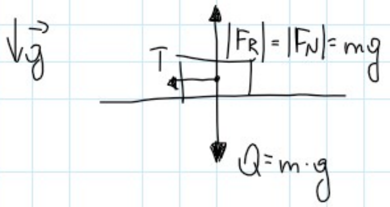
WFI4 - zasada zachowania środka masy

wtorek, 29 kwietnia 2025 20:40

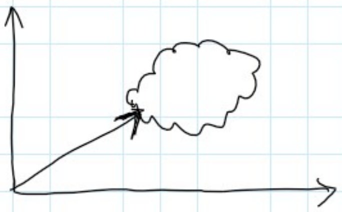
# Teoria:

## TARCIE:




$$T = \mu \cdot F_N$$

## ZASADA ZACHOWANIA ŚRODKA MASY:



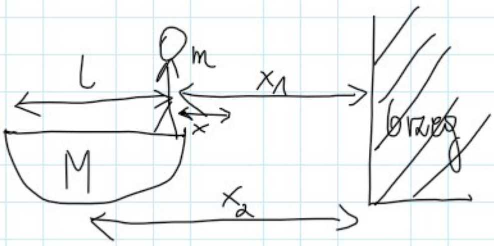
$$\vec{R} = \frac{\sum_i m_i \vec{r_i}}{\sum_i m_i}$$

położenie środka masy

---

### Zad. 1.

Na rufie nieruchomej łodzi o masie $M$ stoi człowiek o masie $m$. Na jaką odległość względem brzegu przesunie się łódź, jeśli człowiek przejdzie z rufy na dziób pokonując odległość $l$.




$$R = \frac{m x_1 + M x_2}{m+M} \qquad R = \frac{m\left(l + x_1 - x\right) + M\left(x_2 - x\right)}{m+M}$$

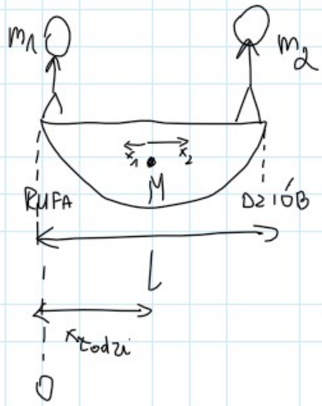
$$\frac{\cancel{m x_1} + \cancel{M x_2}}{\cancel{m+M}} = \frac{ml + \cancel{m x_1} - mx + \cancel{M x_2} - Mx}{\cancel{m+M}}$$

$$ml - mx - Mx = 0$$

$$x = \frac{ml}{m+M} \quad [m]$$

### Zad. 2.

Na przeciwległych końcach nieruchomej łodzi o masie $M$ i długości $l$ stoją dwie osoby o masach $m_1$ (rufa) i $m_2$ (dziób). W jaki sposób zachowa się łódź, co zaobserwuje obserwator stojący na brzegu, gdy ludzie zamienią się miejscami.




zakładamy, że $m_2 > m_1$

$x = x_2 - x_1$ ($x_2 > x_1 \Rightarrow$ przesunie się w kierunku dziobu)

$$R_0 = \frac{m_1 \cdot 0 + m_2 \cdot L + M \cdot x_{łodzi}}{m_1 + m_2 + M} = \frac{m_2 \cdot L + M \cdot x_{łodzi}}{m_1 + m_2 + M}$$

$$R = \frac{m_1 \cdot (L + \overbrace{x_2 - x_1}^{x}) + m_2 \cdot (\overbrace{x_2 - x_1}^{x}) + M \cdot (x_{łodzi} + \overbrace{x_2 - x_1}^{x})}{m_1 + m_2 + M}$$

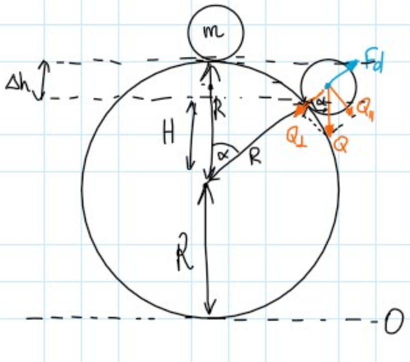
$$R_0 = R$$

$$\Rightarrow m_2 \cdot L + \cancel{M x_{łodzi}} = m_1 \cdot L + m_1 \cdot x + m_2 \cdot x + \cancel{M x_{łodzi}} + Mx$$

$$x = \frac{l(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2 + M} \quad [m]$$

## Zad. 3.

Kulka o masie $m$ ześlizguje się bez tarcia po powierzchni większej kuli o promieniu $R$. W którym miejscu i z jaką prędkością oderwie się ona od dużej kuli? Przyjmij, że w chwili początkowej mała kulka była w najwyższym możliwym położeniu, na wysokości $2R$ ponad ziemią.




$F_d = \frac{mV^2}{R}$ $\alpha = ?$ $v = ?$

$\cos\alpha = \frac{Q_\perp}{Q} \Rightarrow Q_\perp = Q \cdot \cos\alpha = mg \cdot \cos\alpha$

Szukamy momentu, gdy $Q_\perp = F_d$:

$$\cancel{m} g \cos\alpha = \frac{\cancel{m} V^2}{R}$$

$$\cos\alpha = \frac{V^2}{gR}$$

Zasada zachowania energii: $(\sum_i E = const.)$:

$$\cancel{m} g 2R = \cancel{m} g \cdot (2R - \Delta h) + \frac{\cancel{m} V^2}{2}$$

$$g \cdot \Delta h = \frac{v^2}{2} \Rightarrow V = \sqrt{2g\Delta h}$$

wyrazić $\Delta h$ przez $R$ i $\alpha$:

$\cos\alpha = \frac{H}{R} \Rightarrow H = \cos\alpha \cdot R$

$$\Delta h = R - H = R - \cos\alpha \cdot R$$

$g \cdot \Delta h = \frac{v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2g\Delta h}$

wyrazić $\Delta h$ przez $R$ i $\alpha$:

$\cos\alpha = \frac{H}{R} \Rightarrow H = \cos\alpha \cdot R$

$\Delta h = R - H = R - \cos\alpha \cdot R$

zatem: $v^2 = 2g \cdot (R - \cos\alpha \cdot R)$

$$v^2 = 2gR - 2g \cdot \frac{v^2}{gR} \cdot R = 2gR - 2v^2$$

$$3v^2 = 2gR$$

$$v = \sqrt{\frac{2gR}{3}} \left[\frac{m}{s}\right]$$