

	GEL611-1	GEL611-2	GEL661-2
1. Solution analogique			
(a) Calcul de β et Δf	/5		
(b) Calcul du RSB_i nécessaire pour $RSB_o = 30$ dB	/5		
(c) Calcul du RSB_i avec accentuation / désaccentuation	/3		
(d) Calcul de la DSP du bruit $\frac{N_0}{2}$	/3		
(e) Sélection de canal et multiplexage en fréquence	/2	/2	
(f) Schéma et résultats de simulation		/2	
(g) Résultats de simulation		/2	
2. Solution numérique			
(a) Calcul du RSB_i pour atteindre $P_B = 10^{-4}$ (pour BPSK, QPSK, 16-QAM)	/8		
(b) Calcul de la DSP du bruit $\frac{N_0}{2}$	/ 5		
(c) Calcul du nombre possible de conversations simultanées avec BPSK, QPSK, 16-QAM	/4		
(d) Solution pour contraindre la largeur de bande (choix des filtres et répartition)	/5		
(e) Solution de synchronisation	/3	/4	
(f) Sélection de canal et multiplexage en fréquence	/2	/2	
(g) Schéma et résultats de simulation		/8	
3. Bruit en bande passante			
(a) Démarche analytique			/20
4. Synthèse	/5		
Total	/50	/20	/20

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE
Faculté de génie
Département de génie électrique et génie informatique

APP5-RAPPORT

Communications avec porteuses et Processus aléatoires
GEL611 et GEL665

Présenté à
Sébastien Roy

Présenté par
Amélie Gagnon – GAGA5241
Mirza Khimjee - KHIM2701
Alexis Juteau – JUTA1101

Sherbrooke – 17 juillet 2024

TABLE DES MATIÈRES

1.	Solution analogique	2
1.1	Calcul de β et Δf	2
1.2	Calcul du RSBi	2
1.3	Calcul du RSBi avec accentuation et désaccentuation	2
1.4	Calcul de la DSP de bruit	3
2.	Solution numérique	7
2.1	Calcul du RSBi pour BPSK et QPSK	7
2.2	Calcul du RSBi pour QPSK	8
2.3	Calcul du RSBi pour 16-QAM	8
2.4	Calcul de la DSP du bruit pour le 16-QAM	10
2.5	Multiplexage temporel	10
2.5.1	BPSK	10
2.5.2	QPSK	11
2.5.3	16-QAM	11
2.6	Largeur de bande	11
2.7	Synchronisation	12
3.	Bruit en bande de base	15
3.1	Conditions découlant de l'espérance	15
3.2	Conditions découlant de l'invariance de Rnn	15

1. SOLUTION ANALOGIQUE

1.1 CALCUL DE β ET Δf

$$B_{MF} = 2 * (\beta + 1) * f_m \rightarrow \beta = \frac{B_{MF}}{2 * f_m} - 1 = \frac{30kHz}{2 * 3400Hz} - 1 = 3,412$$

$$\Delta f = \beta * f_m = 3,412 * 3400 = 11\ 600$$

1.2 CALCUL DU RSBI

$$\frac{RSBo}{RSBi} = 6 * \beta^2 * (\beta + 1) * P_M$$

$$RSBi = \frac{RSBo}{6 * \beta^2 * (\beta + 1) * P_M} = \frac{10^3}{6 * 3,412^2 * (3,412 + 1) * 0,0105W} =$$

Avec $P_{M_{sonm}} = 0,0105W$, $RSBi_{sonm} = 24,9\ dB$

1.3 CALCUL DU RSBI AVEC ACCENTUATION ET DÉSACCENTUATION

Le message n'est pas affecté par la cascade des filtres d'accentuation et de désaccentuation. La puissance en sortie du message reste donc la même. Toutefois, la puissance du bruit est affectée par la désaccentuation :

$$P_{Nout} = \int_{-f_m}^{f_m} S_{Nd_a}(f) |H_{de}(f)|^2 df$$

Tel que démontré par la démarche du numéro 1 (e) du procédural 1, l'amélioration qui est définie par : $A = \frac{P_{Nout}}{P_{Nout+}}$ est d'environ 13 dB. Par conséquent, si le niveau de bruit est réduit de :

$$A = \frac{P_{Nout}}{P_{Nout+}}$$

$$A = \frac{\frac{f_m^3}{f_0}}{3 \left(\frac{f_m}{f_0} - \operatorname{atan} \left(\frac{f_m}{f_0} \right) \right)}$$

Avec $f_m = 3.4\ kHz$ et $f_0 = 460\ Hz$ on trouve $\frac{f_m}{f_0} = 7.3913$

$$A = \frac{7.3913^3}{3 \left(\frac{3400}{460} - \text{atan}(7.3913) \right)}$$

$$A = 22,6027$$

$$A_{dB} = 13,5416 \text{ dB}$$

Avec l'accentuation/désaccentuation, le nouveau RSBi peut être défini comme suit :

$$RSBi_{sonm_acc} = 24,9 \text{ dB} - 13,5416 \text{ dB} = 11,3585 \text{ dB}$$

1.4 CALCUL DE LA DSP DE BRUIT

La première équation correspond à l'équation 28 :

$$RSB_o^{MF} = 3\beta^2 P_M RPB$$

La deuxième équation se trouve à partir de l'équation 29, en isolant RSBo :

$$RSB_o^{MF} = 6\beta^2(\beta + 1)P_M * RPB_i^{MF}$$

En mettant les équations 1 et 2 égales, il est possible de trouver :

$$RPB = 2(\beta + 1)RSB_i^{MF}$$

$$\frac{P_R}{P_N} = 2(\beta + 1)RSB_i^{MF}$$

En isolant P_N et en substituant par sa définition

$$N_o B = \frac{P_R}{2(\beta + 1)RSB_i^{MF}}$$

$$\frac{N_o}{2} = \frac{P_R}{4(\beta + 1)RSB_i^{MF} * B}$$

Avec $P_R = 10 \text{ dB}$

$$\frac{N_o}{2}_{sonm} = \frac{P_R}{4(\beta + 1)RSB_i^{MF} * B}$$

$$\frac{N_o}{2}_{sonm+} = \frac{P_R}{4(\beta + 1)RSB_i^{MF} * B}$$

$$\begin{aligned} \frac{N_o}{2}_{sonm} &= \frac{10}{4 * (3,412 + 1)10^{2,49} * 3400} \\ &= 0,54 \mu W / Hz \mu W \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{N_o}{2}_{sonm} &= \frac{10}{4 * (3,412 + 1)10^{1,134} * 3400} \\ &= 12,19 \mu W / Hz \end{aligned}$$

1.5 SÉLECTION DE CANAL ET MULTIPLEXAGE EN FRÉQUENCE

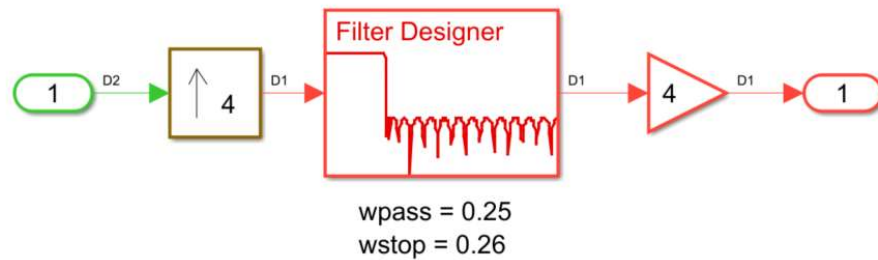


Figure 1 - Changement de taux

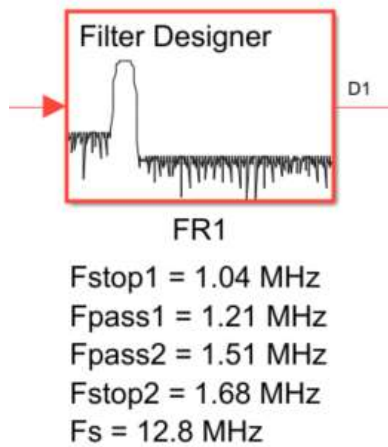


Figure 2 - Paramètres des filtres FR1 et FR2

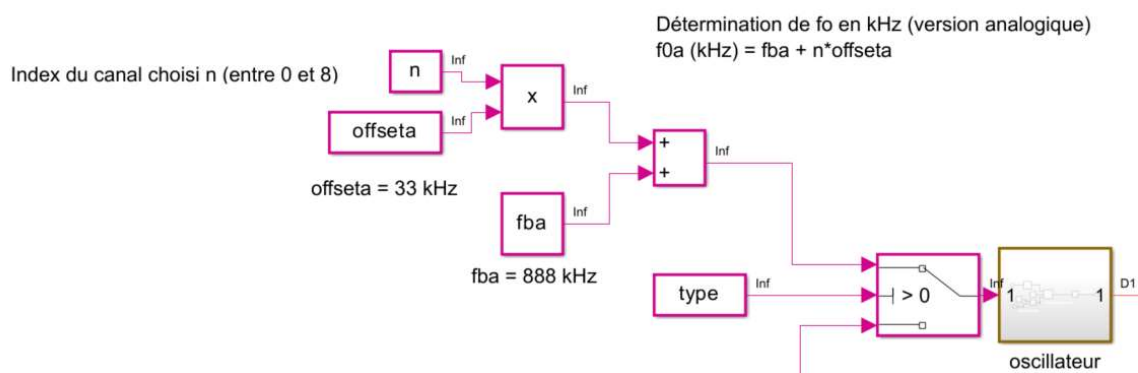


Figure 3 - Paramètres de l'oscillateur – solution analogique

1.6 SCHÉMA DU CIRCUIT ANALOGIQUE

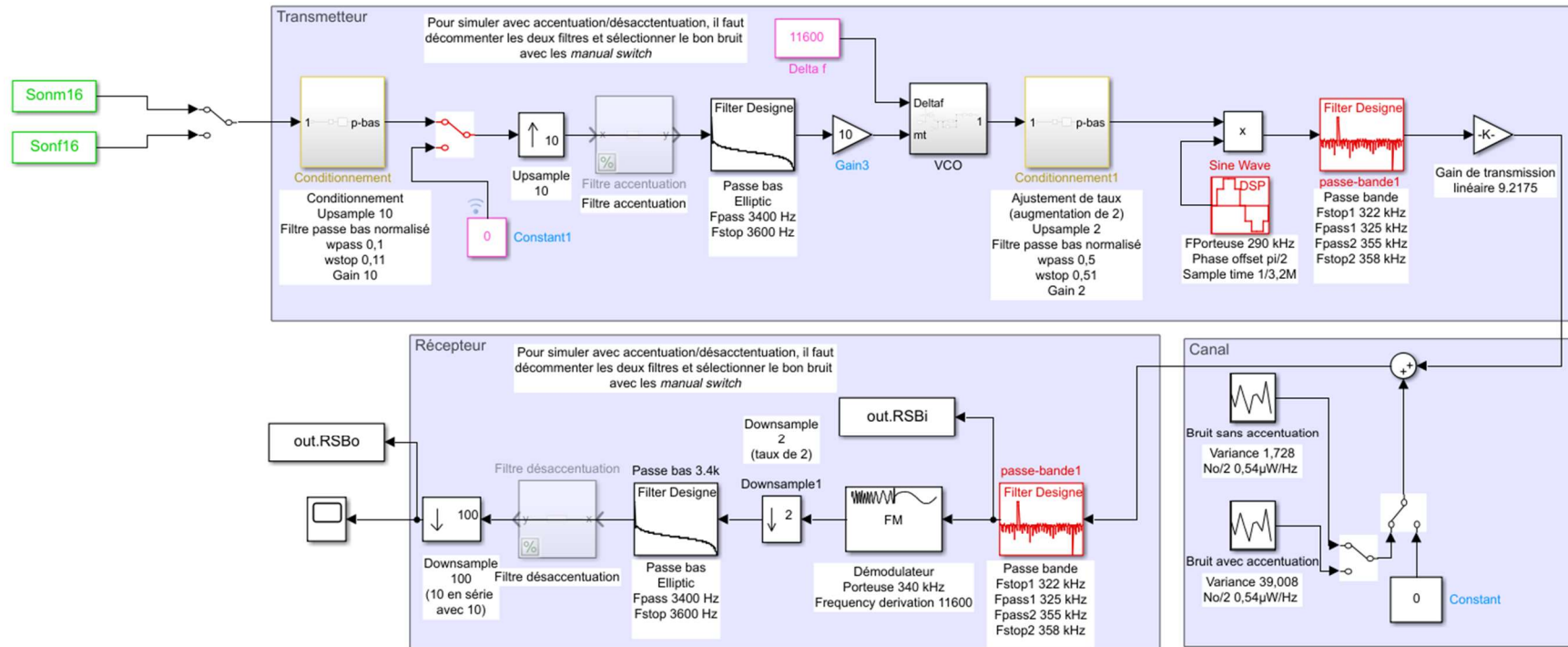


Figure 4 - Schéma Simulink pour la solution analogique, avec et sans accentuation/désaccentuation

1.7 RÉSULTATS DE SIMULATION – CALCUL DU RSBi ET RSBo

Les modulations de fréquences étant non linéaires, la mesure du RSB ne peut pas se faire en mesurant séparément le signal et le bruit. On procède donc comme suit:

1- Simuler avec seulement le signal désiré (pas de bruit) et mesurer la puissance du signal de sortie RSBi et RSBo (voir section 1.6), dénotée P_s

2- Refaire une simulation avec le signal et le bruit mesurer la puissance du signal de sortie dénotée P_{sb}

3- Le RSB est calculé comme suit: $P_s / (P_{sb} - P_s)$

Pour légèrement plus de précision, le transitoire au début du signal de sortie est éliminé en rejetant les 4000 premiers échantillons.

```
7 - Pout = sum(out.RSBi(4000:end).^2)/length(out.RSBi(4000:end));
8 - Ps = 12.786263576121646;
9 - Psb = 12.820434886305176;
10 - RSBi = Ps / (Psb-Ps);
11 - RSBi_dB = pow2db(RSBi);
12
13 - disp(['RSBi = ', num2str(RSBi_dB), ' dB'])
14 - disp(' ')
15
```

Command Window

```
RSBi = 25.7308 dB

RSBo2 = 29.6619 dB

RSBi_acc = 12.0727 dB
RSBo2_acc = 29.2441 dB
```

Figure 5 - Code Matlab pour le calcul du RSBi et RSBo

Les résultats théoriques sont un RSBi sans accentuation de 24,9dB et un RSBo de 30dB, ce qui est très similaire au résultat de simulation, soit 25,73dB et 29,66dB. Pour les résultats théoriques avec accentuation/désaccentuation, le RSBi est de 11,35dB et le RSBo est de 30dB, ce qui est encore une fois similaire au résultat de simulation, soit 12,07dB et 29,24dB.

2. SOLUTION NUMÉRIQUE

2.1 CALCUL DU RSBi POUR BPSK ET QPSK

L'équation de probabilité d'erreur sur les bits s'applique également à BPSK et QPSK en réception cohérente :

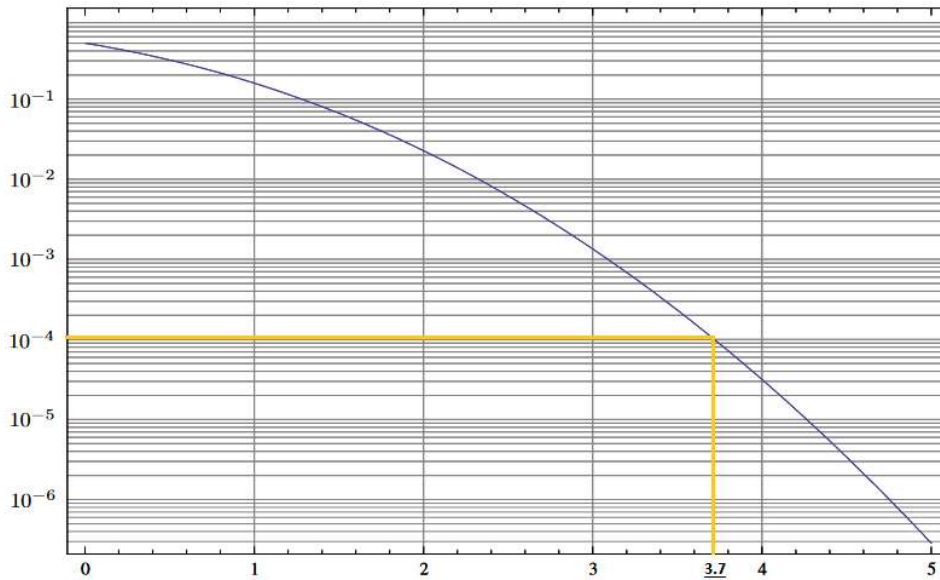
$$P_B = q(x) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

$$x = 3,7$$

$$3,7 \approx \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}$$

$$E_b \approx \frac{3,7^2 N_0}{2}$$

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{3,7^2}{2} = 6,845$$



Le RSBi pour le BPSK se calcul de la manière suivante :

$$RSB_i = \frac{P_S}{P_N} = \frac{E_b * R_B}{N_0 * B_T} = \frac{E_b}{N_0} * \frac{85k}{95k} = 6,845 * \frac{85k}{95k} = 6,1245$$

$$RSB_i = 7,8707 \text{ dB}$$

2.2 CALCUL DU RSBI POUR QPSK

En QPSK, il y a 2 rails donc la fréquence des bits double :

$$RSB_i = \frac{E_b * R_B}{N_0 * B_T} = \frac{E_b}{N_0} * \frac{2 * 85k}{95k} = 6,845 * \frac{170k}{95k} = 12,248$$
$$RSB_i = 10,881 \text{ dB}$$

2.3 CALCUL DU RSBI POUR 16-QAM

Puisque le 16-QAM est une modulation M-aire, la formule de la probabilité d'erreur sur les symboles correspond à :

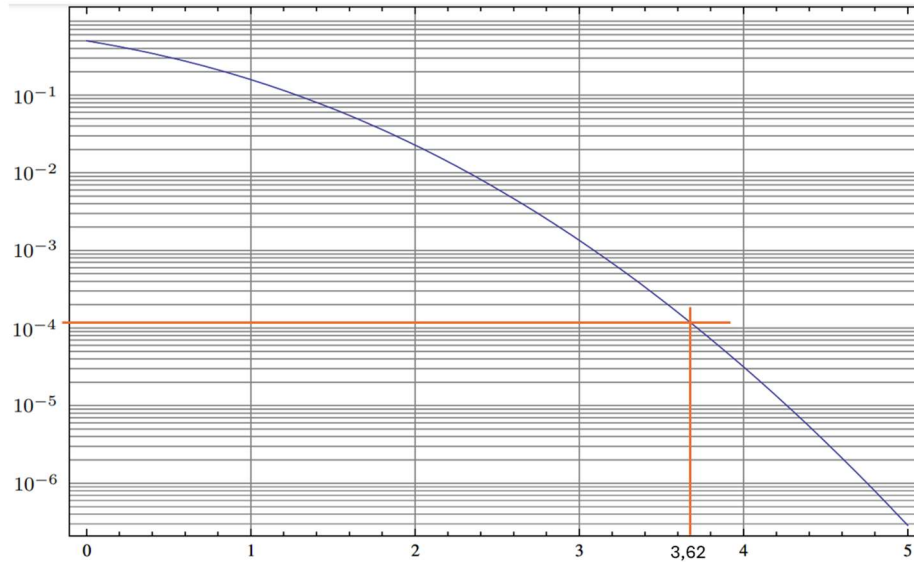
$$P_e(M) = \log_2(M) P_B = \log_2(4) * 10^{-4} = 2^{-4}$$

Où

$$2^k = M = 16 \rightarrow k = 4 \frac{\text{bits}}{\text{symboles}} \rightarrow \frac{4 \frac{\text{bits}}{\text{symboles}}}{2 \text{ rails}} = 2 \frac{\text{bits}}{\text{symboles}} \rightarrow M = 2^2 = 4 \frac{\text{niveaux}}{\text{rail}}$$

À partir de la probabilité d'erreur sur les symboles, il est possible de calculer le ration $\frac{E_p}{N_0}$ à partir de la formule suivante :

$$P_e(M) = \frac{2(M-1)}{M} Q\left(\sqrt{\frac{2E_p}{N_0}}\right)$$
$$Q(x) = P_e(M) * \frac{M}{2(M-1)} = 2^{-4} * \frac{4}{2(4-1)} = \frac{4^{-4}}{3} \rightarrow x = 3,62$$



$$3,62 = \sqrt{\frac{2E_p}{N_0}}$$

$$\frac{E_p}{N_0} = \frac{3,62^2}{2} = 6,5522$$

À partir de cette valeur, il est possible de trouver l'énergie moyenne par symbole :

$$\bar{E}_s = \frac{E_p}{3} (M^2 - 1)$$

Puisque seule la valeur de $\frac{E_p}{N_0}$ est connue, il est possible de modifier la formule :

$$\frac{\bar{E}_s}{N_0} = \frac{E_p}{N_0 * 3} (M^2 - 1) = \frac{6,5522}{3} * (4^2 - 1) = 32,761$$

L'énergie par symbole est deux fois plus élevée puisqu'il y a deux rails : $\frac{2 * \bar{E}_s}{N_0} = 65,522$

Le RSBi pour le 16-QAM se calcul de la manière suivante :

$$RSB_i = \frac{P_S}{P_N} = \frac{\bar{E}_s * R_S}{N_0 * B_T} = \frac{\bar{E}_s}{N_0} * \frac{170k}{95k} = 65,522 * \frac{170k}{95k} = 117,25$$

$$RSB_i = 20,69 \text{ dB}$$

2.4 CALCUL DE LA DSP DU BRUIT POUR LE 16-QAM

$$P_R = 10 \text{ dB}$$

$$P_B = 10^{-4}$$

$$RSB_i = \frac{P_S}{P_N} \rightarrow P_N = \frac{P_S}{RSB_i} = \frac{10}{117,25} = 85,29 \text{ mW}$$

$$P_N = \frac{N_0}{2} * 2 * B_T$$

$$\frac{N_0}{2} = \frac{P_N}{2 * B_T} = \frac{85,29 \text{ mW}}{2 * 95 \text{ kHz}} = 0,449 \mu\text{W/Hz}$$

2.5 MULTIPLEXAGE TEMPOREL

Spécifications de la problématique :

Préambule	Message	Temps de garde
20 bits	128 symboles	2 périodes de symboles

2.5.1 BPSK

$$BPSK: \frac{1 \text{ bits}}{\text{symboles}}$$

Sachant que le débit binaire est de 85 kbits / sec, il est possible de calculer le nombre de paquets possible à envoyer :

$$nb_{paquet \text{ BPSK}} \left(85k \frac{\text{bits}}{s} \right) = \frac{85k \frac{\text{bits}}{s}}{(20 + 128 + 2) \frac{\text{bits}}{\text{paquets}}} = 566,6 \frac{\text{paquets}}{s}$$

Le débit effectif de bits correspond donc à :

$$R_{eff \text{ BPSK}} = 566,6 \frac{\text{paquets}}{s} * 128 \frac{\text{bits}}{s} = 72 \, 533,3 \frac{\text{bits}}{s}$$

Le nombre de conversion possible à envoyer se calcul donc comme ceci :

$$Nb_{conv \text{ BPSK}} = \frac{R_{eff \text{ BPSK}}}{R_{eff \text{ seuil}}} = \frac{72 \, 533,3 \frac{\text{bits}}{s}}{64k \frac{\text{bits}}{s}} = 1,13 \rightarrow 1 \text{ conversation}$$

2.5.2 QPSK

$$QPSK: \frac{2bits}{symboles}$$

$$R_{eff_{QPSK}} = R_{eff_{BPSK}} * 2 = 145\,066,7 \frac{bits}{s}$$

$$Nb_{conv} = \frac{R_{eff_{QPSK}}}{R_{eff_{seuil}}} = \frac{145\,066,7 \frac{bits}{s}}{64k \frac{bits}{s}} = 2,26 \rightarrow 2 \text{ conversation}$$

2.5.3 16-QAM

$$16 - QAM: \frac{4bits}{symboles}$$

$$R_{eff_{16-QAM}} = R_{eff_{BPSK}} * 4 = 290\,133,2 \frac{bits}{s}$$

$$Nb_{conv} = \frac{R_{eff_{QPSK}}}{R_{eff_{seuil}}} = \frac{290\,133,2 \frac{bits}{s}}{64k \frac{bits}{s}} = 4,53 \rightarrow 4 \text{ conversations}$$

2.6 LARGEUR DE BANDE

Pour limiter la largeur de bande, on utilise des filtres adaptés de type cosinus surélevé avec un facteur r déterminé à cet effet :

$$B = \frac{1}{2} (1 + r) * R_s$$

$$r = \frac{B}{R_s} - 1 = \frac{95000}{85000} - 1 = 0.1176$$

2.7 SYNCHRONISATION

Pour synchroniser le système, quelques éléments sont en jeu pour créer un système de récupération de l'horloge. La constante de 110 permet d'établir l'amplitude d'un pic. En étant légèrement plus faibles que l'impulsion que nous devons trouver, nous obtenons seulement les pics désirés. Le détecteur de pic, quant à lui, détecte seulement un changement au niveau de l'amplitude entre l'échantillon actuel et le précédent, ce qui permet de déterminer un pic. Pour savoir s'il s'agit du bon pic, on utilise une opération logique AND avec le seuil. De plus, le compteur incrémente sa valeur à chaque pas et correspond à l'horloge des symboles, soit 10 échantillons de simulation dans notre cas. Le compteur est remis à zéro lorsqu'il y a un pic, ce qui permet de détecter le début d'un paquet. Il est à noter que le compteur est connecté aux *latches*, ce qui permet de lier le système de récupération de l'horloge et les rails I et Q.

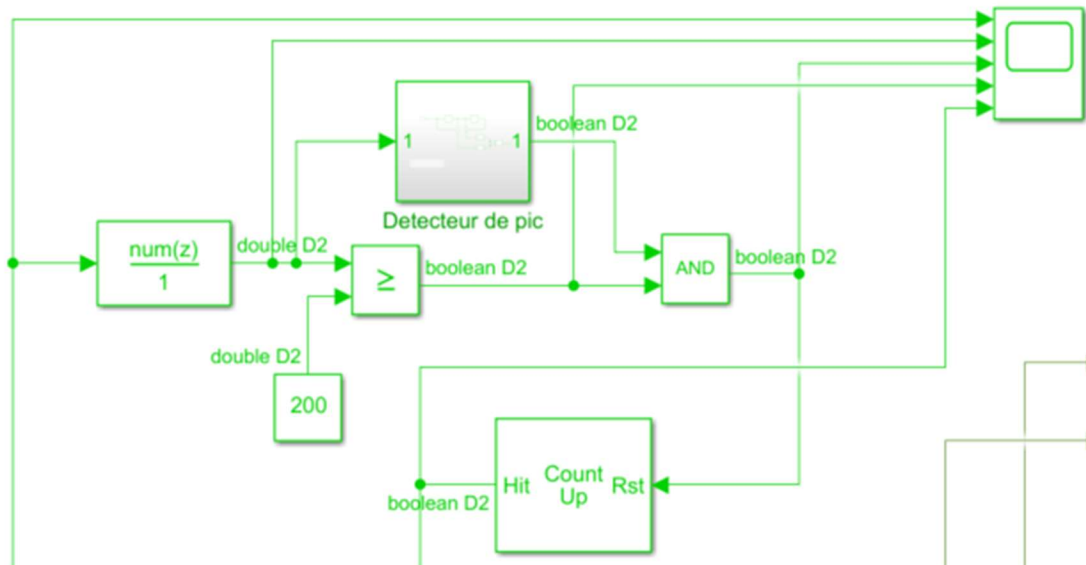


Figure 7 : Module de synchronisation

2.8 SÉLECTION DE CANAL ET MULTIPLEXAGE EN FRÉQUENCE

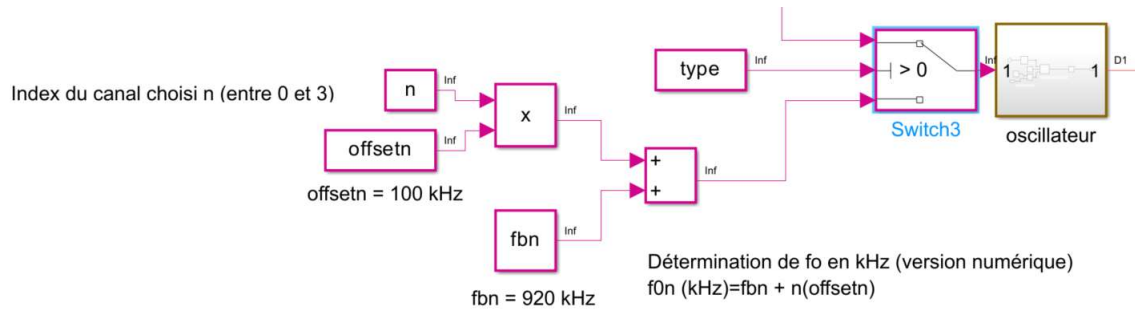


Figure 6 - Paramètres de l'oscillateur - solution numériques

2.9 SCHÉMA ET RÉSULTAT DE SIMULATION

2.9.1 VARIANCE QPSK

$$P_N = \frac{P_S}{RSB_i} = \frac{10}{12,248} = 0,816 \text{ W}$$

$$\frac{N_0}{2} = \frac{P_N}{2 * B_T} = \frac{85,29 \text{ mW}}{2 * 95 \text{ kHz}} = 4,297 \mu\text{W/Hz}$$

Puisque la fréquence d'échantillonnage utilisée dans la simulation est de 2,72 MHz, la variance du bruit se calcul ainsi :

$$\sigma^2 = 4,297 \frac{\mu\text{W}}{\text{Hz}} * 2 * 2,72 \text{ MHz} = 11,688 \text{ W}$$

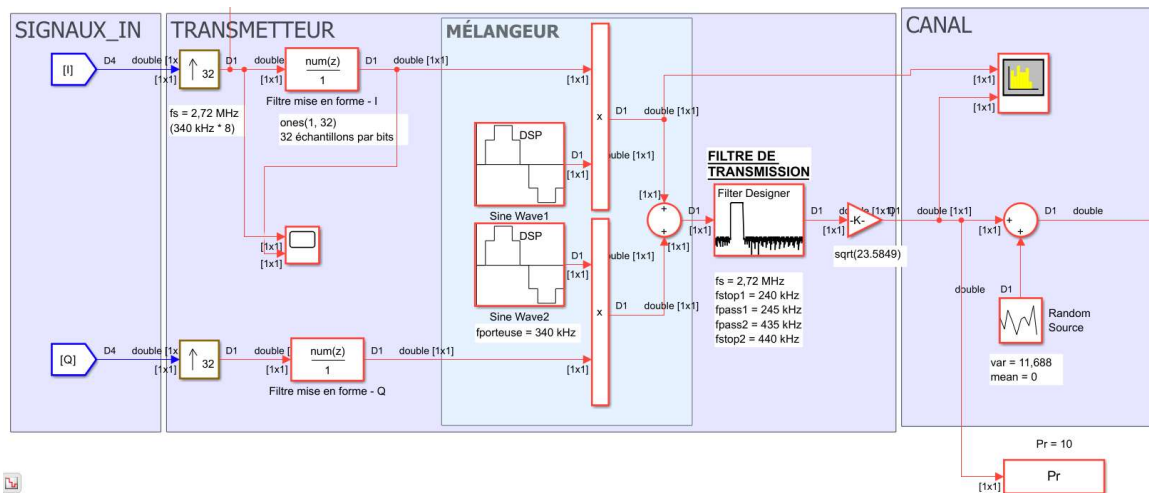


Figure 7 - Schéma de la solution numérique - partie 1

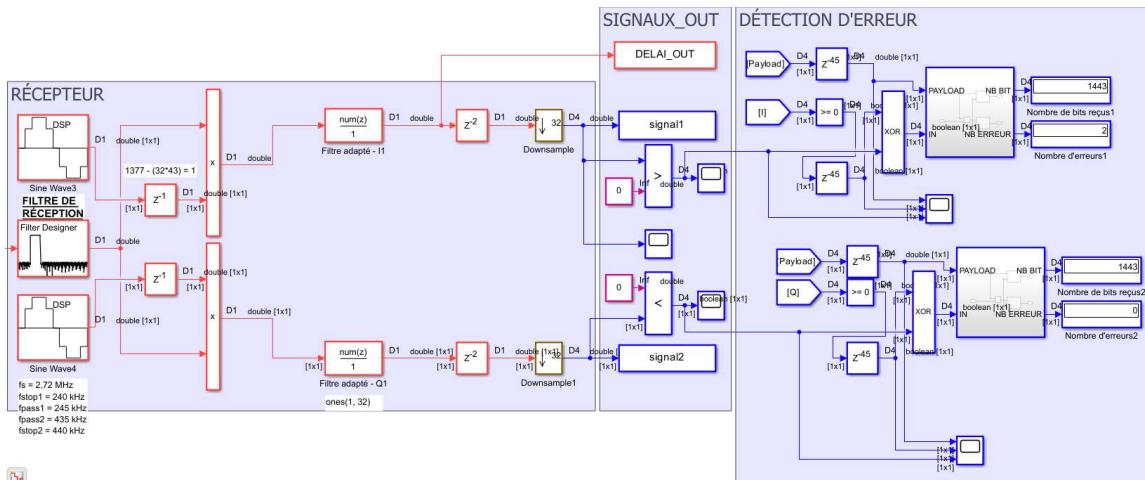


Figure 8 - Schéma de la solution numérique - partie 2

3. BRUIT EN BANDE DE BASE

On cherche à déterminer quelles caractéristiques statistiques devraient posséder des processus aléatoires en bande de base $x(t)$ et $y(t)$ pour que le processus aléatoire réel $n(t)$, à moyenne nulle, à bande étroite centrée sur f_c et en possédant la propriété de stationnarité au sens large, puisse s'exprimer :

$$n(t) = x(t) \cos(2\pi f_c t) - y(t) \sin(2\pi f_c t)$$

3.1 CONDITIONS DÉCOULANT DE L'ESPÉRANCE

Selon l'explication du document d'accompagnement de la problématique :

$$E\{X(t)\} = 0$$

$$E\{Y(t)\} = 0$$

3.2 CONDITIONS DÉCOULANT DE L'INVARIANCE DE RNN

$$R_{nn}(\tau) = E\{n(t)n(t+\tau)\}$$

$$\begin{aligned} R_{nn}(\tau) &= E\left\{(x(t) \cos(2\pi f_c t) - y(t) \sin(2\pi f_c t)) \right. \\ &\quad \left. * (x(t+\tau) \cos(2\pi f_c(t+\tau)) - y(t+\tau) \sin(2\pi f_c(t+\tau)))\right\} \\ R_{nn}(\tau) &= E\left\{\begin{aligned} &[x(t)x(t+\tau)\cos(2\pi f_c t)\cos(2\pi f_c(t+\tau))] \\ &- [x(t)y(t+\tau)\cos(2\pi f_c t)\sin(2\pi f_c(t+\tau))] \\ &- [y(t)x(t+\tau)\sin(2\pi f_c t)\cos(2\pi f_c(t+\tau))] \\ &+ [y(t)y(t+\tau)\sin(2\pi f_c t)\sin(2\pi f_c(t+\tau))] \end{aligned}\right\} \end{aligned}$$

Puisque la fonction est stationnaire aux sens larges, $E\{X + Y\}$ peut s'exprimer $E\{X\} + E\{Y\}$:

$$\begin{aligned} R_{nn}(\tau) &= E\{x(t)x(t+\tau)\cos(2\pi f_c t)\cos(2\pi f_c(t+\tau))\} \\ &\quad - E\{x(t)y(t+\tau)\cos(2\pi f_c t)\sin(2\pi f_c(t+\tau))\} \\ &\quad - E\{y(t)x(t+\tau)\sin(2\pi f_c t)\cos(2\pi f_c(t+\tau))\} \\ &\quad + E\{y(t)y(t+\tau)\sin(2\pi f_c t)\sin(2\pi f_c(t+\tau))\} \end{aligned}$$

Puisque la fonction est stationnaire aux sens larges, les cosinus sont constants et peuvent donc être sortis de l'espérance :

$$\begin{aligned}
R_{nn}(\tau) &= E\{x(t)x(t+\tau)\}\cos(2\pi f_c t)\cos(2\pi f_c(t+\tau)) \\
&\quad - E\{x(t)y(t+\tau)\}\cos(2\pi f_c t)\sin(2\pi f_c(t+\tau)) \\
&\quad - E\{y(t)x(t+\tau)\}\sin(2\pi f_c t)\cos(2\pi f_c(t+\tau)) \\
&\quad + E\{y(t)y(t+\tau)\}\sin(2\pi f_c t)\sin(2\pi f_c(t+\tau))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{nn}(\tau) &= R_{xx}(\tau)\cos(2\pi f_c t)\cos(2\pi f_c(t+\tau)) - R_{xy}(\tau)\cos(2\pi f_c t)\sin(2\pi f_c(t+\tau)) \\
&\quad - R_{yx}(\tau)\sin(2\pi f_c t)\cos(2\pi f_c(t+\tau)) + R_{yy}(\tau)\sin(2\pi f_c t)\sin(2\pi f_c(t+\tau))
\end{aligned}$$

Selon les identités trigonométriques suivantes :

$$\cos\alpha * \cos\beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)}{2}$$

$$\sin\alpha * \sin\beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}{2}$$

$$\sin\alpha * \cos\beta = \frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{2}$$

$$\cos\alpha * \sin\beta = \frac{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)}{2}$$

Les termes de l'équation peuvent s'exprimer :

$$\begin{aligned}
\cos(2\pi f_c t)\cos(2\pi f_c(t+\tau)) &= \frac{\cos(2\pi f_c t - [2\pi f_c(t+\tau)]) + \cos(2\pi f_c t + [2\pi f_c(t+\tau)])}{2} \\
&= \frac{\cos(2\pi f_c(t-t-\tau)) + \cos(2\pi f_c(t+t+\tau))}{2} \\
&= \frac{\cos(-2\pi f_c \tau) + \cos(2\pi f_c(2t+\tau))}{2} = \frac{\cos(2\pi f_c \tau) + \cos(2\pi f_c(2t+\tau))}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\cos(2\pi f_c t)\sin(2\pi f_c(t+\tau)) &= \frac{\sin(2\pi f_c t + [2\pi f_c(t+\tau)]) - \sin(2\pi f_c t - [2\pi f_c(t+\tau)])}{2} \\
&= \frac{\sin(2\pi f_c(2t+\tau)) - \sin(-2\pi f_c \tau)}{2} = \frac{\sin(2\pi f_c(2t+\tau)) + \sin(2\pi f_c \tau)}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sin(2\pi f_c t)\cos(2\pi f_c(t+\tau)) &= \frac{\sin(2\pi f_c t + [2\pi f_c(t+\tau)]) + \sin(2\pi f_c t - [2\pi f_c(t+\tau)])}{2} \\
&= \frac{\sin(2\pi f_c(2t+\tau)) + \sin(-2\pi f_c \tau)}{2} = \frac{\sin(2\pi f_c(2t+\tau)) - \sin(2\pi f_c \tau)}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sin(2\pi f_c t)\sin(2\pi f_c(t+\tau)) &= \frac{\cos(2\pi f_c t - [2\pi f_c(t+\tau)]) - \cos(2\pi f_c t + [2\pi f_c(t+\tau)])}{2} \\
&= \frac{\cos(-2\pi f_c \tau) - \cos(2\pi f_c(2t+\tau))}{2} = \frac{\cos(2\pi f_c \tau) - \cos(2\pi f_c(2t+\tau))}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{nn}(\tau) = & R_{xx}(\tau) \left(\frac{\cos(2\pi f_c \tau) + \cos(2\pi f_c (2t + \tau))}{2} \right) \\
& - R_{xy}(\tau) \left(\frac{\sin(2\pi f_c (2t + \tau)) + \sin(2\pi f_c \tau)}{2} \right) \\
& - R_{yx}(\tau) \left(\frac{\sin(2\pi f_c (2t + \tau)) - \sin(2\pi f_c \tau)}{2} \right) \\
& + R_{yy}(\tau) \left(\frac{\cos(2\pi f_c \tau) - \cos(2\pi f_c (2t + \tau))}{2} \right)
\end{aligned}$$

Puisque la fonction est stationnaire au sens large, la fonction d'autocorrélation doit être invariante dans le temps, ce qui implique l'égalité suivante:

$$\begin{aligned}
0 = \frac{1}{2} [& R_{xx}(\tau) \cos(2\pi f_c (2t + \tau)) - R_{xy}(\tau) \sin(2\pi f_c (2t + \tau)) - R_{yx}(\tau) \sin(2\pi f_c (2t + \tau)) \\
& - R_{yy}(\tau) \cos(2\pi f_c (2t + \tau))]
\end{aligned}$$

Donc,

$$R_{xx}(\tau) = R_{yy}(\tau)$$

$$R_{xy} = -R_{yx}$$

$$\begin{aligned}
R_{nn}(\tau) = \frac{1}{2} [& R_{xx}(\tau) \cos(2\pi f_c \tau) - R_{xy}(\tau) \sin(2\pi f_c \tau) + R_{yx}(\tau) \sin(2\pi f_c \tau) \\
& + R_{yy}(\tau) \cos(2\pi f_c \tau)]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{nn}(\tau) = \frac{1}{2} [& R_{xx}(\tau) \cos(2\pi f_c \tau) - R_{xy}(\tau) \sin(2\pi f_c \tau) - R_{yx}(\tau) \sin(2\pi f_c \tau) \\
& + R_{yy}(\tau) \cos(2\pi f_c \tau)]
\end{aligned}$$

$$R_{nn}(\tau) = \frac{1}{2} \left[\cos(2\pi f_c \tau) (R_{xx}(\tau) + R_{yy}(\tau)) + \sin(2\pi f_c \tau) (R_{yx}(\tau) - R_{xy}(\tau)) \right]$$

$R_{nn}(\tau) = \cos(2\pi f_c \tau) R_{xx}(\tau) + \sin(2\pi f_c \tau) R_{yx}(\tau)$
--

Ou bien

$R_{nn}(\tau) = \cos(2\pi f_c \tau) R_{yy}(\tau) + \sin(2\pi f_c \tau) R_{xy}(\tau)$
--

4. SYNTHÈSE

Pour répondre au mandat de Ultracom, deux méthodes de transmission de signal sonore ont été utilisées.

La méthode analogique

La méthode analogique est relativement simple à mettre en œuvre et offre une bonne qualité de transmission. Elle utilise divers types de modulation, tels que la modulation d'amplitude (AM) et la modulation de phase (PM). Il est également possible de réserver un bloc de fréquences et de le diviser en plusieurs canaux sélectionnables, comme c'est le cas pour la radio FM. Cependant, la méthode analogique présente des limitations en termes d'optimisation de la bande passante et de robustesse contre les interférences par rapport à la méthode numérique.

La méthode numérique

La méthode numérique est plus complexe et implique plusieurs étapes de conception, nécessitant une compréhension du flux de données transmis. Elle permet une optimisation de la transmission des données en limitant la bande passante utilisée, en optimisant le débit binaire, et en réduisant la probabilité d'erreur de transmission. Qui plus est, elle offre la possibilité de gérer le nombre de conversations simultanées. Des techniques de communication, le QAM-16 améliorent également l'efficacité de la transmission. Par ailleurs, il est assez facile de compter le nombre de bits et le nombre d'erreurs pour s'assurer de la qualité de la communication.

Recommandation

Si Ultracom désire une approche plus simple, mais avec moins de contrôle sur la communication, la méthode analogique est plus appropriée. En revanche, si Ultracom désire un système plus fiable et qui possède plusieurs axes de contrôle, la méthode numérique est plus appropriée.