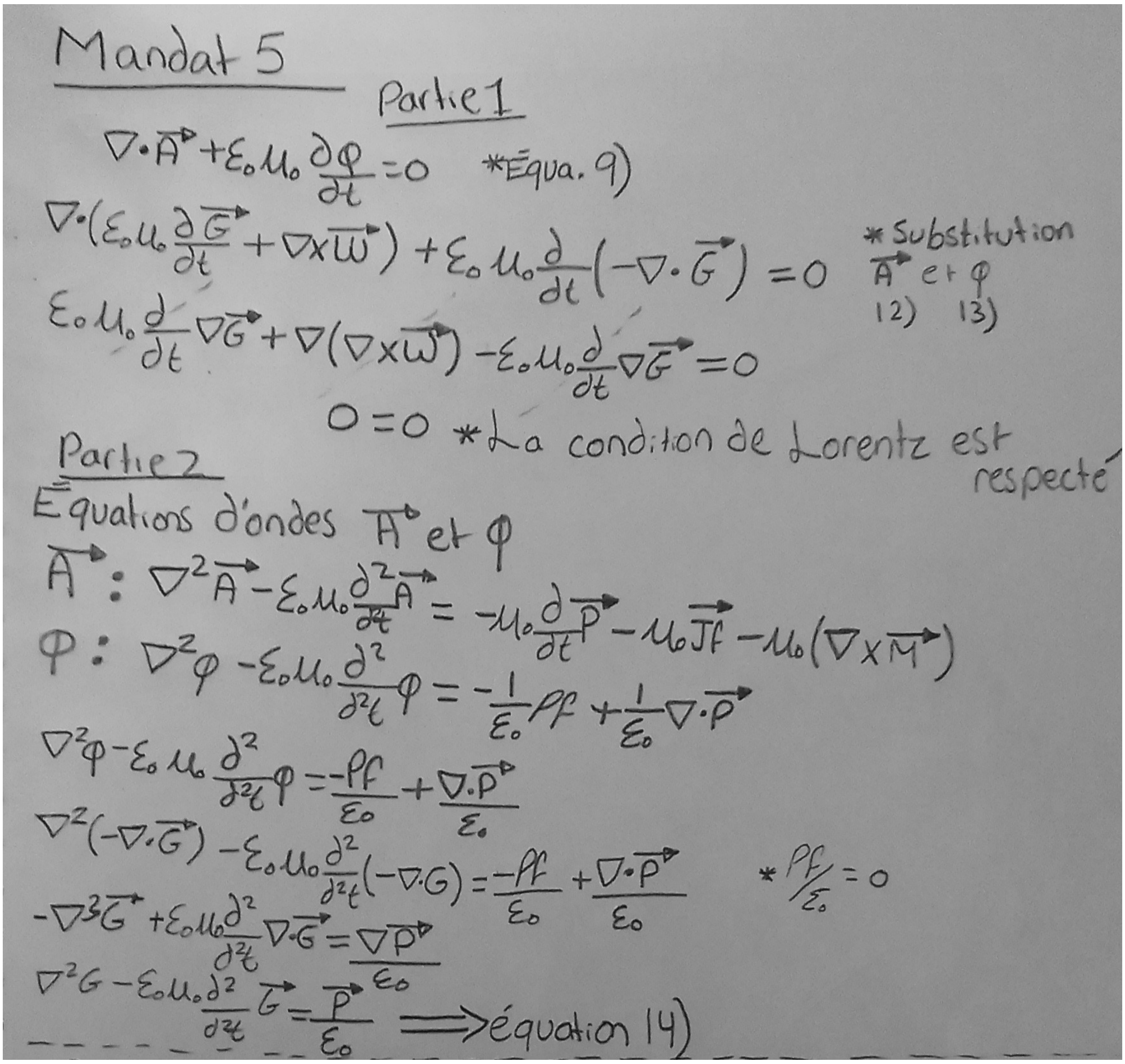
$\nabla\cdot(\vec{A} + \nabla\chi) + \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\left(\varphi - \frac{\partial\chi}{\partial t}\right) = 0$

$\nabla\cdot\vec{A} + \nabla^2\chi + \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\varphi - \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2}{\partial t}\chi = 0$

$\nabla^2\chi - \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2}{\partial t}\chi = -\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\varphi}{\partial t} - \nabla\cdot\vec{A}$ Il s'agit d'une équation d'onde.

Figure 8 – Mandat 4

5 mandat 5



Mandat 5

Partie 1

$\nabla\cdot\vec{A}+\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\varphi}{\partial t}=0$ *Équa. 9)

$\nabla\cdot\left(\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{G}}{\partial t}+\nabla\times\vec{W}\right)+\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\left(-\nabla\cdot\vec{G}\right)=0$ *Substitution $\vec{A}$ et φ 12) 13)

$\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\nabla\vec{G}+\nabla(\nabla\times\vec{W})-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\nabla\vec{G}=0$

$0=0$ *La condition de Lorentz est respecté

Partie 2

Équations d'ondes $\vec{A}$ et φ

$\vec{A}$: $\nabla^2\vec{A}-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t}=-\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\vec{P}-\mu_0\vec{J_f}-\mu_0(\nabla\times\vec{M})$

φ : $\nabla^2\varphi-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2}{\partial^2 t}\varphi=-\frac{1}{\varepsilon_0}\rho_f+\frac{1}{\varepsilon_0}\nabla\cdot\vec{P}$

$\nabla^2\varphi-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2}{\partial^2 t}\varphi=\frac{-\rho_f}{\varepsilon_0}+\frac{\nabla\cdot\vec{P}}{\varepsilon_0}$

$\nabla^2(-\nabla\cdot\vec{G})-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2}{\partial^2 t}(-\nabla\cdot G)=\frac{-\rho_f}{\varepsilon_0}+\frac{\nabla\cdot\vec{P}}{\varepsilon_0}$ $*\rho_f/\varepsilon_0=0$

$-\nabla^3\vec{G}+\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2}{\partial^2 t}\nabla\cdot\vec{G}=\frac{\nabla\vec{P}}{\varepsilon_0}$

$\nabla^2 G-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2}{\partial^2 t}\vec{G}=\frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}$ $\Longrightarrow$ équation 14)

Figure 9 – Mandat 5 - Partie 1 et 2

$$\nabla^2 \vec{A} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{A} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{P} - \mu_0 \vec{J_f} - \mu_0 (\nabla \times \vec{M})$$

$$\nabla^2 \left(\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{G}}{\partial t} + \nabla \times \vec{W} \right) - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial G}{\partial t} + \nabla \times \vec{W} \right) = [\ldots]$$

$$\nabla^2 \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{G}}{\partial t} + \nabla^2 (\nabla \times \vec{W}) - \varepsilon_0^2 \mu_0^2 \frac{\partial^3}{\partial t^3} \vec{G} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla \times \vec{W}) = [\ldots]$$

$$\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\nabla^2 G - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} G \right) + \nabla \times \left(\nabla^2 W - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial^2 t} \vec{W} \right) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{P} - \mu_0 (\nabla \times \vec{M})$$

$$\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\rho}{\varepsilon_0} \right) + \nabla \times (-\mu_0 \vec{M}) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{P} - \mu_0 (\nabla \times \vec{M})$$ *équa 14) 15) Substitution

$$-\mu_0 \frac{\partial \rho}{\partial t} - \mu_0 (\nabla \times \vec{M}) = -\mu_0 \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} - \mu_0 (\nabla \times \vec{M})$$

Figure 10 – Mandat 5 - Partie 2

Références

[1] Yves Bérubé-Lauzière, Ph.D., Professeur, *GUIDE DE L'ÉTUDIANT*, App1 - CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL MULTIVARIABLES ET VECTORIEL , Université de Sherbrooke, Été 2022