



Algoritmos Genéticos com Parâmetros Contínuos

Estéfane G. M. de Lacerda

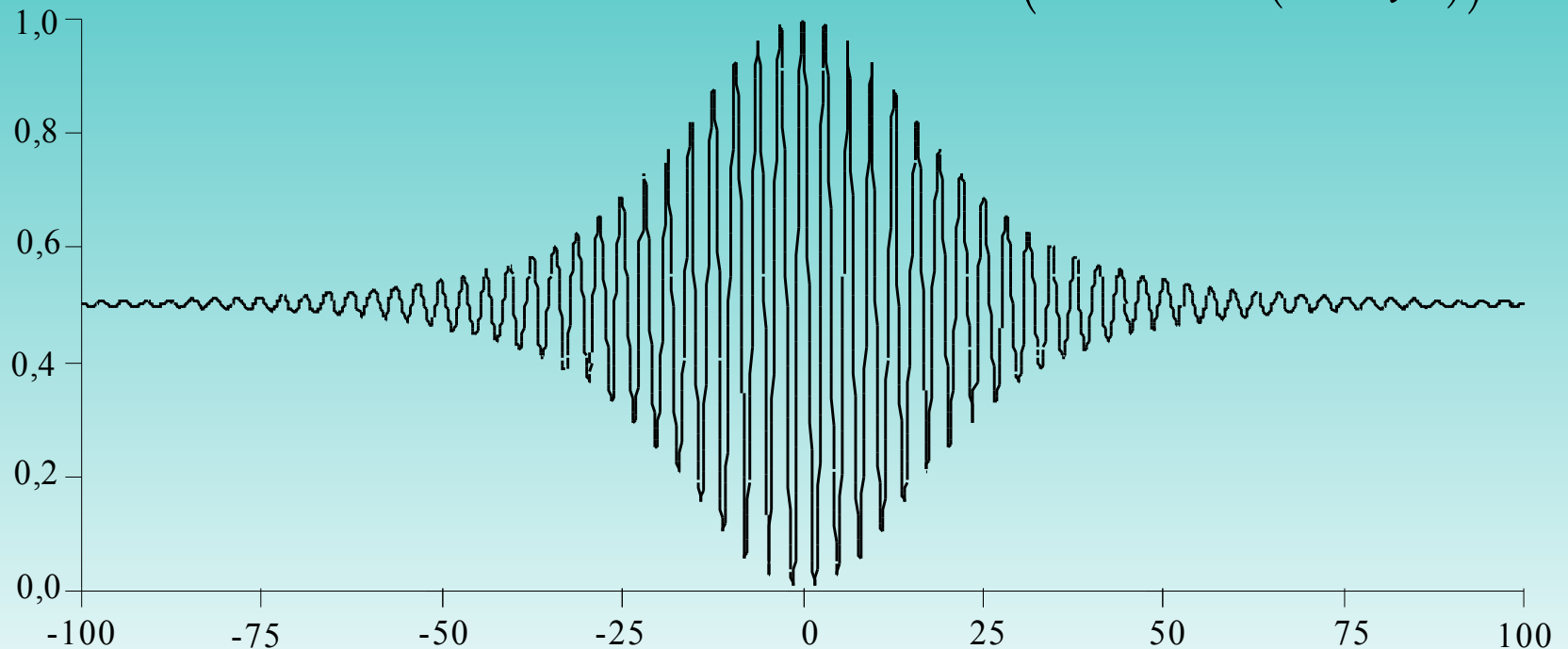
DCA/UFRN

Maiio/2008

Exemplo



FUNÇÃO OBJETIVO :
$$f(x, y) = 0,5 - \frac{\left(\sin \sqrt{x^2 + y^2}\right)^2 - 0,5}{\left(1,0 + 0,001(x^2 + y^2)\right)^2}$$



Exemplo extraído de Davis (1991)

Representação Real x Binária

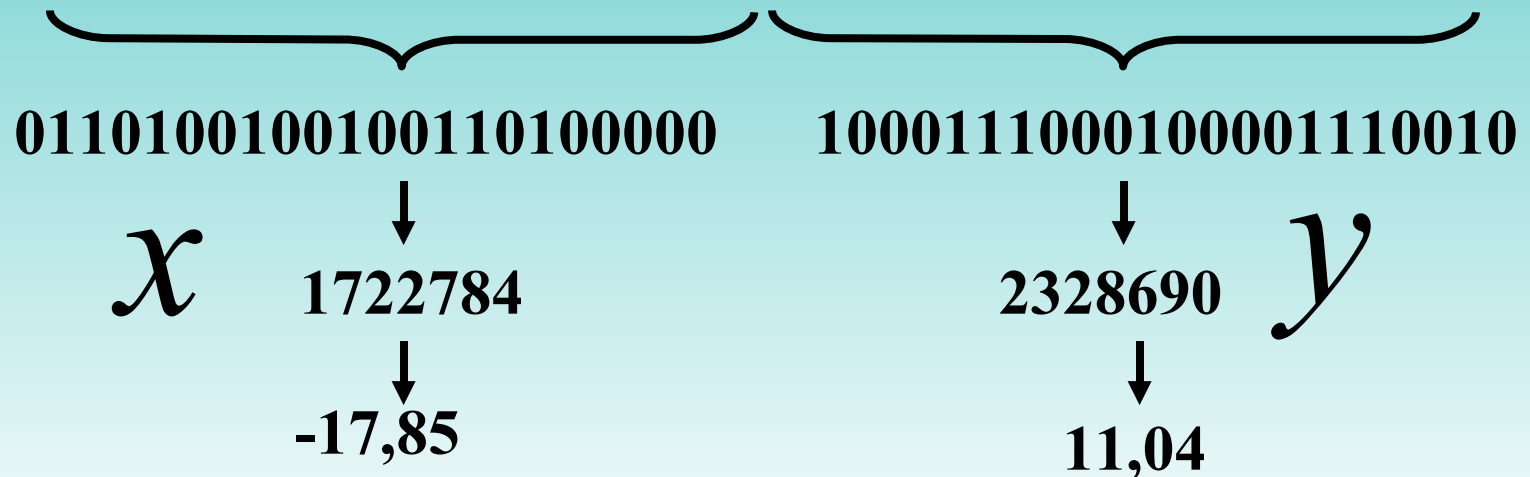


Representação do ponto $x = -17,85$ e $y = 11,04$

Cromossomo Real: (-17,85; 11,04)

Cromossomo Binário:

01101001001001101000001000111000100001110010



Representação Binária



- É historicamente importante, foi utilizado nos trabalhos pioneiros de Holland (1975).
- A representação tradicional.
- Fácil de usar e manipular.
- Simples de analisar teoricamente.
- Não há uniformidade nos operadores.
 - ◆ Mutação nos primeiros bits do gene afeta mais a aptidão que mutação nos últimos bits do gene

Representação Real



- Para um ser humano é mais natural do que uma cadeia de bits.
- Cromossomos compactos e com precisão numérica padrão (IEEE 754).
- Vários autores tem obtido desempenho melhor com representação real do que com representação binária.
- Permite larga variedade de operadores.

Operadores para Representação Real



- Crossover's convencionais
 - ◆ n-Pontos, uniforme
 - ◆ Não criam novas informações (i.e. novos números reais).
- Crossover's aritméticos
 - ◆ Operadores que realizam operações aritméticas entre os parâmetros.
- Baseados da direção (usam derivadas)

Crossover Média (1/2)



(Davis, 1991)

Dado dois cromossomos

$$\mathbf{p}_1 = (p_{11}, p_{12}, \dots, p_{1l})$$

$$\mathbf{p}_2 = (p_{21}, p_{22}, \dots, p_{2l})$$

é produzido um cromossomo

$$\mathbf{c} = (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) / 2$$

onde $\mathbf{c} = (c_1, c_2, \dots, c_l)$.

Crossover Média (2/2)



- Tende a levar os genes para o centro do espaço de busca causando perda de diversidade.
- Não extrapola para além da região da população inicial.
- Este problema é melhorado com o blend crossover ($BLX-\alpha$).

Blend Crossover (BLX- α) (1/4)



(Eshelman e Shaffer, 1993)

Dado dois cromossomos \mathbf{p}_1 e \mathbf{p}_2 , é produzido um cromossomo \mathbf{c} da seguinte forma:

$$\mathbf{c} = \mathbf{p}_1 + \beta(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1)$$

onde $\beta \sim U(-\alpha, 1 + \alpha)$.

Onde U representa uma distribuição uniforme.

Tipicamente $\alpha = 0,5$ ou $0,25$

Blend Crossover (BLX- α) (2/4)



■ Exemplo

$$\mathbf{p}_1 = (30,173; 85,342)$$

$$\mathbf{p}_2 = (75,989; 10,162)$$

$$\alpha = 0,5 \text{ e } \beta = 1,262$$

$$c_1 = 30,173 + 1,262(75,989 - 30,173) = 87,993$$

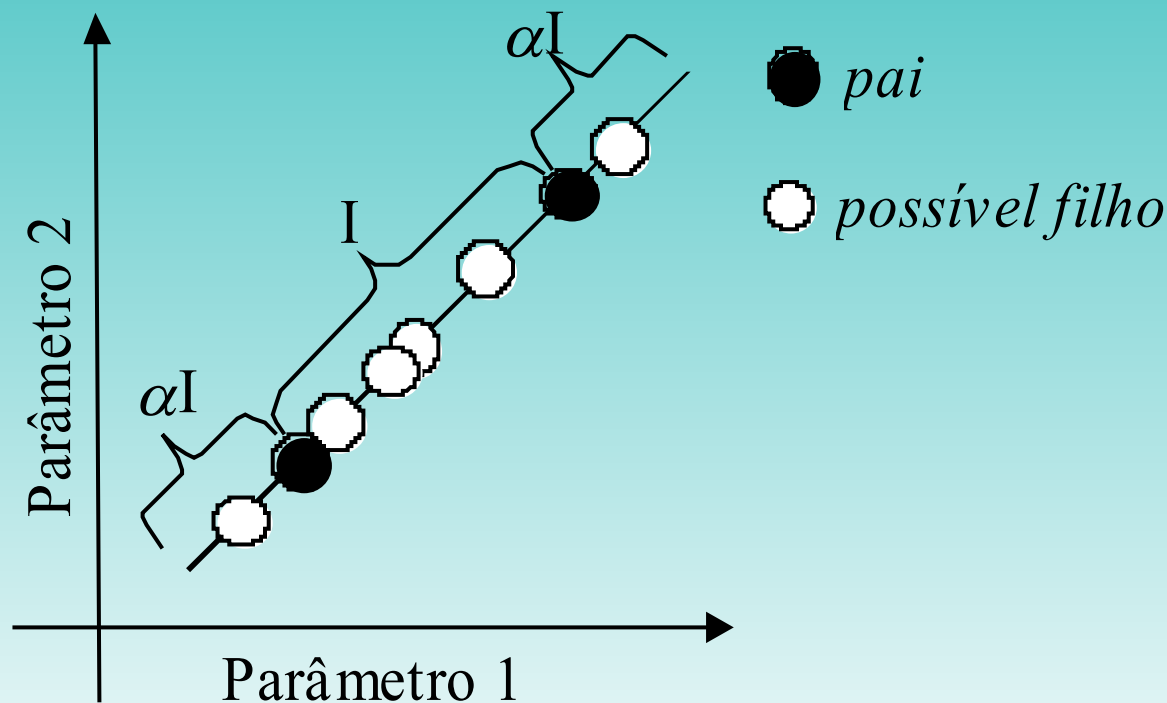
$$c_2 = 85,342 + 1,262(10,162 - 85,342) = -9,535$$

$$\text{assim, } \mathbf{c} = (87,993; -9,535).$$

Blend Crossover (BLX- α) (3/4)



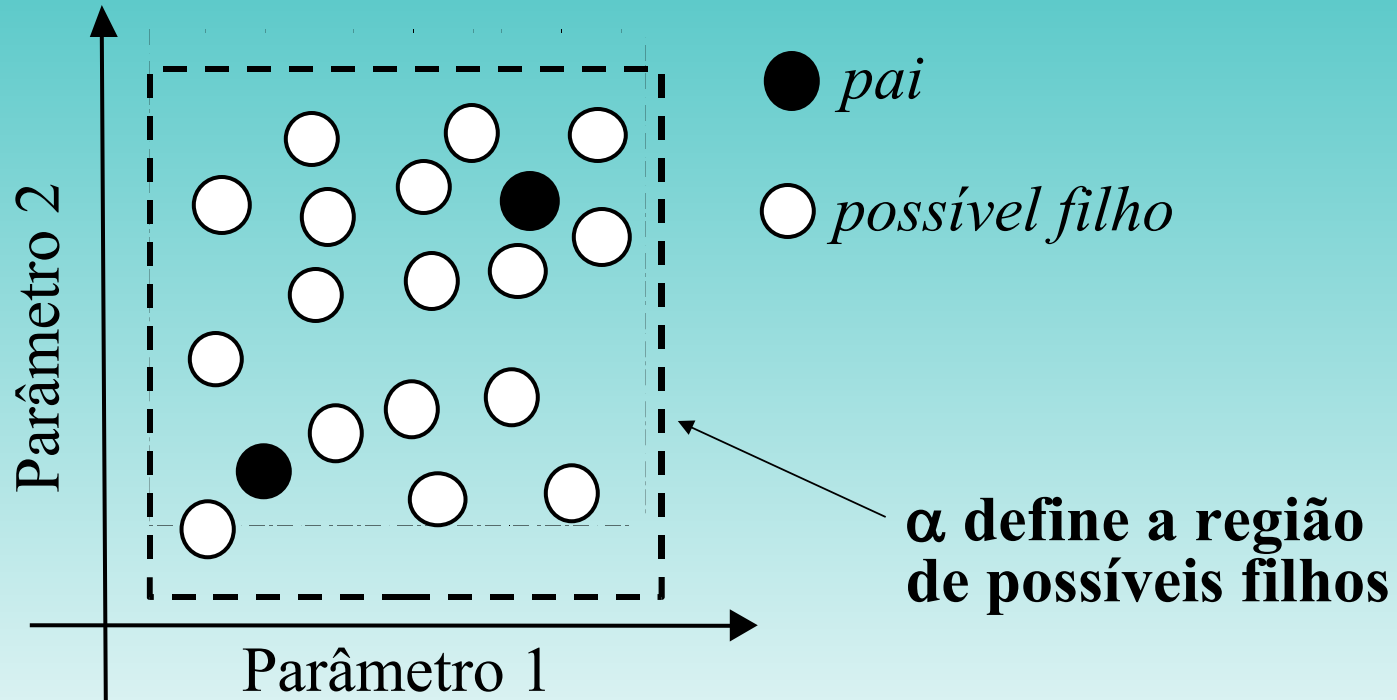
Usando o mesmo β para cada parâmetro



Blend Crossover (BLX- α) (4/4)



Usando β diferente para cada parâmetro



Crossover Linear



(Wright, 1991)

Gera três filhos:

$$\mathbf{c}_1 = 0,5\mathbf{p}_1 + 0,5\mathbf{p}_2$$

$$\mathbf{c}_2 = 1,5\mathbf{p}_1 - 0,5\mathbf{p}_2$$

$$\mathbf{c}_3 = -0,5\mathbf{p}_1 + 1,5\mathbf{p}_2$$

Apenas o melhor dos três filhos é escolhido, os outros dois são descartados.

Operadores Genéticos de Michalewicz



(Michalewicz, 1994)

- ◆ Crossover Simples
- ◆ Crossover Aritimético
- ◆ Crossover Heurístico
- ◆ Mutação Uniforme
- ◆ Mutação de Limite
- ◆ Mutação Não-uniforme
- ◆ Mutação Não-uniforme Múltipla

Crossover Simples



- É uma variação do *crossover* convencional de 1 ponto adaptado para representação real.

Crossover Aritmético



- ◆ Este operador difere do *crossover* BLX- α . por não extrapolar o intervalo entre \mathbf{p}_1 e \mathbf{p}_2

$$\mathbf{c}_1 = \beta \mathbf{p}_1 + (1 - \beta) \mathbf{p}_2$$

$$\mathbf{c}_2 = (1 - \beta) \mathbf{p}_1 + \beta \mathbf{p}_2$$

onde $\beta \in U(0,1)$.

Crossover Heurístico (1/2)



- ◆ Extrapolação linear entre os pais usando a informação da aptidão.

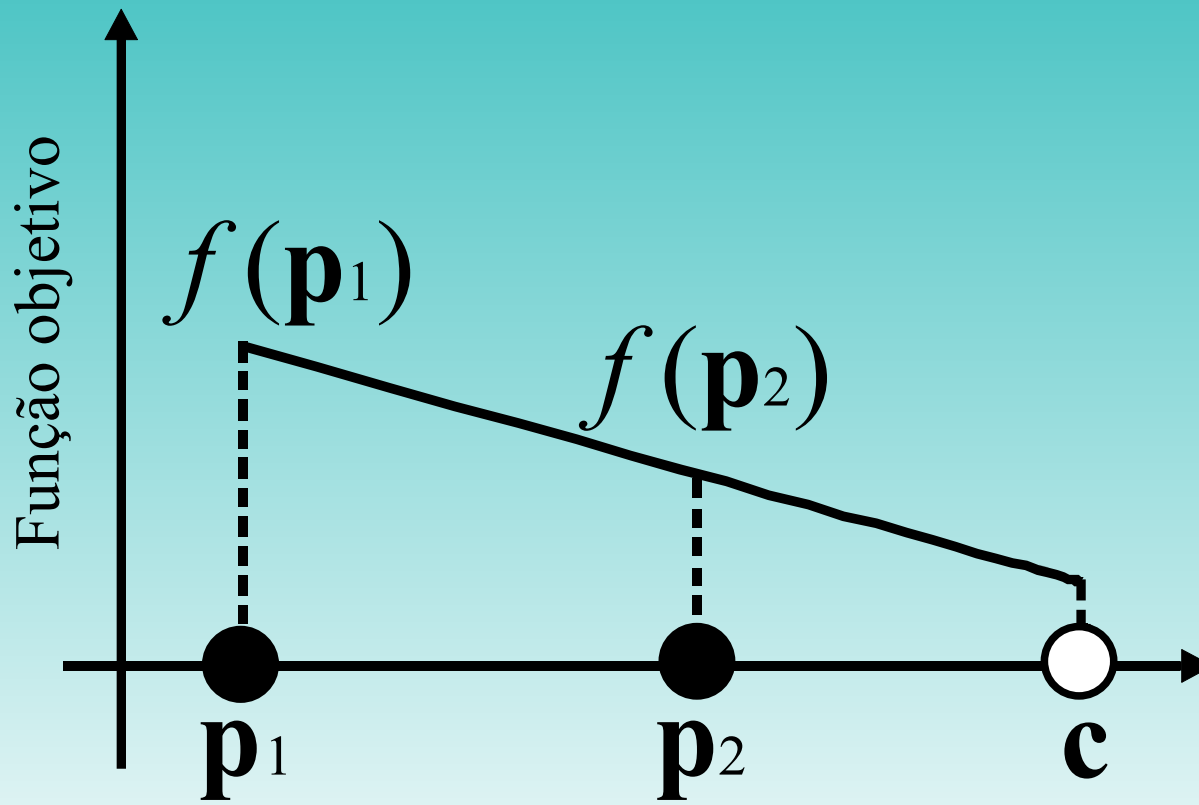
$$\mathbf{c} = \mathbf{p}_1 + r(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2), \quad \text{onde } f(\mathbf{p}_1) > f(\mathbf{p}_2)$$

onde $r \sim U(0,1)$.

Caso o *crossover* produza um filho infactível, gera-se outro número aleatório r .

- ◆ Evita que o crossover aritmético leve os genes para o centro do intervalo.

Crossover Heurístico (2/2)



Mutação Uniforme



- ◆ Substitui um gene por um número aleatório.
 - Mutação no j -ésimo gene (aleatoriamente escolhido) do cromossomo \mathbf{p} :

$$c_i = \begin{cases} U(a_i, b_i), & \text{se } i = j \\ p_i & \text{caso contrário} \end{cases}$$

onde a_i e b_i representam os limites do intervalo permitido para o gene c_i

Mutação de Limite



- ♦ Substitui o gene por um dos limites do intervalo factível $[a_i, b_i]$.

$$c_i = \begin{cases} a_i & \text{se } r < 0,5 \text{ e } i = j \\ b_i & \text{se } r \geq 0,5 \text{ e } i = j \\ p_i & \text{caso contrário} \end{cases}$$

onde $r \in U(0,1)$.

- ♦ Evita que o crossover aritmético leve os genes para o centro do intervalo factível $[a_i, b_i]$.

Mutação Não-Uniforme



- ♦ Substitui um gene por um número extraído de uma distribuição não-uniforme.

$$c_i = \begin{cases} p_i + (b_i - p_i) f(G) & \text{se } r_1 < 0,5 \text{ e } i = j \\ p_i - (p_i - a_i) f(G) & \text{se } r_1 \geq 0,5 \text{ e } i = j \\ p_i & \text{caso contrário} \end{cases}$$

onde
$$f(G) = \left(r_2 \left(1 - \frac{G}{G_{\max}} \right) \right)^b$$

r_1 e $r_2 \in U(0,1)$, G é o número da geração.

Mutação Não-Uniforme Múltipla



- Aplicação do operador mutação não-uniforme em todos os genes do cromossomo **p**.

Mutação Gaussiana



- ◆ Substitui o gene por um número aleatório de uma distribuição gaussiana.

$$c_i = \begin{cases} N(p_i, \sigma), & \text{se } i = j \\ p_i & \text{caso contrário} \end{cases}$$

onde $N(p_i, \sigma)$ é uma distribuição normal com média p_i e desvio padrão σ .

- Pode-se diminuir o valor de σ , à medida que aumenta a número de gerações (imitando a redução de temperatura no Recozimento Simulado).

Mutação Creep



- Adiciona ao parâmetro pequeno valor aleatório (obtido de uma distribuição uniforme ou normal)
- Provoca uma pequena perturbação nos genes a fim de levá-los mais rapidamente ao máximo local.

Exemplo



- Problema da Unidade de Emergência Médica
 - ◆ Qual a melhor localização da Unidade Emergência médica em uma cidade?
 - ◆ Cada bairro possui uma frequência de chamadas de emergência diferente.

Exemplo



Cidade

8	4	5	5	3	2	4	4
3	5	9	2	1	4	6	3
1	8	7	8	7	2	3	8
3	5	8	9	1	3	4	5
4	3	5	7	9	3	7	6
2	1	9	3	7	6	9	3
4	7	9	3	7	2	1	8

Legenda



Exemplo



- Cromossomo (representação real)

(x, y) = coordenadas da unidade de emergência

- Função Objetivo

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^{56} w_i \sqrt{(a_i - x)^2 + (b_i - y)^2}$$

(a_i, b_i) = coordenadas (no centro) do bairro i

w_i = frequência de chamadas do bairro i

Exemplo



- Adicionando restrições ao problema

