

## [F122] - Elektrostatyka 2

Wzory:

$$W = \frac{kQ_1 Q_2}{r}$$

$$W = Q \cdot U = Q \Delta V \Rightarrow dW = dq \cdot \Delta V$$

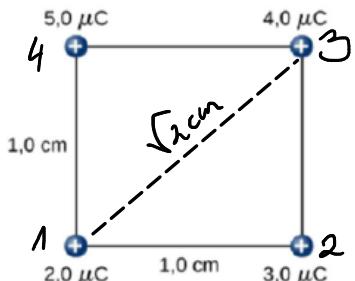
$$V = \frac{kQ}{r}$$

### Zad 1

#### Układ czterech ładunków dodatnich

Obliczmy pracę, jaką siła zewnętrzna musi wykonać na przeniesieniu czterech ładunków dodatnich o wartościach  $+2\mu C$ ,  $+3\mu C$ ,  $+4\mu C$  oraz  $+5\mu C$  z nieskończoności do wierzchołków kwadratu o boku 1 cm (Rysunek 7.8).

$$\begin{aligned} a &= 1 \text{ cm} \\ Q_1 &= 2 \mu C \\ Q_2 &= 3 \mu C \\ Q_3 &= 4 \mu C \\ Q_4 &= 5 \mu C \end{aligned}$$



Rysunek 7.8 Jaką pracę trzeba wykonać, aby utworzyć taki układ ładunków?

$$W_{Q1} = 0$$

$$W_{Q2} = \frac{kQ_1 Q_2}{a}$$

$$W_{Q3} = \frac{kQ_1 Q_3}{a\sqrt{2}} + \frac{kQ_2 Q_3}{a}$$

$$W_{Q4} = \frac{kQ_1 Q_4}{a} + \frac{kQ_2 Q_4}{a\sqrt{2}} + \frac{kQ_3 Q_4}{a}$$

$$W = W_{Q1} + W_{Q2} + W_{Q3} + W_{Q4}$$


---

### Zad 2

Jaka pracę należy wykonać aby naładować metalową kulkę o promieniu  $R$  ładunkiem  $Q$ ?

$$W = Q \cdot U$$

$$dW = dq \cdot U = dq \cdot (V(R) - V(\infty))$$

$$W = ?$$



$$dW = dq \cdot \left( \frac{kq}{R} \right)$$

$$W = \int_0^Q \frac{kq}{R} dq$$

$$W = \frac{k}{R} \cdot \int_0^Q q dq = \frac{k}{R} \cdot \frac{Q^2}{2} = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 R} \quad [J]$$

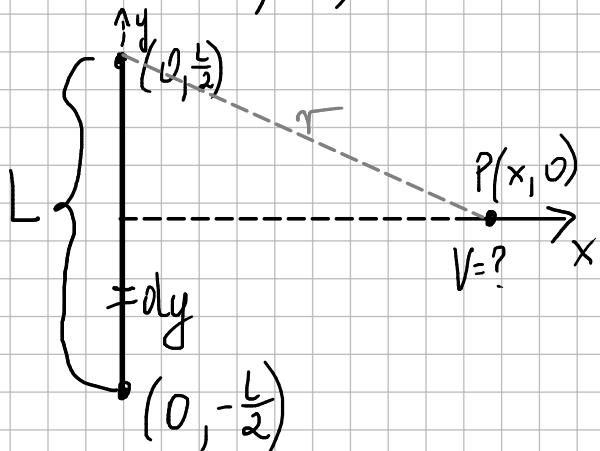
### Zad 3

Potencjał pola liniowego rozkładu ładunku

Znajdźmy potencjał pola wytworzonego przez nieprzewodzący pręt o długości  $L$ , naładowany jednorodnie ładunkiem o gęstości liniowej  $\lambda$  (o wymiarze C / m) w punkcie leżącym na symetralnej, w dowolnej odległości  $x$  od środka pręta.

Dane:  $L, \lambda, x$

$$V = ?$$



$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$V = \frac{kq}{r}$$

$$dV = \frac{k \lambda dy}{r}$$

$$dq = \lambda \cdot dy$$

$$dV = \frac{k \lambda \cdot dy}{r}$$

$$V = \frac{1}{2} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{k \lambda}{r} dy$$

$$V = k \cdot \lambda \cdot \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy = k \cdot \lambda \cdot \left[ \ln \left( x \sqrt{x^2 + y^2} + xy \right) \right]_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}$$

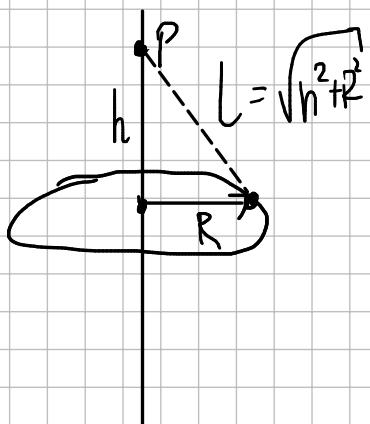
$$= k \cdot \lambda \cdot \ln \left( \frac{x \cdot \sqrt{x^2 + \frac{L^2}{4}} + \frac{Lx}{2}}{x \cdot \sqrt{x^2 + \frac{L^2}{4}} - \frac{Lx}{2}} \right)$$

Zad 5

### Potencjał pola jednorodnie naładowanego dysku

Cienki dysk o promieniu  $R$  jest naładowany jednorodnie ładunkiem o gęstości powierzchniowej  $\sigma$ .  
Znajdźmy potencjał w dowolnym punkcie na osi dysku.

D:  $R, \sigma$



$$V = \frac{kQ}{L}$$

$$V = ?$$

$$dV = \frac{k dq}{L}$$

$$\begin{aligned} dq &= \sigma \cdot dS \\ dS &= 2\pi r dr \end{aligned}$$

$$dV = \frac{k \cdot \sigma \cdot 2\pi r dr}{L}$$

$$V = \int_0^R \frac{k \sigma \cdot 2\pi r}{L} dr$$

$$V = k \sigma \cdot 2\pi \cdot \int_0^R \frac{r}{\sqrt{h^2 + r^2}} dr$$

$$V = 2k\sigma\pi \cdot \left( \sqrt{r^2 + h^2} \Big|_0^R \right) = 2k\sigma\pi \cdot \left( \sqrt{R^2 + h^2} - \sqrt{h^2} \right)$$

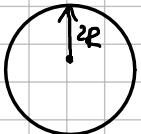
Zad 6

Dwie metalowe kule o promieniach  $R$  i  $2R$  umieszczone w dużej odległości od siebie. Mniejsza kulę naładowane ładunkiem  $Q$ . Następnie kule połączono cienkim metolowym przewodem powodującym przepływ ładunku na większą kulę. Jaki ładunek pozostał na kuli o promieniu  $R$ ?

$$D: R, 2R, Q$$

$$V = k \frac{Q}{R}$$

$$q_{r1} = ?$$



$$V_1 = V_2$$

$$\frac{kq_{r1}}{R} = \frac{kq_{r2}}{2R} \Rightarrow q_{r2} = 2q_{r1}$$

$$q_{r1} + q_{r2} = Q$$

$$2q_{r1} + q_{r1} = Q$$

$$q_{r1} = \frac{Q}{3} [C]$$