UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE
Faculté de génie
Département de génie électrique et génie informatique

RAPPORT ÉDIFICE MAL AU CŒUR

Mathématiques de base de l'ingénieur
GEN124

Présenté à
Karina Lebel, ing. PhD.

Présenté par
François Giguère – gigf1905
Alexis Juteau – juta1101

Sherbrooke – 22 septembre 2021

1. CIRCUIT DE RÉCEPTION

1.1 CALCUL ET VALEUR LA RÉSISTANCE DE CHARGE POUR MAXIMISER LA PUISSANCE

D'abord, il faut trouver P_{MAX} (puissance maximale) pour le circuit de réception. Pour se faire, ne connaissant pas la tension aux bornes de R_{out}, mais plutôt celle de V_{in}, il faut utiliser une autre formule pour la puissance : $P = I^2 * R$. Finalement, il faut trouver la dérivée de celle-ci. La procédure est la suivante :

$$P = VI \rightarrow P = I^2 R$$

$$I_{total} = \frac{V_{in}}{R_c + R_{out}}$$

$$P_{out} = \left(\frac{V_{in}}{R_c + R_{out}}\right)^2 \cdot R_{out} \rightarrow \frac{V_{in}^2 \cdot R_{out}}{\left(R_c + R_{out}\right)^2}$$

$$\frac{dR_{out}}{dP_{out}} = \frac{V_{in}^2 \cdot \left(R_c + R_{out}\right)^2 - V_{in}^2 R_{out} \cdot 2 \cdot \left(R_c + R_{out}\right)}{\left[\left(R_c + R_{out}\right)^2\right]^2}$$

$$= \frac{1}{\left(R_c + R_{out}\right)^4} . \left[\left(V_{in}^2\left(R_c + R_{out}\right)^2\right) - \left(V_{in}^2 R_{out} \cdot \left(2 \cdot \left(R_c + R_{out}\right)\right)\right)\right]$$

$$= \frac{1}{\left(R_c + R_{out}\right)^4} \cdot V_{in}^2\left[\left(R_c + R_{out}\right)^2 - 2R_{out} \cdot \left(R_c + R_{out}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{\left(R_c + R_{out}\right)^4} \cdot V_{in}^2\left(R_c + R_{out}\right) \cdot \left[R_c + R_{out} - 2R_{out}\right]$$

$$= \frac{V_{in}^2\left(R_c + R_{out} - 2R_{out}\right)}{\left(R_c + R_{out}\right)^3} \rightarrow \frac{V_{in}^2\left(R_c - R_{out}\right)}{\left(R_c + R_{out}\right)^3}$$

Ensuite, il faut optimiser en trouvant le maxima de la dérivée. Dans cette optique, la dérivée doit être égale à 0.

$$\frac{V_{in}^2 (R_c - R_{out})}{(R_c + R_{out})^3} = 0$$

$$V_{in}^2 (R_c - R_{out}) = 0 \times (R_c + R_{out})^3$$

$$\frac{V_{in}^2 (R_c - R_{out})}{V_{in}^2} = \frac{0}{V_{in}^2}$$

$$R_c - R_{out} = 0$$

$$R_c = R_{out}$$

Finalement, pour maximiser la puissance, la résistance R_{OUT} doit être égale à R_C.

2. ANALYSE DES SIGNAUX TRANSMIS

2.1 ÉQUATIONS ANALYTIQUES POUR MODÉLISER LES SIGNAUX TRANSMIS

D'une part, il faut dérivée les équations des signaux V1, V2 et V3.

Signal 1 (V_1):

$$\{t \in \mathbb{R} | 0 \leq t \leq T\} = [0, T]$$

$$V_1\ (t) = A_1 \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

$$V_1\text{'}\ (t) = \frac{A_1 2\pi}{T} \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

Signal 2 (V_2):

$$V_2\ (t) = \frac{4A_2}{T} t + b \rightarrow \left[0,\ \frac{T}{4}\right]$$

$$V_2\ (t) = \frac{-4A_2}{T} t + b \rightarrow \left[\frac{T}{4},\ \frac{3T}{4}\right]$$

$$V_2\ (t) = \frac{4A_2}{T} t + b \rightarrow \left[\frac{3T}{4}, T\right]$$

$$V_2'\ (t) = \frac{4A_2}{T}$$

$$V_2'\ (t) = \frac{-4A_2}{T}$$

Signal 3 (V_3):

$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$

$$h = x$$

$$k = y$$

$$V_3(t) = a\left(x - \frac{T}{4}\right)^2 + A_3$$

$$a = \frac{-A_3}{\left(-\frac{T}{4}\right)^2} = \frac{-16A_3}{T^2}$$

$$V_3(t) = \frac{-16A_3}{T^2}\left(t - \frac{T}{4}\right)^2 + A_3 \rightarrow \left[0, \frac{T}{2}\right]$$

$$V_3(t) = \frac{16A_3}{T^2}\left(t - \frac{3T}{4}\right)^2 - A_3 \rightarrow \left[\frac{T}{2}, T\right]$$

$$V_3'(t) = \frac{-16A_3}{T^2} \cdot 2\left(t - \frac{T}{4}\right) \rightarrow \frac{-32A_3}{T^2}\left(t - \frac{T}{4}\right)$$

$$V_3'(t) = \frac{16A_3}{T^2} \cdot 2\left(t - \frac{3T}{4}\right) \rightarrow \frac{32A_3}{T^2}\left(t - \frac{3T}{4}\right)$$

2.2 CALCUL DES VALEURS RMS DES DÉRIVÉES DES SIGNAUX V1, V2 ET V3

Par la suite on utilise la formule du RMS aves la dérivée des signaux.

Signal 1 (V_1):

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left(\frac{A_1 2\pi}{T}\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)\right)^2 dt}$$

$$= \frac{A_1 2\pi}{T}\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \frac{1+\cos\left(\frac{2\cdot 2\pi t}{T}\right)}{2}dt}$$

$$= \frac{A_1 2\pi}{T}\sqrt{\frac{1}{2T}\int_0^T 1+\cos\left(\frac{4\pi t}{T}\right)dt}$$

$$\int_0^T 1dt + \int_0^T \cos\left(\frac{4\pi t}{T}\right)dt$$

$$\int_0^T 1dt = t$$

$$\int_0^T \cos\left(\frac{4\pi t}{T}\right)dt \to \cos(u)dt$$

$$u = \frac{4\pi t}{T}$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{4\pi}{T}\cdot du$$

$$du\frac{T}{4\pi} = dt$$

$$\int_0^T \cos(u)\frac{T}{4\pi}du$$

$$\frac{T}{4\pi}\int_0^T \cos(u)du$$

$$\left[t+\sin\left(\frac{4\pi t}{T}\right)\cdot\frac{T}{4\pi}+c\right]_0^T$$

$$\left(T+\sin\left(\frac{4\pi T}{T}\right)\cdot\frac{T}{4\pi}+C\right)$$

$$-$$

$$\left(0+\sin\left(\frac{4\pi 0}{T}\right)\cdot\frac{T}{4\pi}+C\right)$$

$$=\left(T+\sin(4\pi)\right)\cdot\frac{T}{4\pi}$$

$$= \frac{A_1 2\pi}{T}\sqrt{\frac{1}{2T}\cdot\left(T+\sin(4\pi)\right)\frac{T}{4\pi}}$$

$$= \frac{A_1 2\pi}{T}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2T}\sin(4\pi)\cdot\frac{T}{4\pi}}$$

$$RMSv_1'(t) = \frac{A_1 2\pi}{T}\sqrt{\frac{1}{2}}$$

Signal 2 (V_2):

$$= \frac{1}{T}\int_{0}^{\frac{T}{4}} \left(\frac{4A_2}{T}\right)^2 \mathrm{dt} + \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{3T}{4}} \left(-\frac{4A_2}{T}\right)^2 \mathrm{dt} + \int_{\frac{3T}{4}}^{T} \left(\frac{4A_2}{T}\right)^2 \mathrm{dt}$$

$$= \left(\frac{4A_2}{T}\right)^2 \frac{1}{T}\int_{0}^{\frac{T}{4}} 1\mathrm{dt} + \int_{\underline{T}}^{\frac{3T}{4}} 1\mathrm{dt} + \int_{\underline{3T}}^{T} 1\,\mathrm{dt}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{4A_2}{T}\right)^2 \frac{1}{T}\int_{0}^{\frac{T}{4}} 1\mathrm{dt} + \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{3T}{4}} 1\mathrm{dt} + \int_{\frac{3T}{4}}^{T} 1\,\mathrm{dt}}$$

$$= \frac{4A_2}{T}\sqrt{\frac{1}{T}\int_{0}^{\frac{T}{4}} 1\mathrm{dt} + \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{3T}{4}} 1\mathrm{dt} + \int_{\frac{3T}{4}}^{T} 1\,\mathrm{dt}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T}\left([t+c]_{0}^{\frac{T}{4}} + [t+c]_{\frac{T}{4}}^{\frac{3T}{4}} + [t+c]_{\frac{3T}{4}}^{T}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T}\left(\frac{T}{4} + \left(\frac{3T}{4} - \frac{T}{4}\right) + \left(T - \frac{3T}{4}\right)\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T}\left(\frac{T}{4} + \frac{2T}{4} + \frac{T}{4}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T} \cdot T}$$

$$= \sqrt{1}$$

Donc $= \frac{4A_2}{T} \cdot \sqrt{1} \rightarrow RMS v_2\text{'}(t) = \frac{4A_2}{T}$

Signal 3 (V_3):

$$x = \frac{1}{T} \int_{0}^{\frac{T}{2}} \left(\frac{-32A_3}{T^2} \cdot \left(t - \frac{T}{4}\right) \right)^2 + \int_{\frac{T}{2}}^{T} \left(\frac{32A_3}{T^2} \left(t - \frac{3T}{4}\right) \right)^2$$

$$f(t) = \sqrt{x}$$

$$\left(\frac{-32A_3}{T^2} \right)^2 \int_{0}^{\frac{T}{2}} \left(t - \frac{T}{4}\right)^2 \mathrm{dt}$$

$$\left(\frac{32A_3}{T^2} \right) \int_{\frac{T}{2}}^{2T} \left(t - \frac{3T}{4}\right)^2 \mathrm{dt}$$

$$u_1 = t - \frac{T}{4}$$

$$u_2 = t - \frac{3T}{4}$$

$$du = 1\,\mathrm{dt}$$

$$\int_{0}^{\frac{T}{2}} (u_1)^2 du + \int_{\frac{T}{2}}^{T} (u_2)^2 du$$

$$\left[\frac{1}{3} \cdot (u_1)^3 \right]_0^{\frac{T}{2}} + \left[\frac{1}{3} \cdot (u_2)^3 \right]_{\frac{T}{2}}^{T}$$

$$\left(\frac{T}{2} - \frac{T}{4}\right)^3 - \left(0 - \frac{T}{4}\right)^3 = \left(\frac{T}{4}\right)^3 - \left(\frac{-T}{4}\right)^3 = \frac{T^3}{64} - \frac{-T^3}{64} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2T^3}{64} = \frac{2T^3}{192} \rightarrow \frac{T^3}{96}$$

$$\left(T - \frac{3T}{4}\right)^3 - \left(\frac{T}{2} - \frac{3T}{4}\right)^3 = \left(\frac{T}{4}\right)^3 - \left(\frac{-T}{4}\right)^3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{2T^3}{64} = \frac{2T^3}{192} \rightarrow \frac{T^3}{96}$$

$$\left(\frac{-32A_3}{T^2} \right)^2 \cdot \frac{T^3}{96} + \left(\frac{32A_3}{T^2} \right)^2 \cdot \frac{T^3}{96}$$

$$\frac{1024A_3^2}{T^4} \cdot \frac{T^3}{96} + \frac{1024A_3^2}{T^4} \cdot \frac{T^3}{96}$$

$$\frac{2048A_3^2}{96T} \rightarrow \frac{64A_3^2}{3T}$$

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \frac{64A_3^2}{3T}} - \sqrt{\frac{64A_3^2}{3T^2}}$$

$$RMSv_3\text{'}(t) = \frac{8A_3}{\sqrt{3}T}$$

2.3 CONDITIONS SUR LES AMPLITUDES DES SIGNAUX.

Puis on compare les signaux pour obtenir les états des équations, sois 1 ou 0.

$$RMS$$
$$v_1\text{'}(t) = \frac{A_1 2\pi}{T\sqrt{2}}$$
$$v_2\text{'}(t) = \frac{4A_2}{T}$$
$$v_3\text{'}(t) = \frac{8A_3}{\sqrt{3}T}$$

$$\frac{A_1 2\pi}{T\sqrt{2}} = \frac{4A_2}{T}$$
$$A_1 2\pi = \frac{4A_2 T\sqrt{2}}{T}$$
$$A_1 = \frac{4A_2\sqrt{2}}{2\pi} = 0.9A_2$$
$$A_2 = 1.11A_1$$
$$\frac{A_1 2\pi}{T\sqrt{2}} = \frac{8A_3}{\sqrt{3}T}$$
$$A_1 = \frac{8A_3\sqrt{2}}{2\pi\sqrt{3}} = 1,04A_3$$
$$A_3 = 0,96A_1$$
$$\frac{4A_2}{T} = \frac{8A_3}{\sqrt{3}T}$$
$$A_2 = \frac{2A_3}{\sqrt{3}}$$
$$A_2 = 1,15A_3$$
$$A_3 = 0,87A_2$$

Équations lorsque l'état est vrai (1) :

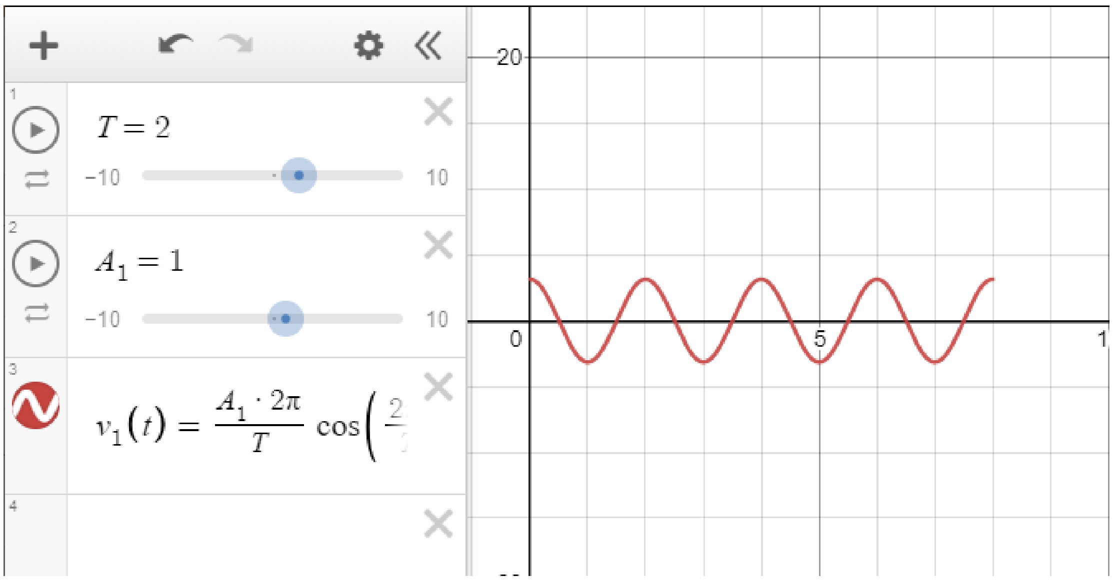
$$A_1 \geq 0,9A_2 = 1$$
$$A_1 \geq 1,04A_3 = 1$$
$$A_2 \geq 1,11A_1 = 1$$
$$A_2 \geq 1,15A_3 = 1$$
$$A_3 \geq 0,96A_1 = 1$$
$$A_3 \geq 0,87A_2 = 1$$

Équations lorsque l'état est faux (0) :

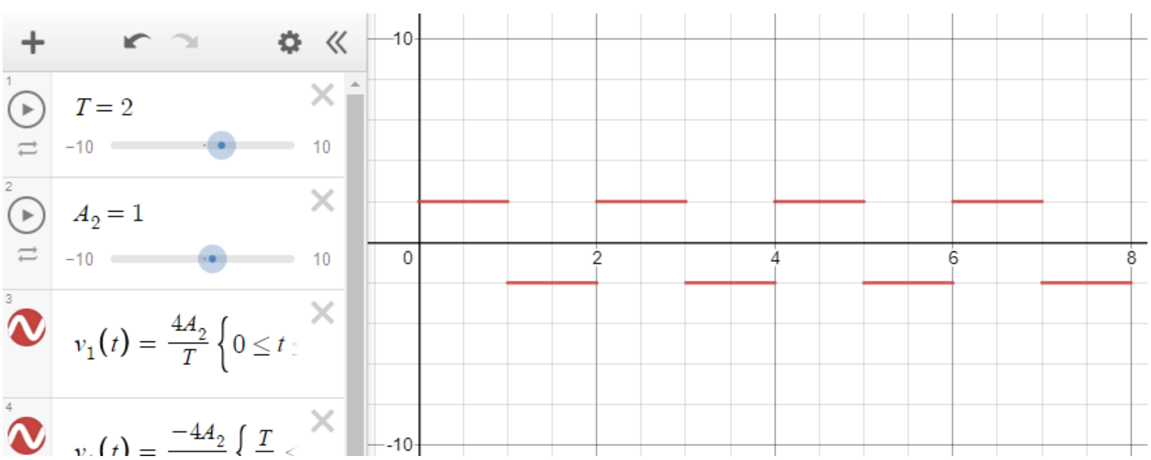
$$A_1 < 0,9A_2 = 0$$
$$A_1 < 1,04A_3 = 0$$
$$A_2 < 1,11A_1 = 0$$
$$A_2 < 1,15A_3 = 0$$
$$A_3 < 0,96A_1 = 0$$
$$A_3 < 0,87A_2 = 0$$

2.4 Représentation des dérivées des signaux sur quelques cycles

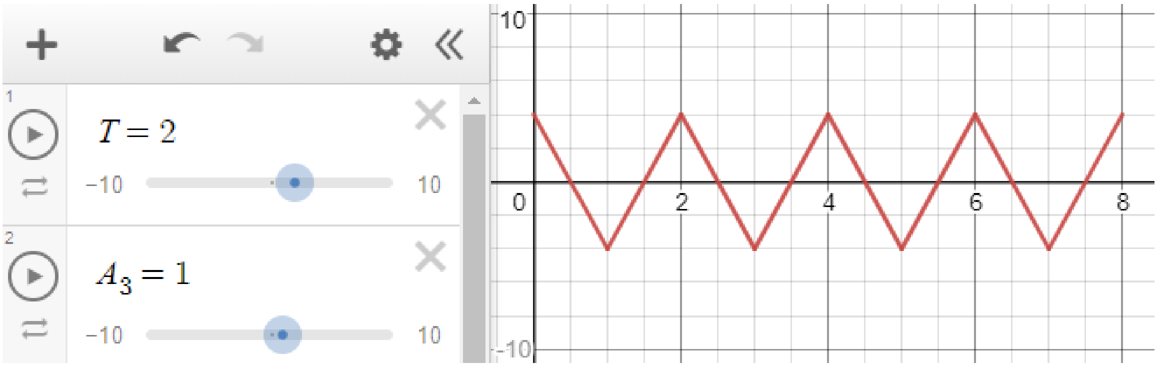
Signal 1 (V_1):



Signal 2 (V_2):



Signal 3 (V_3):



3. DÉCRYPTAGE DE L'IMAGE

3.1 ÉQUATIONS SOUS FORMES DE PRODUITS DE MATRICES

Encryption :

$$I_{(A-G)} \cdot E_1 = Q_1$$

$$I_{(H-M)} \cdot E_{22} = Q_2$$

Décryption :

$$I_{(A-G)} \cdot E_1 \cdot E_1^{-1} = Q_1$$

$$I_{(A-G)} \cdot (I.D.) = Q_1 \cdot E_1^{-1}$$

$$I_{(H-M)} \cdot E_{22} \cdot E_{22}^{-1} = Q_2$$

$$I_{(H-M)} \cdot (I.D.) = Q_2 \cdot E_{22}^{-1}$$

3.2 CALCUL DES ÉLÉMENTS DE LA MATRICE DE CRYPTAGE E1 PAR DEUX MÉTHODES.

Résolution du système d'équation

4 équations/4 inconnues

Gauss

$$\begin{array}{cccc|c} a & B & d & y & \\ \hline 1 & 5 & -2 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & -2 & -1 & 2 & -3 \end{array}$$

$L_2 = L_2 - L_1$

$$\begin{array}{cccc|c} a & B & d & y & \\ \hline 1 & 5 & -2 & -1 & -2 \\ 0 & -4 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & -2 & -1 & 2 & -3 \end{array}$$

$L_3 = L_3 + 2L_1$

$$\begin{array}{cccc|c} a & B & d & y & \\ \hline 1 & 5 & -2 & -1 & -2 \\ 0 & -4 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 11 & -3 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & -1 & 2 & -3 \end{array}$$

$L_4 = L_4 - \frac{L_2}{2}$

$$\begin{array}{cccc|c} a & B & d & y & \\ \hline 1 & 5 & -2 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -2/4 & 0 & -2/4 \\ 0 & 11 & -3 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -4 \end{array}$$

$L_3 = L_3 - 11 \cdot R_2$

$$\begin{array}{cccc|c} a & B & d & y & \\ \hline 1 & 5 & -2 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -1/2 & 0 & -1/2 \\ 0 & 0 & 5/2 & -2 & 13/2 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -4 \end{array}$$

$L_3 = \frac{2}{5} L_3$

$$\begin{array}{cccc|c} a & B & d & y & \\ \hline 1 & 5 & -2 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -1/2 & 0 & -1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -4/5 & 13/5 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -4 \end{array}$$

$L_4 = L_4 + 2L_3$

$$\begin{array}{cccc|c} a & B & d & y & \\ \hline 1 & 5 & -2 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -1/2 & 0 & -1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -4/5 & 13/5 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{5} & 6/5 \end{array}$$

① $\frac{2}{5} y = \frac{6}{5}$

$y = \frac{6}{5} \cdot \frac{5}{2} = \frac{30}{10} = 3$

② $d - \frac{4}{5} \cdot 3 = \frac{13}{5} + \frac{12}{5} = \frac{25}{5} = 5$

③ $B - \frac{5}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$a + \cancel{10 - 10} - 3 = -2$

$y = 3$

$d = 5$

$B = 2$

$a = 1$

Deuxième méthode par Cramer :

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 5 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(-1)^{2+1}\cdot 1\cdot\begin{vmatrix} 5 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 2 \end{vmatrix}=(-1)^{2+1}\cdot 1\cdot\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}+(-1)^{2+2}\cdot(1)\cdot\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -2 & 2 \end{vmatrix}=-1\cdot(-4-1)+1\cdot(10-2)=13$$

$$(-1)^{2+2}\cdot 1\cdot\begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}=(-1)^{2+1}\cdot(-2)\cdot\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}+(-1)^{2+2}\cdot 1\cdot\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}=2\cdot(-4-1)+1\cdot(2-0)=-8$$

$$(-1)^{2+4}\cdot(-1)\cdot\begin{vmatrix} 1 & 5 & -2 \\ -2 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}=(-1)^{2+1}\cdot(-2)\cdot\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}+(-1)^{2+2}\cdot(1)\cdot\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}+(-1)^{2+3}\cdot(1)\cdot\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 0 & -2 \end{vmatrix}$$

$$(2\cdot(-9))+(1\cdot(-1))+(-1\cdot(-2))=-17$$

$$(-1\cdot(13))+(1\cdot(-8))+(-1\cdot(-17))=-4$$

$$\det(A)=-4$$

$$A\alpha=\begin{bmatrix} 2 & 5 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(-1)^{2+2}\cdot 1\cdot\begin{vmatrix} -2 & -2 & 1 \\ 5 & 1 & 0 \\ -3 & -1 & 2 \end{vmatrix}=(1)^{2+1}\cdot(5)\cdot\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}+(-1)^{2+2}\cdot 1\cdot\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}=-5\cdot(-4-1)+1\cdot(-4-3)=18$$

$$(-1)^{2+4}-1\cdot\begin{vmatrix} -2 & 5 & -2 \\ 5 & 1 & 1 \\ -3 & -2 & -1 \end{vmatrix}=(-1)^{2+1}\cdot 5\cdot\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}+(-1)^{2+2}\cdot 1\cdot\begin{vmatrix} -2 & -2 \\ -3 & -1 \end{vmatrix}+(-1)^{2+3}\times 1\cdot\begin{vmatrix} -2 & 5 \\ -3 & -2 \end{vmatrix}=?$$

$$(-5)\cdot(-5-4)+(1)\cdot(2-6)+(-1)\cdot(4-(-15))=45-23=22$$

$$(1)\cdot(18)+(-1)\cdot(22)=-4$$

$$det(A\alpha)=-4$$

$$A\delta = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 5 & 0 \\ 0 & -2 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(-1)^{2+1}\cdot 1\cdot \begin{vmatrix} 5 & -2 & -1 \\ 1 & 5 & 0 \\ -2 & -3 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{2+1}\cdot 1\cdot \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{2+2}\cdot 5\cdot \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = (-1)\cdot(-4-3)+(5)\cdot(10-2)=47$$

$$(-1)^{2+2}\cdot 1\cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 5 & 0 \\ 0 & -3 & 2 \end{vmatrix} = (-1)^{2+1}\cdot(-2)\cdot \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{2+2}\cdot 5\cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = (2)\cdot(-y-3)+(5)\cdot(2)=-4$$

$$(-1)^{2+4}\cdot(-1)\cdot \begin{vmatrix} 1 & 5 & -2 \\ -2 & 1 & 5 \\ 0 & -2 & -3 \end{vmatrix} = (1)^{2+1}\cdot(-2)\cdot \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} + (-1)^{2+2}\cdot 1\cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} + (-1)^{2+3}\cdot 5\cdot \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = ?$$

$$2\cdot(-15-4)+1\cdot(-3)+(-5)\cdot(-2)=-31$$

$$(-1)\cdot(47)+(1)\cdot(-4)+(-1)\cdot(-31)=-20$$

$$\det(A\delta)=-20$$

$$Ay = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$(-1)^{2+1}\cdot 1\cdot \begin{vmatrix} 5 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 5 \\ -2 & -1 & -3 \end{vmatrix} = (-1)^{3+1}\cdot(-2)\cdot \begin{vmatrix} -2 & -2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} + (-1)^{3+2}\cdot(-1)\cdot \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} + (-1)^{3+3}\cdot(-3)\cdot \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = ?$$

$$(-2)\cdot(-10+2)+(1)\cdot(25+2)+(-3)\cdot(5+2)=43-21=22$$

$$(-1)^{2+2}\cdot(1)\cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & -3 \end{vmatrix} = (-1)^{3+2}\cdot(-1)\cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} + (-1)^{3+3}\cdot(-3)\cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 1\cdot(5-4)+(-3)\cdot(1-4)=10$$

$$(-1)\cdot(22)+(1)\cdot(10)=-12$$

$$\det(Ay)=-12$$

$$\alpha = \frac{\det(A\alpha)}{\det(A)} = \frac{-4}{-4} = 1$$

$$\beta = \frac{\det(A\beta)}{\det(A)} = \frac{-8}{-4} = 2$$

$$\delta = \frac{\det(A\delta)}{\det(A)} = \frac{-20}{-4} = 5$$

$$y = \frac{\det(Ay)}{\det(A)} = \frac{-12}{-4} = 3$$

3.3 IDENTIFICATION DE LA MATRICE E22 ET E21(LEURRE)

En calculant les déterminants, il est possible de conclure que E_{21} est un leurre et que E_{22} est la matrice utilisée pour l'encryption. Le déterminant de E21 est équivalent à 0, c'est-à-dire qu'elle est non inversible.

$$E_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 5 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\det[E_{21}] = 1\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + \cancel{0\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}}$$

$$1\underbrace{(2 - -5)}_{7} - 1\underbrace{(2 - -5)}_{7} = 0$$

$$E_{22} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 5 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\det(E_{22}) = 2\begin{vmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + 0$$

$$2(\overset{3}{-2 - -5}) - (\overset{7}{2 - -5})$$

$$6 - 7 = -1$$

3.4 DÉCRYPTAGE DES POINTS A À G: UTILISATION DE 2 MÉTHODES POUR L'INVERSION

$$E_1 = \begin{bmatrix} -\gamma & \delta(& \alpha+\beta) \\ -\alpha & \beta & \beta \\ \alpha & -\alpha & \alpha \end{bmatrix}$$

$$\alpha = 1; \beta = 2; \delta = 5; \gamma = 3$$

$$E_1 = \begin{vmatrix} -3 & 5 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

1ère méthode Gauss

$$E_1^{-1} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} -3 & 5 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \quad L_1 = \frac{L_1}{-3}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{5}{3} & -2 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \quad L_2 = L_2 + L_3$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{5}{3} & -2 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \quad L_3 = L_3 - L_1$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{5}{3} & -2 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{2}{3} & 3 & \frac{1}{3} & 0 & 1 \end{array}\right] \quad L_3 = \frac{2}{3}L_2 - L_3$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{5}{3} & -2 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{array}\right] \quad L_3 = -L_3$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{5}{3} & -2 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{array}\right] \quad L_1 = L_1 + \frac{5}{3}L_2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 3 & -\frac{1}{3} & \frac{5}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{array}\right] \quad L_1 = L_1 - 3L_3$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{4}{3} & \frac{11}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{array}\right] \quad L_2 = L_2 - 3L_3$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{4}{3} & \frac{11}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{array}\right] \frac{1}{3} -$$

$$E_1^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{4}{3} & \frac{11}{3} & \frac{2}{3} \\ -1 & 3 & 0 \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

2ième méthode / matrice adjointe

Avec déterminant

$$E_1 = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

1ère calculer déterminant

$$\det(E_1) = -3\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} - 5\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + 6\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$-3\left(\overset{2\ -\ -2}{(2\cdot 1)-(-1\cdot 2)}\right) - \left(5\left(\overset{-1\ -\ 2}{(-1\cdot 1)-(2\cdot 1)}\right) + 6\left(\overset{1\ -\ 2}{(-1\cdot -1)-(2\cdot 1)}\right)\right)$$

$$-3(4) - 5(-3) + 6(-1)$$

$$-12 + 15 - 6 = -3 \neq 0$$ donc inverse existe

2ième étape: Matrice des mineurs

$$\begin{bmatrix} \overset{4}{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}} & \overset{-1\ -\ 2}{\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} & \overset{1\ -\ 2}{\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} \\ \overset{5+6}{\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}} & \overset{-3\ -\ 6}{\begin{vmatrix} -3 & 6 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} & \overset{3\ -\ 5}{\begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} \\ \overset{10\ -\ 12}{\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}} & \overset{-6\ -\ -6}{\begin{vmatrix} -3 & 6 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}} & \overset{-6+5}{\begin{vmatrix} -3 & 5 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -3 & -1 \\ 11 & -9 & -2 \\ -2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

3ième étape : Comatrice de E_1

$$\begin{bmatrix} 4 & -3 & -1 \\ 11 & -9 & -2 \\ -2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{bmatrix} \quad \overset{+}{4\cdot 1},\ \overset{-}{-3\cdot -1},\ \overset{+}{-1\cdot 1}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & -1 \\ -11 & -9 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

4ième étape : Inverse E_1

$$E_1^{-1} = \frac{1}{\det(E_1)} \cdot \text{comatrice}^T(E_1) = \frac{1}{-3}\begin{bmatrix} 4 & -11 & -2 \\ 3 & -9 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{4}{3} & \frac{11}{3} & \frac{2}{3} \\ -1 & 3 & 0 \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

Décryptage de Q1 avec l'inverse de E1

1. 0
2. 0
3. 0
4. $\left(\frac{-4}{3} \cdot -24\right) + \left(\frac{11}{3} \cdot -8\right) + \left(\frac{2}{3} \cdot 8\right) = 8$
5. $(-1 \cdot -24) + (3 \cdot -8) + 0 = 0$
6. $\left(\frac{1}{3} \cdot -24\right) + \left(\frac{-2}{3} \cdot -8\right) + \left(\frac{1}{3} \cdot 8\right) = 0$
7. $\left(\frac{-4}{3} \cdot 16\right) + \left(\frac{11}{3} \cdot 8\right) + 0 = 8$
8. $(-1 \cdot 16) + (3 \cdot 8) + 0 = 8$
9. $\left(\frac{1}{3} \cdot 16\right) + \left(\frac{2}{3} \cdot 8\right) + 0 = 0$
10. $\left(\frac{-4}{3} \cdot 40\right) + \left(\frac{11}{3} \cdot 16\right) + \left(\frac{2}{3} \cdot -8\right) = 0$
11. $(-1 \cdot 40) + (3 \cdot 16) + 0 = 8$
12. $\left(\frac{1}{3} \cdot 40\right) + \left(\frac{-2}{3} \cdot 16\right) + \left(\frac{1}{3} \cdot -8\right) = 0$
13. $\left(\frac{-4}{3} \cdot 16\right) + \left(\frac{11}{3} \cdot 6\right) + \left(\frac{2}{3} \cdot 2\right) = 2$
14. $(-1 \cdot 16) + (3 \cdot 6) = 2$
15. $\left(\frac{1}{3} \cdot 16\right) + \left(\frac{-2}{3} \cdot 6\right) + \left(\frac{1}{3} \cdot 2\right) = 2$
16. $\left(\frac{-4}{3} \cdot 10\right) + \left(\frac{11}{3} \cdot 4\right) + \left(\frac{2}{3} \cdot 7\right) = 6$
17. $(-1 \cdot 10) + (3 \cdot 4) + 0 = 2$
18. $\left(\frac{1}{3} \cdot 10\right) + \left(\frac{-2}{3} \cdot 4\right) + \left(\frac{1}{3} \cdot 7\right) = 3$
19. $\left(\frac{-4}{3} \cdot 36\right) + \left(\frac{11}{3} \cdot 14\right) + \left(\frac{2}{3} \cdot 4\right) = 6$
20. $(-1 \cdot 36) + (3 \cdot 14) + 0 = 6$
21. $\left(\frac{1}{3} \cdot 12\right) + \left(\frac{-2}{3} \cdot 60\right) + \left(\frac{1}{3} \cdot 16\right) = 4$

Tableau de l'image décodée

$$\begin{array}{ccccccc} A & B & C & D & E & F & G \\ \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} 0 & 8 & 8 & 0 & 2 & 6 & 6 \\ 0 & 0 & 6 & 8 & 2 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

3.5 DÉCRYPTAGE DES POINTS H À M: UTILISATION DE 2 MÉTHODES POUR L'INVERSION MATRICIELLE DE E22 ET CALCUL DES POINTS DÉCRYPTÉS.

1ère méthode Gauss

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$L_1 = L_1 - L_2$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -5 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$L_2 = L_2 + L_3$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -5 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 7 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$L_3 = L_3 + L_1$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -5 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 7 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right]$$

$L_2 = -L_2 - L$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -5 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right]$$

$L_3 = L_3 - L_2$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -5 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 3 \end{array}\right]$$

$L_2 = L_2 + 4L_3$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -5 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -4 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 3 \end{array}\right]$$

$L_1 = L_1 - 2L_2$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -5 & -13 & 7 & -20 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -4 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 3 \end{array}\right]$$

$L_1 = L_1 + 5L_3$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -3 & 2 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -4 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 3 \end{array}\right]$$

2e méthode par l'adjointe

$$E_{22} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 5 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\det(E_{22}) = 2\begin{vmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + 0$$

$$2\overset{3}{(-2 - -5)} - \overset{7}{(2 - -5)}$$

$$6 - 7 = -1$$

$$\begin{bmatrix} \overset{-2 - -5}{\begin{vmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}} & \overset{2 - -5}{\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}} & \overset{-1 - 1}{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}} \\ \overset{2}{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}} & \overset{4}{\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}} & \overset{-2 - -1}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}} \\ \overset{5 - 0}{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}} & \overset{10}{\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}} & \overset{-2 - 1}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 7 & -2 \\ 2 & 4 & -1 \\ 5 & 10 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 7 & -2 \\ 2 & 4 & -1 \\ 5 & 10 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -7 & -2 \\ -2 & 4 & 1 \\ 5 & -10 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{-1}\begin{bmatrix} 3 & -2 & 5 \\ -7 & 4 & -10 \\ -2 & 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 2 & -5 \\ 7 & -4 & 10 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Décryptage de Q2 avec l'inverse de E22

1. $(-3 \cdot 10) + (2 \cdot 11) + (-5 \cdot -2) = 2$
2. $(7 \cdot 10) + (-4 \cdot 11) + (10 \cdot -2) = 6$
3. $(2 \cdot 10) + (-1 \cdot 11) + (3 \cdot -2) = 3$
4. $(3 \cdot 9) + (2 \cdot 30) + (-5 \cdot 6) = 3$
5. $(7 \cdot 9) + (-4 \cdot 30) + (10 \cdot 6) = 3$
6. $(2 \cdot 9) + (-1 \cdot 30) + (3 \cdot 6) = 6$
7. $(-3 \cdot 13) + (2 \cdot 37) + (-5 \cdot 6) = 5$
8. $(7 \cdot 13) + (-4 \cdot 37) + (10 \cdot 6) = 3$
9. $(2 \cdot 13) + (-1 \cdot 37) + (3 \cdot 6) = 7$
10. $(-3 \cdot 15) + (2 \cdot 30) + (-5 \cdot 2) = 5$
11. $(7 \cdot 15) + (-4 \cdot 30) + (10 \cdot 2) = 5$
12. $(2 \cdot 15) + (-1 \cdot 30) + (3 \cdot 2) = 6$
13. $(-3 \cdot 11) + (2 \cdot 23) + (-5 \cdot 2) = 3$
14. $(7 \cdot 11) + (-4 \cdot 23) + (10 \cdot 2) = 5$
15. $(2 \cdot 11) + (-1 \cdot 23) + (3 \cdot 2) = 5$
16. $(-3 \cdot 12) + (2 \cdot 60) + (-5 \cdot 16) = 4$
17. $(7 \cdot 12) + (-4 \cdot 60) + (10 \cdot 16) = 4$
18. $(2 \cdot 12) + (-1 \cdot 60) + (3 \cdot 16) = 12$

Tableau de l'image décodée

$$
\begin{array}{cccccc}
H & I & J & K & L & M \\
\end{array}
$$

$$
\begin{bmatrix}
2 & 3 & 5 & 5 & 3 & 4 \\
6 & 3 & 3 & 5 & 5 & 4 \\
3 & 6 & 7 & 6 & 5 & 12
\end{bmatrix}
$$

4. GÉOMÉTRIE DU BÂTIMENT

4.1 ÉQUATIONS DES DROITES DÉFINISSANT LES ARÊTES DE LA FORME GÉOMÉTRIQUE DU BÂTIMENT POUR L'ÉTAGE LE PLUS HAUT DU BÂTIMENT INCLUANT LE PLANCHER DU DERNIER ÉTAGE.

$r_x = r_0 + \lambda \overrightarrow{v}$

$L = (3;5;5)$

$K = (5;5;6)$

$J = (5;3;7)$

$I = (3,3,6)$

$M = (4;4;12)$

$\overrightarrow{LM} = (4-3;4-5;12-5) \rightarrow (1;-1;7)$

$r_x = 3 + \lambda$

$r_y = 5 - \lambda$

$r_z = 5 + 7\lambda$

$\overrightarrow{KM} = (4-5;4-5;12-6) \rightarrow (-1;-1;6)$

$r_x = 5 - \lambda$

$r_y = 5 - \lambda$

$r_z = 6 + 6\lambda$

$\overrightarrow{JM} = (4-5;4-3;12-7) \rightarrow (-1;1;5)$

$r_x = 5 - \lambda$

$r_y = 3 + \lambda$

$r_z = 7 + 5\lambda$

$\overrightarrow{IM} = (4-34-3;12-6) \rightarrow (1;1;6)$

$r_x = 3 + \lambda$

$r_y = 3 + \lambda$

$r_z = 6 + 6\lambda$

$\overrightarrow{IJ} = (5-3;3-3;7-6) \rightarrow (2;0;1)$

$r_x = 3 + 2\lambda$

$r_y = 3$

$r_z = 6 + \lambda$

$\overrightarrow{JK} = (5-5;5-3;6-7) \rightarrow (0;2;-1)$

$r_x = 5$

$r_y = 3 + 2\lambda$

$r_z = 7 - \lambda$

$\overrightarrow{KL} = (3-5;5-5;5-6) \rightarrow (-2;0;-1)$

$r_x = 5 - 2\lambda$

$r_y = 5$

$r_z = 6 - \lambda$

$\overrightarrow{LI} = (3-3;3-5;6-5) \rightarrow (0;-2;1)$

$r_x = 3$

$r_y = 5 - 2\lambda$

$r_z = 5 + \lambda$

4.2 ÉQUATIONS DES PLANS QUI DÉTERMINENT LES PLANCHERS DES DIFFÉRENTS ÉTAGES.

Plancher 1 :

$P_1 = (6; 2; 3)$

$\overrightarrow{FG} = (6 - 6; 6 - 2; 4 - 3) \rightarrow (0; 4; 1)$

$\overrightarrow{FE} = (2 - 6; 2 - 2; 2 - 3) \rightarrow (-4; 0; -1)$

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 1 \\ -4 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$w_x = (-1)^{1+1} \cdot (4 \cdot -1) - (1 \cdot 0) = 4 \cdot 1 = 4$

$w_y = (-1)^{1+2} \cdot (0 \cdot -1) - (-4 \cdot 1) = -4 \cdot -1 = 4$

$w_z = (-1)^{1+3} \cdot (0 \cdot 0) - (-4 \cdot 4) = -16 \cdot 1 = -16$

$w_x \cdot p_1x + w_y \cdot p_1y + w_z \cdot p_1z + D = 0$

$4 \cdot 6 + 4 \cdot 2 + -16 \cdot 3 + D = 0$

$24 + 8 - 48 + D = 0$

$-16 + D = 0 \rightarrow D = 16$

$x + y - 4z + 4 = 0$

Plancher 2 (haut) :

$L = (3; 5; 5)$

$K = (5; 5; 6)$

$I = (3; 3; 6)$

$\overrightarrow{LK} = (5 - 3; 5 - 5; 6 - 5) \rightarrow (2; 0; 1)$

$\overrightarrow{LI} = (3 - 3; 3 - 5; 6 - 5) \rightarrow (0; -2; 1)$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$\omega_x = (-1)^{1+1} \cdot (1 \cdot 0) - (-2 \cdot 1) = 2 \cdot 1 = 2$

$\omega_y = (-1)^{1+2} \cdot (2 \cdot 1) - (0 \cdot 1) = 2 \cdot -1 = -2$

$w_z = (-1)^{1+3} \cdot (2 \cdot -2) - (0 \cdot 0) = -4 \cdot 1 = -4$

$2 \cdot 3 + -2 \cdot 5 + -4 \cdot 5 + D = 0$

$6 - 10 - 20 + D = 0 \rightarrow D = 24$

$x - y - 2z + 12 = 0$

4.3 L'ENGIN EXPLOSIF EST-IL DIRECTEMENT SUR UN DES PLANCHERS DU BÂTIMENT ?

$$\underline{|Ax + By + Cz + D|}$$

$$PL_1 = x + y - 4z + 4$$

$$P_B = (4; 4; 4)$$

$$\frac{|4 + 4 + (-4 \cdot 4) + 4|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 4^2}} = 0{,}94$$

Non, elle n’est pas directement sur le plancher, il y a une distance de 0,94 à partir du plancher 1.

4.4 EXPLICATION DES MOTS "ÉDIFICE MAL AU CŒUR".

Hypothèse : l’ingénieur de ce bâtiment subissait une gastro-entérite durant la création de la tour Eiffel. On observe que les planchers ne sont pas de niveau. Le « mal de cœur » du titre vient de cette hypothèse. À chaque contraction de son abdomen, l’ingénieur créait des lignes croches.

4.5 DESSIN EN 3D DU BÂTIMENT.