

[F122] - Elektrostatyka 2

Wzory:

$$W = \frac{kQ_1Q_2}{r}$$

$$W = Q \cdot U = Q \cdot \Delta V \quad \Rightarrow \quad dW = dq \cdot \Delta V$$

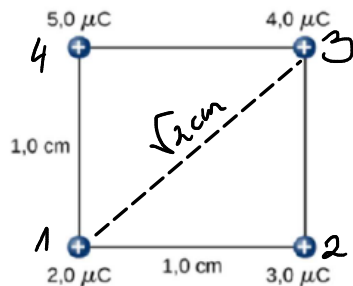
$$V = \frac{kQ}{r}$$

Zad 1

Układ czterech ładunków dodatnich

Obliczmy pracę, jaką siła zewnętrzna musi wykonać na przeniesienie czterech ładunków dodatnich o wartościach $+2\mu\text{C}$, $+3\mu\text{C}$, $+4\mu\text{C}$ oraz $+5\mu\text{C}$ z nieskończoności do wierzchołków kwadratu o boku 1 cm (Rysunek 7.8).

$$\begin{aligned} a &= 1\text{ cm} \\ Q_1 &= 2\mu\text{C} \\ Q_2 &= 3\mu\text{C} \\ Q_3 &= 4\mu\text{C} \\ Q_4 &= 5\mu\text{C} \end{aligned}$$



Rysunek 7.8 Jaką pracę trzeba wykonać, aby utworzyć taki układ ładunków?

$$W_{Q1} = 0$$

$$W_{Q2} = \frac{kQ_1Q_2}{a}$$

$$W_{Q3} = \frac{kQ_1Q_3}{a\sqrt{2}} + \frac{kQ_2Q_3}{a}$$

$$W_{Q4} = \frac{kQ_1Q_4}{a} + \frac{kQ_2Q_4}{a\sqrt{2}} + \frac{kQ_3Q_4}{a}$$

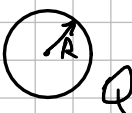
$$W = W_{Q1} + W_{Q2} + W_{Q3} + W_{Q4}$$

Zad 2

Jaka pracę należy wykonać aby naładować metalową kulę o promieniu R ładunkiem Q ?

$$W = Q \cdot U$$

$$dW = dq \cdot U = dq \cdot (V(R) - \overbrace{V(\infty)}^0)$$

$$W = ?$$


$$dW = dq \cdot \left(\frac{kq}{R} \right)$$

$$W = \int_0^Q \frac{kq}{R} dq$$

$$W = \frac{k}{R} \cdot \int_0^Q q dq = \frac{k}{R} \cdot \frac{Q^2}{2} = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 R} \quad [J]$$

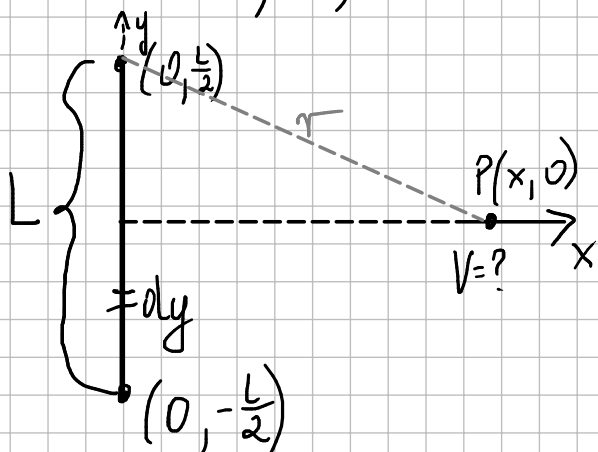
Zad 3

Potencjał pola liniowego rozkładu ładunku

Znajdźmy potencjał pola wytworzonego przez nieprzewodzący pręt o długości L , naładowany jednorodnie ładunkiem o gęstości liniowej λ (o wymiarze C/m) w punkcie leżącym na symetralnej, w dowolnej odległości x od środka pręta.

Dane: L, λ, x

$$V = ?$$



$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$V = \frac{kq}{r}$$

$$dV = \frac{k dq}{r}$$

$$dq = \lambda \cdot dy$$

$$dV = \frac{k \cdot \lambda \cdot dy}{r}$$

$$V = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{k \cdot \lambda}{r} dy$$

$$V = k \cdot \lambda \cdot \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy = k \cdot \lambda \cdot \ln \left(x \sqrt{x^2 + y^2} + xy \right) \Big|_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}$$

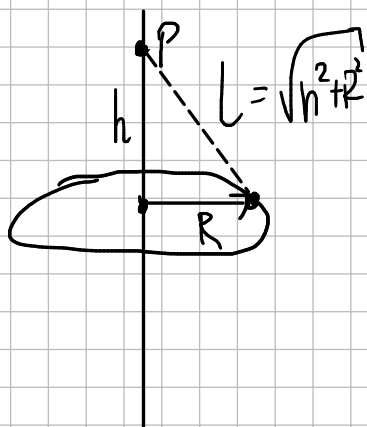
$$= k \cdot \lambda \cdot \ln \left(\frac{x \cdot \sqrt{x^2 + \frac{L^2}{4}} + \frac{Lx}{2}}{x \cdot \sqrt{x^2 + \frac{L^2}{4}} - \frac{Lx}{2}} \right) \quad \boxed{\checkmark}$$

Zad 5

Potencjał pola jednorodnie naładowanego dysku

Cienki dysk o promieniu R jest naładowany jednorodnie ładunkiem o gęstości powierzchniowej σ . Znajdźmy potencjał w dowolnym punkcie na osi dysku.

D: R, σ



$$V = \frac{kQ}{L}$$

$V = ?$

$$dV = \frac{k dq}{L}$$

$$dq = \sigma \cdot dS$$

$$dS = 2\pi r dr$$

$$dV = \frac{k \cdot \sigma \cdot 2\pi r dr}{L}$$

$$V = \int_0^R \frac{k\sigma \cdot 2\pi r}{L} dr$$

$$V = k\sigma \cdot 2\pi \cdot \int_0^R \frac{r}{\sqrt{h^2 + r^2}} dr$$

$$V = 2k\sigma\pi \cdot \left(\sqrt{r^2 + h^2} \Big|_0^R \right) = 2k\sigma \cdot \pi \cdot \left(\sqrt{R^2 + h^2} - \sqrt{h^2} \right)$$

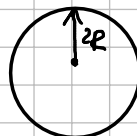
Zad 6

Dwie metalowe kule o promieniach R i $2R$ umieszczono w dużej odległości od siebie. Mniejszą kulę naładowano ładunkiem Q . Następnie kule połączono cienkim metalowym przewodem powodującym przepływ ładunku na większą kulę. Jaki ładunek pozostał na kuli o promieniu R ?

D: $R, 2R, Q$

$$V = k \frac{Q}{R}$$

$$q_1 = ?$$



$$V_1 = V_2$$

$$\frac{k q_1}{R} = \frac{k q_2}{2R}$$

$$\Rightarrow q_2 = 2q_1$$

$$q_1 + q_2 = Q$$

$$2q_1 + q_1 = Q$$

$$q_1 = \frac{Q}{3} [C]$$