

## [F122] - kolos cyber - grupa 1

### Zad 1

Sprawdź czy siły  $F_1$  i  $F_2$  są zachowawcze?

$$\vec{F}_1 = (xz^3 - y, -3x - 12yz, 9xz^2 - 6y^2), \vec{F}_2 = \left(3xz^3 - 3y, -3x - 12yz, \frac{9}{2}x^2z^2 - 6y^2\right)$$

$$\textcircled{\vec{F}_1} \quad \text{rot } \vec{F}_1 = \nabla \times \vec{F}_1 = \left[ \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}, \frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}, \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right]$$

$$\text{rot } \vec{F}_1 = [-12y - (-12y), 9xz^2 - 9xz^2, -3 - (-1)]$$

$$\text{rot } \vec{F}_1 = [0, 0, -2]$$

$\vec{F}_1$  nie jest zachowawcze

$$\textcircled{\vec{F}_2} \quad \text{rot } \vec{F}_2 = [-12y - (-12y), 9xz^2 - 9xz^2, -3 - (-3)]$$

$$\text{rot } \vec{F}_2 = [0, 0, 0]$$

$\vec{F}_2$  jest zachowawcze

## Zad2

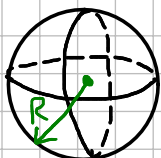
Ładunek jest rozłożony w sferycznej objętości o promieniu  $R$  z gęstością

$$\rho(r) = \alpha r^2,$$

gdzie  $\alpha$  jest stałą.

Wyznacz natężenie pola elektrycznego w punktach wewnątrz i na zewnątrz kuli.

Dane:  $R, \rho(r) = \alpha r^2$



1)  $r < R$

$$\oint E dA = \frac{Q_{\text{wew.}}}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{4\pi \alpha \cdot r^5}{5\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\alpha r^3}{5\epsilon_0}$$

2)  $r > R$

$$Q_{\text{wew.}} = 4\pi \alpha \cdot \frac{R^5}{5}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{4\pi \alpha R^5}{5\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\alpha R^5}{5r^2\epsilon_0}$$

$dV = 4\pi r^2 \cdot dr$  ← nieskończenie mała obj. powłoki  
↖ powierzchnia    ↗ mała grubość

$$dQ = \rho(r) \cdot dV$$

$$dQ = \alpha \cdot r^2 \cdot 4\pi r^2 \cdot dr$$

$$dQ = 4\pi \alpha r^4 dr$$

↑ Ładunek na jednej powłoce

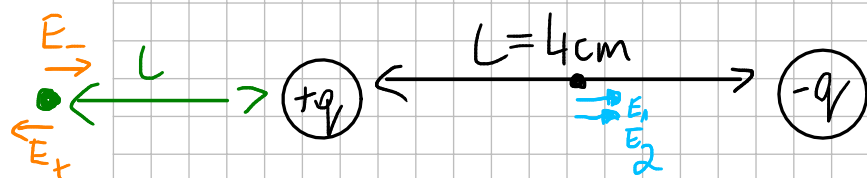
$$Q_{\text{wew.}} = \int_0^r 4\pi \alpha r^4 dr$$

$$Q_{\text{wew.}} = 4\pi \alpha \cdot \frac{r^5}{5}$$

### Zad 3

Natężenie pola elektrycznego w środku dipola o długości  $l=4\text{ cm}$  wynosi  $E_0=6\cdot 10^3\text{ V/m}$

Oblicz natężenie  $E$  i potencjał  $V$  w punkcie leżącym na osi dipola w odległości  $l$  od ładunku dodatniego.



$$E_0 = 6 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$E = ?$$

$$V = ?$$

$$E_0 = E_1 + E_2$$

$$E_0 = \frac{kq}{r^2} + \frac{kq}{r^2} = \frac{2kq}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} = \frac{8kq}{l^2} \Rightarrow kq = \frac{E_0 \cdot l^2}{8}$$

$$E = E_+ - E_-$$

$$E = \frac{kq}{l^2} - \frac{kq}{(2l)^2} = \frac{kq}{l^2} - \frac{kq}{4l^2} = \frac{3kq}{4l^2}$$

$$E = \frac{3 \cdot E_0 \cdot l^2}{32 l^2} = \frac{3E_0}{32} = \frac{3 \cdot 6 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}}{32} = \underline{562,5 \frac{\text{V}}{\text{m}}}$$

potencjał  
jest  
skalarem

$$\rightarrow V = V_+ + V_-$$

$$V = \frac{kq}{l} + \frac{k(-q)}{2l} = \frac{kq}{2l} = \frac{E_0 \cdot l^2}{16l} = \frac{E_0 \cdot l}{16} = \frac{6 \cdot 10 \cdot 4}{16}$$

$$\underline{V = 15\text{ V}}$$