	GEL611-1	GEL611-2	GEL665
1. Solution analogique – piste 1			
(a) Diagramme en blocs conceptuel complet	/5		
(b) Niveau de la puissance du signal transmis, calcul du niveau de bruit.	/5		
2. Solution analogique – piste 2			
(a) Schéma de simulation et spectre du signal reçu sans bruit (capturé dans Simulink)		/4	
(b) Calcul de l'indice de modulation et de la largeur de bande	/5		
(c) Mesure du RSB en sortie en simulation		/2	
3. Solution numérique			
(a) Diagramme en bloc conceptuel complet	/10		
(b) Solution de conversion analogique-numérique (nombre de niveaux de quantification, companding)	/5		
(c) Solution pour contraindre la largeur de bande (nombre de niveaux de signalisation, types de filtres)	/5		
(d) Solution de synchronisation et justification		/2	/2
(e) Calcul de la puissance du signal transmis ($P_e = 10^{-4}$)	/5		
(f) Calcul de la capacité de Shannon	/5		
(g) Schéma de simulation et spectre du signal reçu sans bruit (capturé dans Simulink)		/7	
(h) Calcul du RSB en sortie en simulation		/5	
4. Synthèse	/5		
5. Annexe : transformation de variable aléatoire			
(a) Démarche analytique			/18
Total	/50	/20	/20

Nom	Matricule
Nom	Matricule
Commentaires du correcteur (s'il y a lieu)	

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE
Faculté de génie
Département de génie électrique et génie informatique

APP4-RAPPORT

Communications en bande de base et Processus aléatoires
GEL611

Présenté à
Sébastien Roy

Présenté par
Amélie Gagnon – GAGA5241
Mirza Khimjee - KHIM2701
Alexis Juteau – JUTA1101

Sherbrooke – 2 juillet 2024

TABLE DES MATIÈRES

1. SOLUTION ANALOGIQUE – PISTE 1

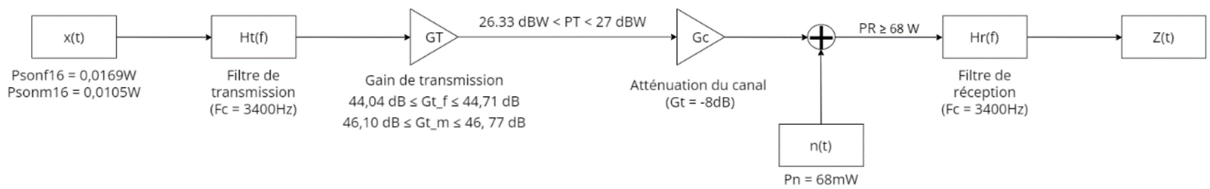


Figure 1 – Diagramme en bloc de la solution analogique (Piste 1)

Le niveau du bruit à l'entrée du récepteur se calcule de la manière suivante :

$$P_N = \frac{N_0}{2} * 2 * B = 20 \frac{\mu W}{Hz} * 3400Hz = 68mW$$

Sachant que le RSB en sortie doit être d'au moins 30dB, la puissance au récepteur se calcule ainsi :

$$RSB_o = \frac{P_R}{P_N} \geq 30dB = 10^3 = 1000$$

$$P_R \geq 1000 * P_N = 68W$$

Sachant qu'il y a une perte de 8dB dans le canal, la puissance au transmetteur se calcule ainsi :

$$P_T \geq P_R * 10^{0.8} = 68W * 10^{0.8} = 429{,}0510W = 26.3251dB$$

La puissance calculée au transmetteur est inférieure à 27 dBW, la contrainte de la puissance moyenne maximale au transmetteur est donc respectée. Il est possible de calculer les puissances moyennes en entrée ainsi:

$$P_{moy\_sonf16} = \frac{\sum_0^n V_{sonf}^2}{n} = 0{,}0169W \qquad \Bigg| \qquad P_{moy\_sonm16} = \frac{\sum_0^n V_{sonm}^2}{n} = 0{,}0105W$$

Par conséquent, il est possible de calculer un gain G_T pour les deux sons :

$$P_T = G_T * P_{in}$$

$$G_{T\,sonf} = \frac{429{,}0510W}{0{,}0169W} = 44{,}0400\ dB \qquad \Bigg| \qquad G_{T\,sonm} = \frac{429{,}0510W}{0{,}0105W} = 46.0968\ dB$$

2. SOLUTION ANALOGIQUE – PISTE 2

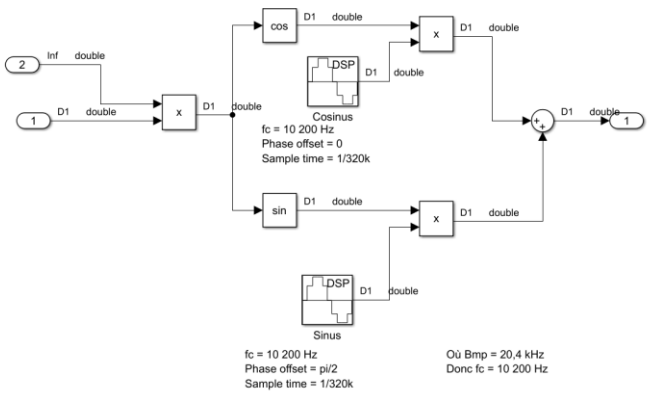


Figure 2 - Schéma interne du modulateur MP (pour β = 2)

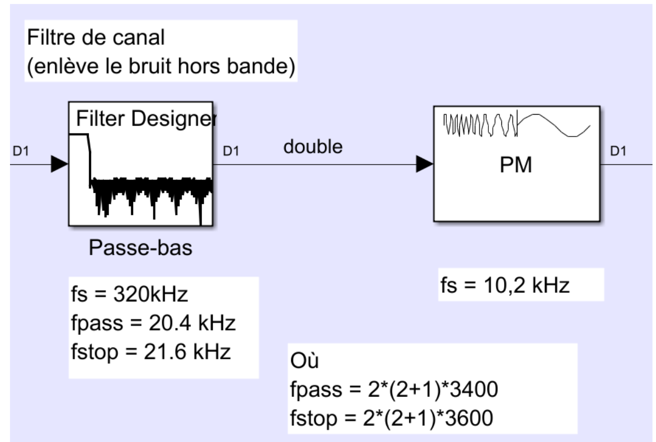


Figure 3 - Paramètres du bloc de démodulation et du filtre canal

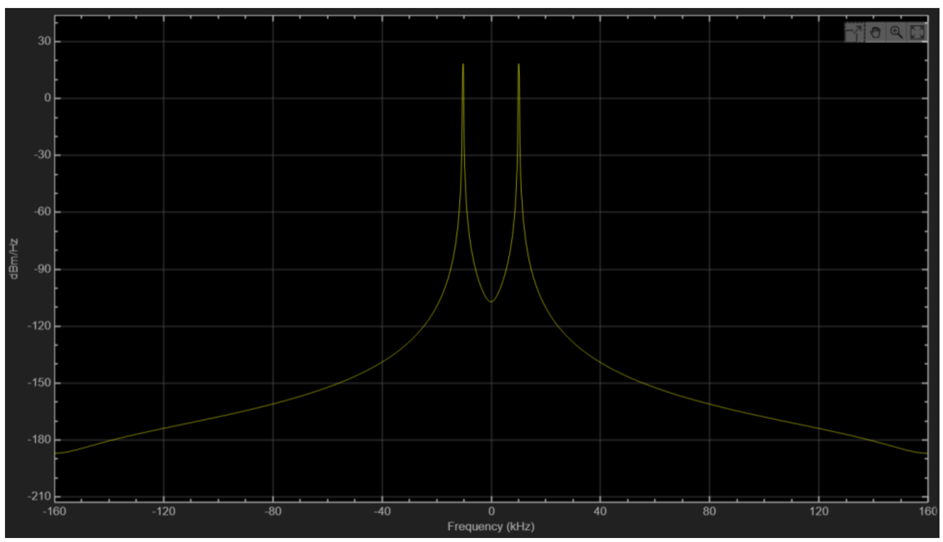


Figure 4 - Spectre du signal reçu sans bruit

Avec un système de modulation de fréquence, le RSBo se calcule de la manière suivante :

$$RSB_o = 3 * \beta^2 * P_M * RPB_R \qquad \beta = \sqrt{\frac{RSB_o}{2 * P_M * RPB_R}}$$

Où Pm correspond à la puissance du signal d'entrée; soit 0,0169W pour le sonf16 et 0,0105W pour le sonm16. Le rapport porteuse sur bruit au transmetteur correspond à :

$$RPB_T = \frac{A_C^2}{2 * N_o * B} = \frac{G_T}{2 * N_o * B}$$

Où Gt correspond à la valeur maximale que le gain peut prendre afin de limiter la puissance maximale de transmission à 27 dBW. Pour calculer la valeur maximale de la tension des signaux d'entrée, les commandes Matlab suivantes ont été utilisées :

- Vmax_sonf = max(Sonf16(:, 2))
- Vmax_sonm = max(Sonm16(:, 2))

Les valeurs maximales de puissance ont donc été calculées :

$P_{\max\_sonf} = V_{\max\_sonf}{}^2 = 0{,}9405W$	$P_{\max\_sonm} = V_{\max\_sonm}{}^2 = 0{,}9569W$

Par conséquent, la valeur maximale du gain peut être calculée :

$G_{T_{max_f}} = \frac{P_{Tmax}}{P_{\max\_sonf}} = \frac{10^{2.7}}{0{,}9405W} = 532.89$	$G_{T_{max_m}} = \frac{P_{Tmax}}{P_{\max\_sonm}} = \frac{10^{2.7}}{0{,}9569W} = 523.76$

Enfin, le RPB au transmetteur peut être calculé :

$RPB_{T_{sonf}} = \frac{532.8877}{2 * 20e^{-6} * 3400} = 3918{,}3$	$RPB_{T_{sonm}} = \frac{523.7640}{2 * 20e^{-6} * 3400} = 3851{,}2$

En raison de l'atténuation du canal, le RPB au récepteur se calcule ainsi :

$RPB_{R_{sonf}} = RPB_{T_f}(dB) - 8 = 27{,}931dB$	$RPB_{R_{sonm}} = RPT_{T_m}(dB) - 8 = 27{,}856dB$

L'indice de modulation peut donc enfin être calculé afin d'atteindre le RSBo de 35 dB :

$$\beta = k_p$$

$\beta_{sonf} = \sqrt{\frac{10^{3.5}}{2 * 0{,}0169 * 10^{2.7931}}} = 10{,}0147$	$\beta_{sonm} = \sqrt{\frac{10^{3.5}}{2 * 0{,}0105 * 10^{2.7856}}} = 12{,}8005$

La largeur de bande nécessaire peut donc finalement être calculée :

$B_{MP_{sonf}} = 2(10{,}01 + 1)3{,}4k = 75\,799{,}6Hz$	$B_{MP_{sonm}} = 2(12{,}8 + 1)3400 = 93\,843{,}4Hz$

Si le β est limité à 1 ou 2, le RSB pour un système modulateur de phase serait limité à :

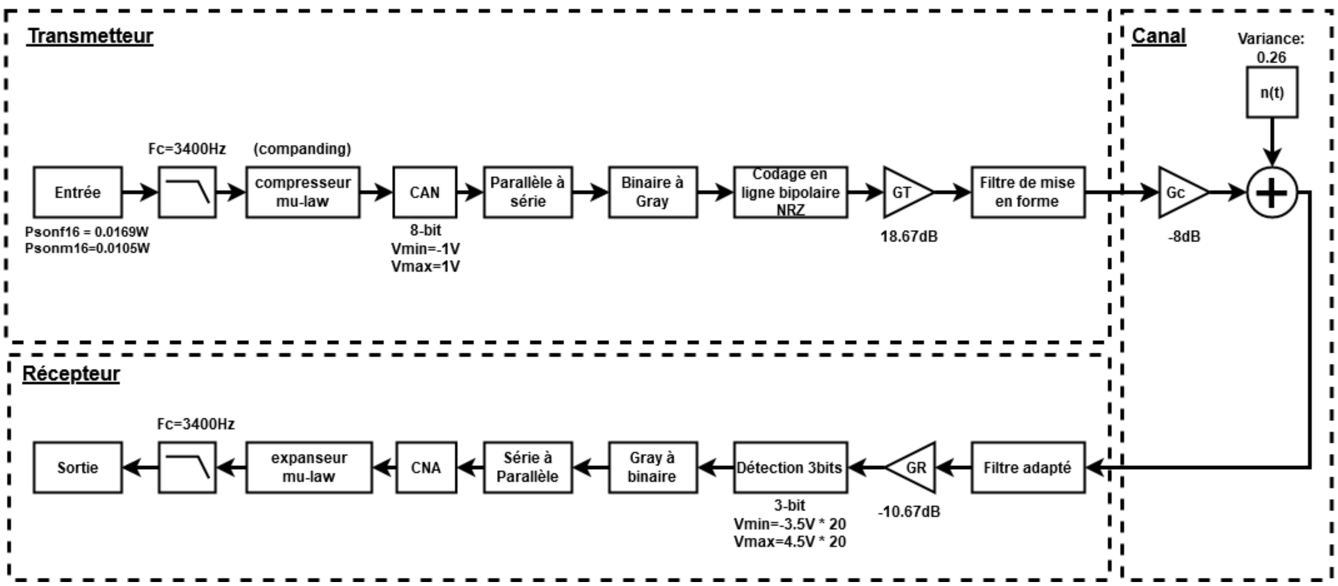
$RSB_{o_{1_{sonf}}} = 1^2 * P_M * RPB_{R_{sonf}} = 10{,}2\ dB$	$RSB_{o_{1_{sonm}}} = 1^2 * P_M * RPB_{R_{sonm}} = 8{,}08\ \mathrm{dB}$
$RSB_{o_{2_{sonf}}} = 2^2 * P_M * RPB_{R_{sonf}} = 16{,}2\ dB$	$RSB_{o_{2_{sonm}}} = 2^2 * P_M * RPB_{R_{sonm}} = 14{,}1\mathrm{dB}$

Pour mesurer le RSB en sortie, il suffit de mesurer la puissance en sortie avec et sans bruit et d'utiliser l'équation suivante : $RSB = P_{sansbruit}/(P_{avecbruit} - P_{sansbruit})$. Le RSBo est plus bas en simulation à cause des imperfections de la simulation numérique.

$RSB_{o_{1_{sonf_{mes}}}} = 8{,}2277dB$	$RSB_{o_{1_{sonm_{mes}}}} = 5{,}2342\text{ dB}$
$RSB_{o_{2_{sonf_{mes}}}} = 13{,}2582dB$	$RSB_{o_{2_{sonm_{mes}}}} = 11{,}7525\text{ dB}$

3. Solution numérique

3.1 Diagramme en bloc conceptuel complet



3.2 SOLUTION DE CONVERSION ANALOGIQUE-NUMÉRIQUE

Sachant que l'on veut un RSBQ ≥ 35 dB :

$$RSBQ(dB) = 6.02 * b + 10{,}8 - 10\log_{10}\left(\frac{Vm^2}{\sigma_x^2}\right) \geq 35\ dB$$

$$b\ \geq \frac{\left(35 + 10\log_{10}\left(\frac{V_m^2}{\sigma_x^2}\right) - 10{,}8\right)}{6{,}02}$$

<u>Cas 1($\sigma_x^2 = 0.0001, V_m = 1$)</u> → $b = 10.6645$ → 12 bits de précision

<u>Cas 2($\sigma_x^2 = 0.01, V_m = 1$)</u> → $b = 7.3422$ → 9 bits de précision

Analyse de la solution avec *companding* : avec les deux valeurs de variance, les valeurs suivantes sont obtenues :

$\sigma_x^2 = 0.0001$ → $10\log_{10}\left(\frac{Vm^2}{\sigma_x^2}\right) = -40$ → $\alpha = -12dB$

$\sigma_x^2 = 0.01$ → $10\log_{10}\left(\frac{Vm^2}{\sigma_x^2}\right) = -20$ → $\alpha = -10dB$

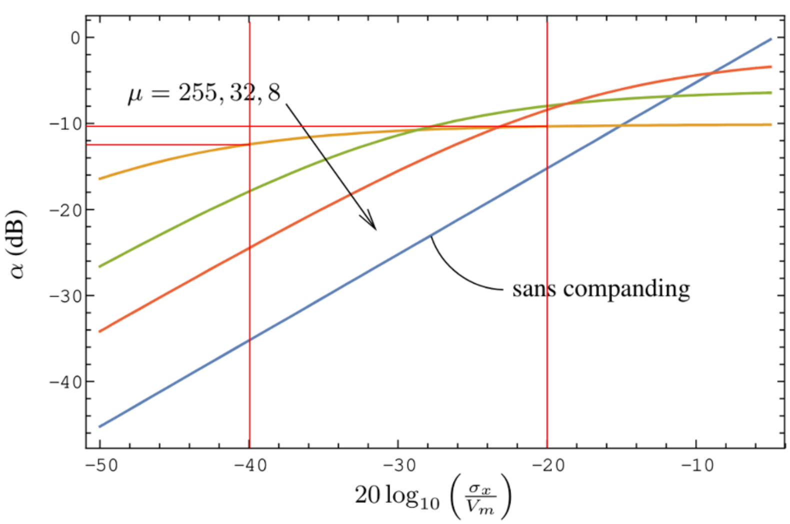


Figure 5 - Détermination des valeurs de alpha

Avec ce graphique, il est possible de voir que les valeurs de α sont inférieure avec *companding* (ligne orange) plutôt que sans (ligne bleu). Ainsi, le *companding* diminuera le nombre de bits nécessaires pour respecter la spécification du rapport signal sur bruit. Dans les deux cas, 8 bits de précision sont nécessaires:

$$RSBQ(dB) = 6.02(b+1) + \alpha = 35$$

$$b = \frac{35+12}{6,02} - 1 = 6,8 \qquad\qquad b = \frac{35+10}{6,02} - 1 = 6,47$$

$$Nb_{bits} = 6,8 + 1 = 7,8 = 8\ bits \qquad\qquad Nb_{bits} = 6,47 + 1 = 7,47 = 8\ bits$$

Le débit binaire nécessaire est donc le suivant pour une fréquence d'échantillonnage de 8kHz :

$$R_b = 8000\ \frac{éch.}{sec.} * 8\ \frac{bits}{éch} = 64\frac{kbits}{sec.}$$

3.3 SOLUTION POUR CONTRAINDRE LA LARGEUR DE BANDE

Étant donné que la largeur de bande sans recouvrement des impulsions nécessaires pour communiquer est donnée par :

$$B_T = R_S$$

$$13\frac{kbits}{sec.} \neq 64\frac{kbits}{sec.}$$

Pour bien déterminer le nombre de niveaux, il faut considérer que plus le nombre de niveaux est élevé, plus la bande passante nécessaire augmente. Cependant, un nombre de niveaux plus élevé permet de transmettre plus de bits par symbole. On choisit d'appliquer un cosinus surélevé pour transmettre 3 bits par impulsion (K=3), soit un encodage à 2^K niveaux (M=8) afin de minimiser la puissance du signal transmis et de respecter les spécifications du client. Alors, le débit des symboles est donné par :

$$R_s = \frac{64000}{bit/niveau} = \frac{64000}{3} = 21,333k\ HZ$$

Avec le débit des symboles, il est possible de déterminer le facteur de *roll-off* nécessaire pour être situé dans la bande passante :

$$B_T \geq \frac{1}{2}(1+r)R_s$$

$$r \leq \frac{2B_T}{R_s} - 1$$

$$r \leq \frac{2 * 13000}{21333} - 1$$

$$r \leq 0,21875$$

Alors, pour respecter les contraintes de largeur de bande, il faut 3 bits par symboles, 8 niveaux et des cosinus surélevés avec un roll-off d'au plus 0,2188.

3.4 Solution de synchronisation et justification

Pour synchroniser le signal au récepteur, une corrélation croisée a été appliquée, à l'aide de Matlab, pour déterminer les délais. Les figures suivantes illustrent la représentation graphique de la corrélation croisée, où que le pic maximal représente le délai (le point où les signaux sont alignés).

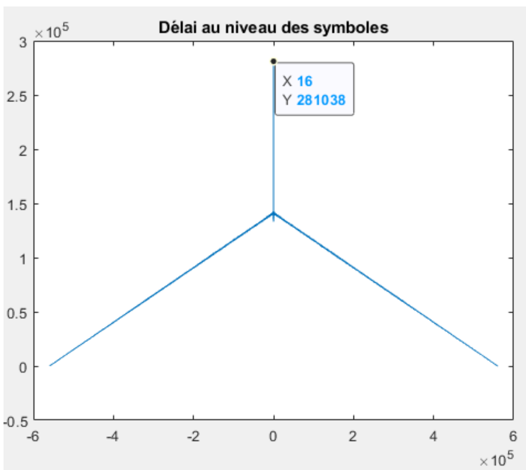


Figure 6 - Graphique de la corrélation croisée pour déterminer le délai des symboles

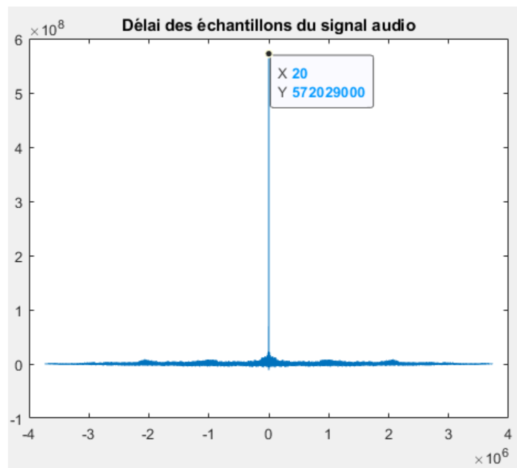


Figure 7 - Graphique de la corrélation croisée pour déterminer le délai des échantillons

Pour assurer la synchronisation, il est impératif que le délai des symboles soit un multiple de huit et que le délai des échantillons soit un multiple de 20. Une fois les délais déterminés, des blocs *Delay* ont été ajoutés sur Simulink à la chaine de communication pour aligner les signaux et ajuster le nombre de bits nécessaire pour avoir le bon nombre de bits décalés.

3.5 Calcul de la puissance du signal transmis

Pour déterminer la puissance du signal transmis, il faut déterminer la probabilité d'erreur de détection sur les bits P_E de 10^{-4}.

$$P_E(M) = \frac{2(M-1)}{M} Q(x)$$

$$(P_E * K) * \frac{M}{2(M-1)} = Q(x)$$

Avec $P_E = 10^{-4}, K = 3\ bits\ et\ M = 8\ niveaux$:

$$Q(x) = (P_E * K) * \frac{M}{2(M-1)}$$

$$Q(x) = 1{,}7143 * 10^{-4}$$

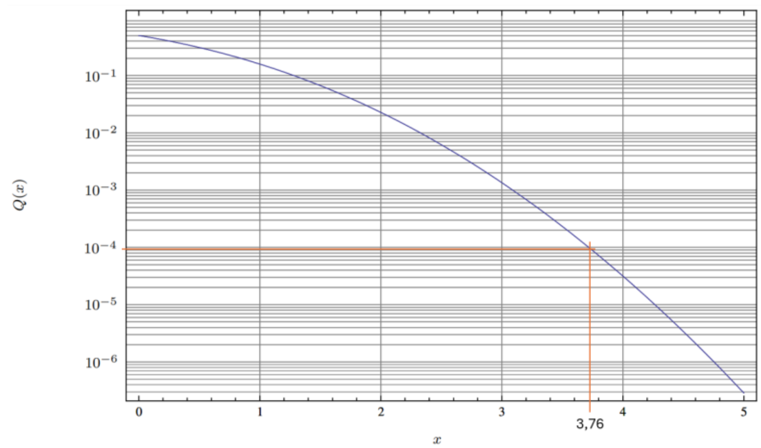


Figure 8 - Graphique de Q(x) en fonction de X

Graphiquement la valeur de X est d'environ 3,76.

$$X = \sqrt{\frac{2Ep}{N_0}}$$

$$\frac{X^2 * N_0}{2} = Ep$$

Avec $N_0 = 20\mu W/Hz$

$$Ep = 141{,}21\mu J$$

Avec l'énergie par symbole Ep, il est possible de calculer la puissance du signal transmis de la manière suivante :

$$\mathrm{P_R} = \frac{Es}{T} = \left(\frac{Ep}{3} * (M^2 - 1)\right) * \frac{1}{T} = 63{,}262$$

$$Pt = \mathrm{Pr_{dB}} + atténuation_{dB} = 10 * \log_{10}(P_R) + atténuation_{dB}$$

$$P_T = 18{,}011 + 8$$

$$P_T = 26{,}011dB$$

3.6 CALCUL DE LA CAPACITÉ DE SHANNON

Par définition, la capacité de Shannon est donnée par l'équation suivante :

$$C = B * log_2(1 + \frac{P_R}{B * N_0})$$

Sachant que la largeur de bande $B = 13\ 000\ Hz$, la puissance transmise $P_R = 63{,}262$ et $N_0 = 20\mu W/Hz$:

$$C = 13000 * log_2\left(1 + \frac{63{,}262}{13000 * 20\mu}\right)$$

$$C = 103{,}12\ kbit/s$$

3.7 SCHÉMA DE SIMULATION ET SPECTRE DU SIGNAL SANS BRUIT

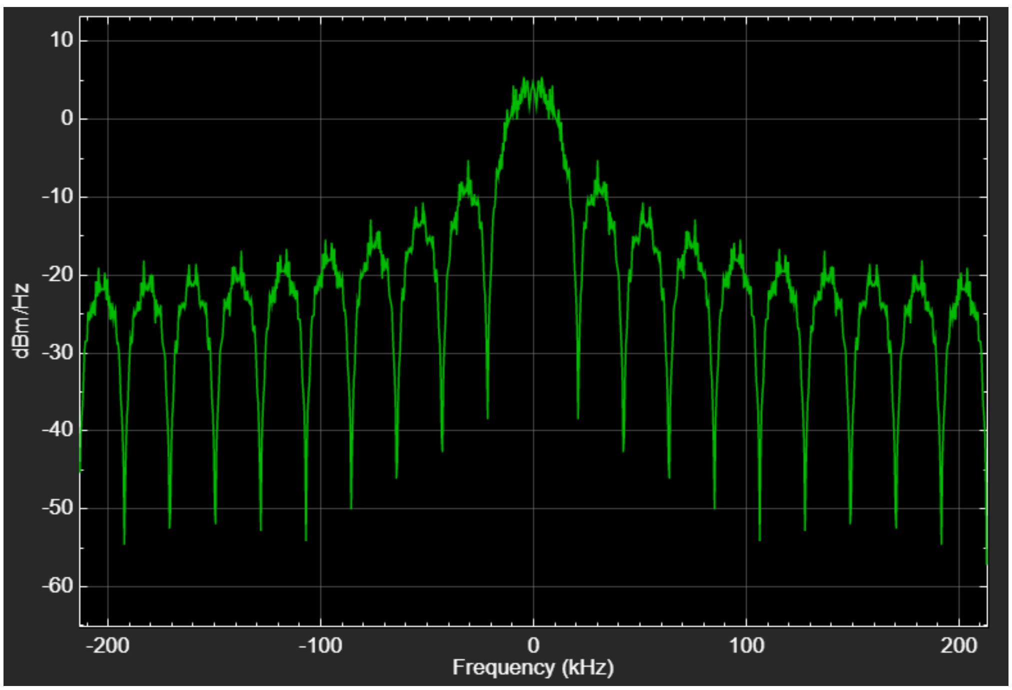


Figure 9 - Spectre du signal Sonm16 sans bruit simulé sur 4,2 secondes

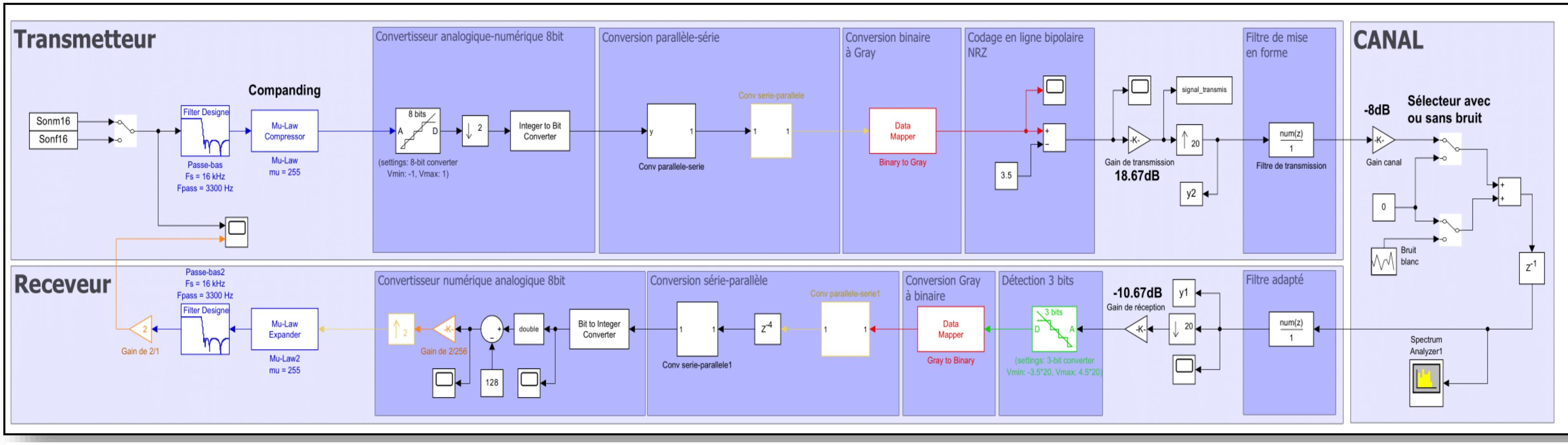


Figure 10 - Schéma de simulation annoté

3.8 MESURE DU RSB EN SORTIE EN SIMULATION

Pour déterminer le RSB en sortie de la simulation, il est possible d'utiliser le modèle Simulink suivant et d'initialiser la variable « b » dans le script Matlab, pour entrer le nombre de bits du convertisseur analogique/numérique :

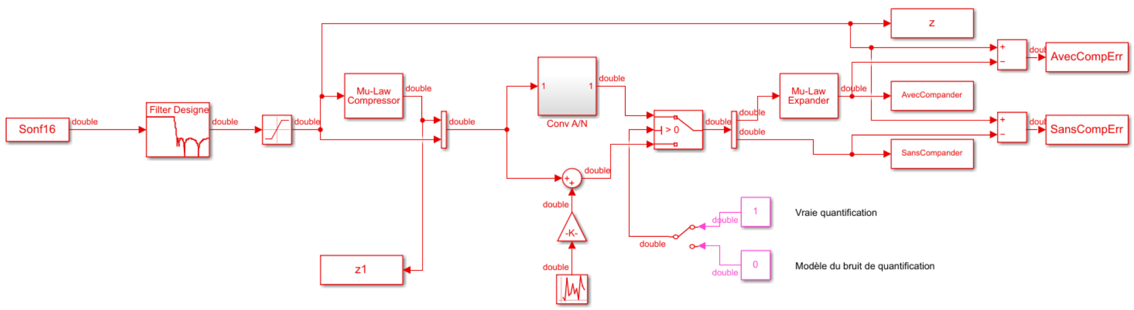


Figure 11 - Simulation du calcul RSB

En utilisant les valeurs de sortie de la simulation dans un script Matlab, il est possible de calculer la valeur du RSB_Q en sortie sans *companding* et avec *companding*.

```
%% RSBQ
b = 7;

% RSBQ sans companding:
RSBQ_sans_Companding = 10*log10(sum(z.^2)/sum(SansCompErr.^2));

% RSBQ avec companding:
RSBQ_avec_Companding = 10*log10(sum(z.^2)/sum(AvecCompErr.^2));
```

Figure 12 - Commandes Matlab pour le calcul du RSBQ

Ce qui permet d'obtenir un $RSB_Q\ sans\ companding = 35{,}6896$ et un $RSB_Q\ avec\ companding = 37{,}8827$.

4. SYNTHÈSE

Il est possible de comparer les deux systèmes pour la mise en place d'une liaison câblée permettant la transmission de la voix en temps réel (qualité téléphonique).

Tableau 1 - Avantages et inconvénients des solutions analogique et numérique

Solutions	Avantages	Inconvénients
Analogique	• Simplicité du système • Faible coût • Faible latence	• Sensible aux interférences (cause du bruit) • Moins de contrôle sur le signal • Plus de bande passante
Numérique	• Plus de contrôle sur le signal (bande passante, P_E, puissance transmise, etc.) • Moins de bruit	• Système plus complexe requis • Latence

Basé sur le tableau précédent des avantages et inconvénients, il est possible de conclure qu'une des solutions pourrait être préférable pour le client. Dans le cadre de la problématique, si le client désire économiser en ressources matérielles et veut un système plus simple, la solution analogique est préférable. Par ailleurs, si le client désire un système avec plus de contrôle, moins de bruit, mais qui est plus complexe, la solution numérique est préférable.

Annexe A TRANSFORMATION DE VARIABLE ALÉATOIRE

No d'équipe	Distribution	Paramètre dist.	Valeur de µ
3	1	A =1.2	100

La fonction de densité de probabilité (fdp) s'exprime :

$$f_X(x) = \begin{cases} A + A^2 x, & x \in \left[-\frac{1}{A}, 0\right] \\ A - A^2 x, & x \in \left[0, \frac{1}{A}\right], \end{cases}$$

$$f_X(x) = \left[u\left(x + \frac{1}{A}\right) - u(x)\right](A + A^2 x) + \left[u(x) - u\left(x - \frac{1}{A}\right)\right](A - A^2 x)$$

Avec l'échelon suivant:

$$u(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$$

Pour le premier intervalle: $-\frac{1}{A} < x \leq 0$

$$u(x) = 0, \text{ Car } x < 0$$

$$u\left(x + \frac{1}{A}\right) = 1, \text{ Car } x + \frac{1}{A} \geq 0$$

$$f_X(x) = [1 - 0](A + A^2 x)$$

Pour le deuxième intervalle: $0 < x \leq \frac{1}{A}$

$$u(x) = 1, \text{ Car } x \geq 0$$

$$u\left(x - \frac{1}{A}\right) = 0, \text{ Car } x - \frac{1}{A} < 0$$

$$f_X(x) = [1 - 0](A - A^2 x)$$

La relation de transformation entre deux variables aléatoires est donnée par:

$$f_X(x) = f_Y\big(g(x)\big)\left|\frac{dg(x)}{dx}\right|$$

$$\left|\frac{dg(x)}{dx}\right| = \frac{1}{\ln(1+\mu)}\frac{\mu}{1+\mu|x|}$$

En substituant $f_X(x)$ et $\left|\frac{dg(x)}{dx}\right|$:

Pour le premier intervalle: $-\frac{1}{A} < x \leq 0$ (Isole $f_Y\big(g(x)\big)$)

$$f_Y\big(g(x)\big) = (A + A^2x)\frac{\ln(1+\mu)(1+\mu|x|)}{\mu}$$

Pour le deuxième intervalle: $0 < x \leq \frac{1}{A}$ (Isole $f_Y\big(g(x)\big)$)

$$f_Y\big(g(x)\big) = (A - A^2x)\frac{\ln(1+\mu)(1+\mu|x|)}{\mu}$$

Avec $A = 1.2$ et $\mu = 100$:

$$f_Y\big(g(x)\big) = (1.2 + 1.44x)\frac{\ln(1+100)(1+100|x|)}{100}$$

$$f_Y\big(g(x)\big) = (1.2 - 1.44x)\frac{\ln(1+100)(1+100|x|)}{100}$$

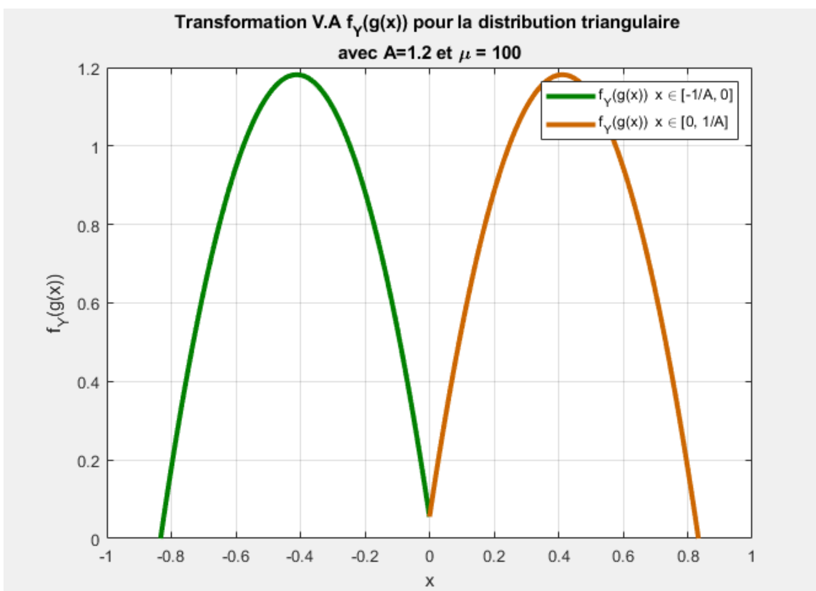


Figure 13 - Transformation V.A