Poznámky k odčítavaniu hodnôt z grafu prechodovej charakteristiky

Obsah

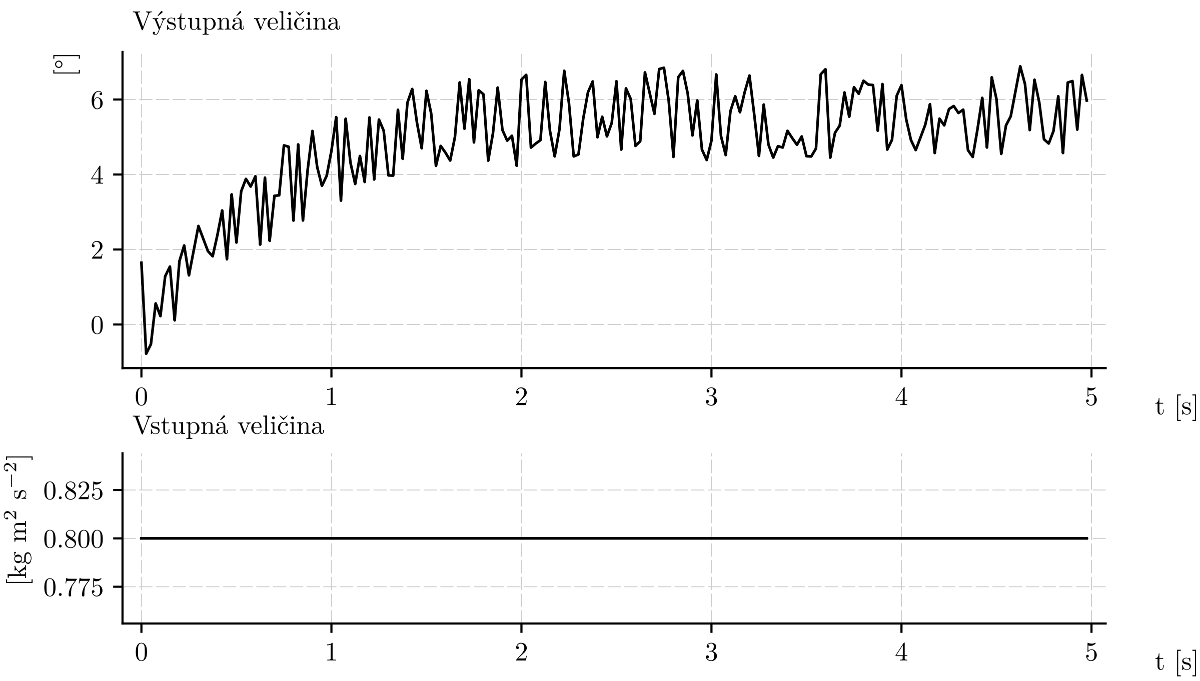
1 Nameraná prechodová charakteristika

Z predchádzajúceho je dostupná nameraná a spracovaná prechodová charakteristika (PCH) predmetného systému. Ide o prechodovú charakteristiku v prvom pracovnom bode. Je zobrazená na obr. 1.

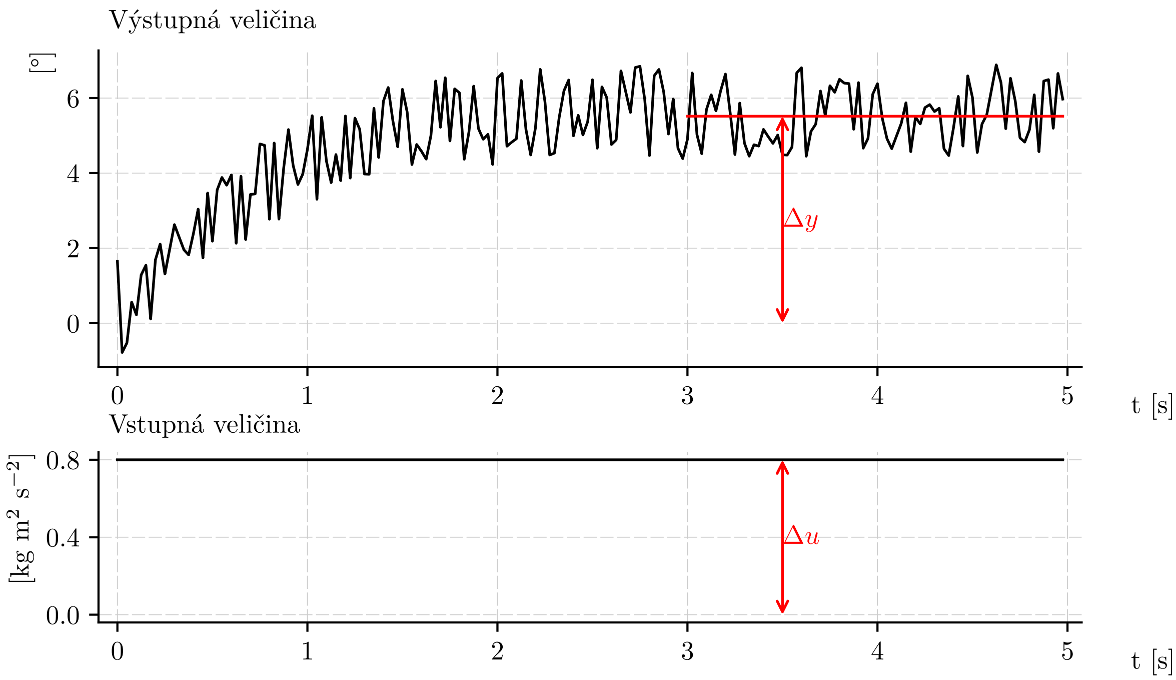
Ďalej sú dostupné informácie o pracovnom bode, v ktorom bola PCH meraná. Hodnota vstupného signálu v pracovnom bode je $u = 4$ [kg m^2 s^{-2}] a uvažuje sa okolie pracovného bodu $u = 4 \pm 0,8$ [kg m^2 s^{-2}].

Je dostupný podel prevodovej charakteristiky a teda je možné odhadnúť hodnotu výstupnej veličiny v pracovnom bode, teda

$$\hat{y}_{PB1} = 0,1111\ u_{PB1}^3 - 1,1150\ u_{PB1}^2 + 8,9102\ u_{PB1} - 1,1770 \tag{1}$$



Obr. 1



Obr. 2

kde $u_{PB1} = 4$ [kg m^2 s^{-2}] a teda $\hat{y}_{PB1} = 23,73$ [°]. Rovnako je možné vypočítať hodnotu výstupného signálu pre, nazvime to, hornú hranicu okolia pracovného bodu, to znamená pre hodnotu na vstupe $u_{PB1_h} = 4 + 0,8$ [kg m^2 s^{-2}]. Tejto zodpovedá hodnota $\hat{y}_{PB1_h} = 28.19$ [°].

Keďže prechodová charakteristika na obr. 1 je posunutá do nuly, teda od skutočných hodnôt sú odčítané hodnoty v pracovnom bode, tak urobme túto úpravu aj pre práve vypočítané hodnoty, teda

$$\Delta u_{PB1} = u_{PB1_h} - u_{PB1} = 0,8 \tag{2}$$

$$\Delta \hat{y}_{PB1} = \hat{y}_{PB1_h} - \hat{y}_{PB1} = 4,52 \tag{3}$$

2 Statické zosilnenie K

Zistime statické zosilnenie systému v okolí uvažovaného pracovného bodu. Potrebujeme hodnotu, na ktorej sa ustálila výstupná veličina po prechodovom deji. Z grafu PCH uvažujme, že výstupná veličina je už ustálená po čase $t = 3$ [s] (dajme tomu teraz takto). Priemerná hodnota výstupnej veličiny po tomto čase je $\Delta y = 5.52$ [°].

Teda, po uskutočnení jednotkového skoku v okolí pracovného bodu sa výstupná veličina zmenila o Δy [°]. Zmena na vstupe Δu bola, samozrejme, práve jednotková (pretože jednotkový skok). V tomto prípade má jednotkový skok veľkosť okolia pracovného bodu $\Delta u = 0,8$ [kg m^2 s^{-2}].

Statické zosilnenie systému, na základe prechodovej charakteristiky, označme K, je $K = \frac{\Delta y}{\Delta u}$, číselne

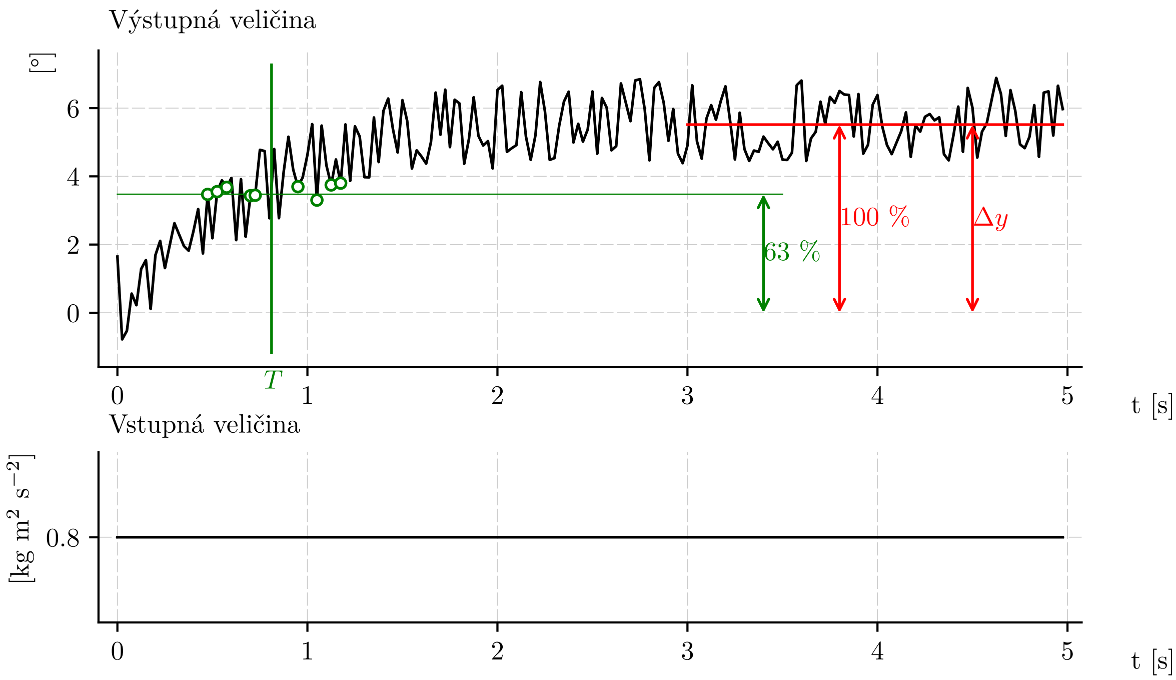
$$K = 6,9[°/(\text{kg m}^2\ \text{s}^{-2})] \tag{4}$$

Uvedené možno znázorniť aj do grafu - viď obr. 2

Statické zosilnenie systému je, samozrejme, možné zistiť aj pomocou prevodovej charakteristiky. V skutočnosti, všetko potrebné už máme k dispozícii.

Mimochodom, ak by sme neboli leniví, tak nájdeme dotyčnicu v pracovnom bode, a jej smernica (sklon) by mala byť statické zosilnenie. To by bol formálne korektný postup.

My však leniví sme, preto: hľadáme sklon prevodovej charakteristiky v okolí pracovného bodu. Z praktického hľadiska, nech je sklon daný pracovným bodom a bodom ohraničujúcim okolie pracovného bodu zhora. Formálne sklon $= \frac{\Delta y}{\Delta u}$ kde



Obr. 3

$\Delta y = \hat{y}_{PB_h} - \hat{y}_{PB}$ a $\Delta u = u_{PB_h} - u_{PB}$. To je, samozrejme, to isté ako vyplynulo z využitia prechodovej charakteristiky vyššie. Tu však číselné hodnoty nie sú odčítané z prechodovej charakteristiky ale z modelu prevodovej charakteristiky. Konkrétne čísla:

$$\text{sklon} = \frac{\hat{y}_{PB_h} - \hat{y}_{PB}}{u_{PB_h} - u_{PB}} = \frac{4,52}{0,8} = 5.65 \tag{5}$$

Odchýlka od statického zosilnenia určeného z prechodovej charakteristiky je $-1,25$ [°], t.j. $18,10$ [%] (tá je samozrejme daná aj tým, že používame model prevodovej charakteristiky, keďže konkrétne potrebné hodnoty v rámci nameranej prevodovej charakteristiky nie sú dostupné).

3 Časová konštanta T pre lineárny dynamický systém 1. rádu

Ďalej je možné nájsť model, ktorý má vystihovať dynamiku (dynamické vlastnosti) reálneho systému. Modelom nech je lineárny dynamický systém.

Kvalifikovaný odhad založený na grafickom znázornení predmetnej prechodovej charakteristiky vedie k možnosti, že modelom systému môže byť dynamický systém 1. rádu. Tento je možné zapísať v tvare prenosovej funkcie

$$G(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{K}{Ts + 1} \tag{6}$$

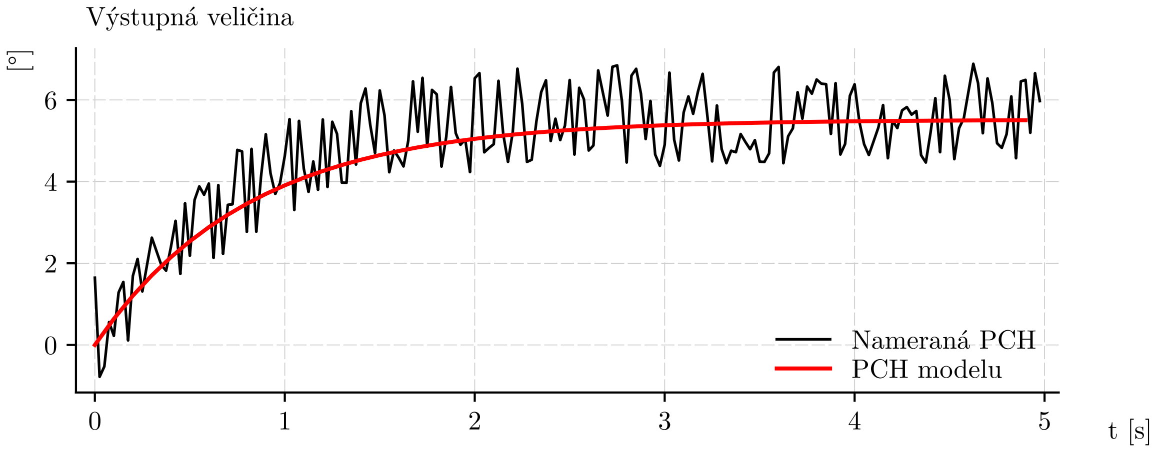
kde K je možné interpretovať ako statické zosilnenie systému a T je časová konštanta.

Časovú konštantu je možné nájsť na základe prechodovej charakteristiky. Je to čas od začiatku prechodovej charakteristiky (od času jednotkového skoku), v ktorom výstupná veličina dosiahla približne 63 % zo svojej ustálenej hodnoty.

Prečo práve 63 %? Odpoveď sa ponecháva na čitateľa.

100 % z ustálenej hodnoty na nasledujúcom obrázku 3 je samozrejme hodnota Δy. Potom 63 % je hodnota $\Delta y_{63} = 3,48$ [°]

Hodnotu T teraz možno hľadať „od oka“, doslova pomocou grafu PCH, prípadne „od oka“, ale trošku inak - napr: Nájdime hodnoty výstupnej veličiny, ktoré sú v pásme (volajme ho „od oka“) $\pm ?\%$ v okolí hodnoty Δy_{63}. Presnejšie, nájdime časy tých



Obr. 4

vzoriek, ktoré sú v tom pásme. Nájdené body v pásme „od oka“ okolo hodnoty Δy_{63} sú na obr. 3 vyznačené ako malé zelené kružnice. Priemer z nájdených časov je

$$T = 0,81[\mathrm{s}] \tag{7}$$

A táto hodnota môže byť celkom dobre „od oka“ odčítaná časová konštanta. Všetko uvedené je nakreslené na obr. 3.

4 Verifikácia identifikovaného dynamického modelu

V predchádzajúcom boli na základe prechodovej charakteristiky určené parametre lineárneho dynamického systému, ktorý má byť modelom skutočného systému. Tento model je možné vyjadriť v tvare prenosovej funkcie

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{K}{Ts + 1} \tag{8}$$

Pre verifikáciu modelu je možné využiť grafické porovnanie prechodovej charakteristiky modelu a skutočnej prechodovej charakteristiky. Pre získanie PCH modelu využime numerickú simuláciu. Daná prenosová funkcia zodpovedá diferenciálnej rovnici v tvare

$$T\dot{y}(t) + y(t) = Ku(t) \tag{9}$$

$$T\dot{y}(t) = -y(t) + Ku(t) \tag{10}$$

$$\dot{y}(t) = -\frac{1}{T}y(t) + \frac{K}{T}u(t) \tag{11}$$

Vstupný signál zvoľme rovnaký ako je veľkosť Δu. Tak zabezpečíme zodpovedajúcu veľkosť jednotkového skoku, ktorý je použitý v numerickej simulácii pre získanie PCH.

Do spoločného obrázka nakreslime nameranú PCH a PCH modelu systému - viď obr. 4

Týmto (aspoň pre naše potreby) možno model považovať za verifikovaný - znamená to, že daný model je schopný vystihnúť vlastnosti skutočného systému a že je možné na základe dostupných informácií (prechodová charakteristika) nájsť parametre modelu.

Poznámka

Predchádzajúca verzia dokumentu, avšak aj so zdrojovým kódom, s využitím `numpy` v Python-e je dostupná na adrese:
`https://github.com/PracovnyBod/UKYB/blob/master/Temy_cv_08.ipynb`

Tým teda dávame do pozornosti aj celý repozitár (ide však o momentálne neaktualizovaný repozitár):
`https://github.com/PracovnyBod/UKYB`