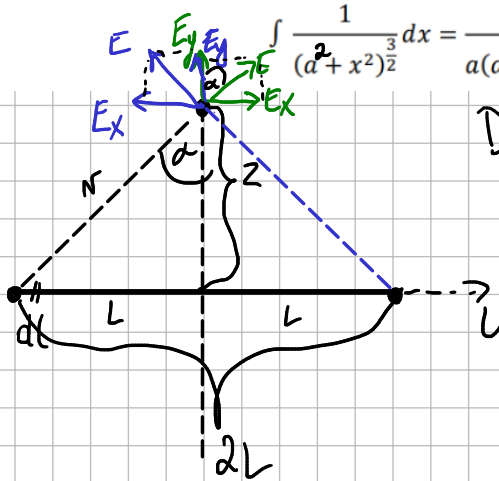


# [Fiz2]-przykładowy kolos1

## Zad 1

Znaleźć wektor natężenia w odległości  $z$  nad środkiem odcinka o długości  $2L$  naładowanego jednorodnie z gęstością liniową  $\lambda$ . Wykorzystaj całkę z tablicy



Dane:  $z, 2L, \lambda$

$$dq = \lambda \cdot dl$$

$$E = ?$$

$$\cos \alpha = \frac{E_y}{E} \quad \wedge \quad \cos \alpha = \frac{z}{r}$$

$$\Rightarrow E_y = E \cdot \cos \alpha$$

$$E_y = E \cdot \frac{z}{r}$$

$$E_y = E \cdot \frac{z}{\sqrt{z^2 + L^2}}$$

$$E_y = \frac{kq}{r^2} \cdot \frac{z}{r}$$

$$dE_y = \frac{k \cdot \lambda \cdot dl}{r^2} \cdot \frac{z}{r}$$

$$dE_y = \frac{k \cdot \lambda \cdot dl \cdot z}{r^3} = \frac{k \cdot \lambda \cdot z}{(\sqrt{L^2 + z^2})^3} dl$$

$$dE_y = \frac{\lambda \cdot z}{4\pi\epsilon_0 \cdot (L^2 + z^2)^{3/2}} dl$$

$$E_y = \frac{\lambda \cdot z}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_{-L}^L \frac{1}{(L^2 + z^2)^{3/2}} dl$$

$$E_y = \frac{\lambda \cdot z}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left( \frac{L}{z^2 \cdot \sqrt{L^2 + z^2}} \right) \Big|_{-L}^L$$

$$E_y = \frac{\lambda \cdot z}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2L}{z^2 \cdot \sqrt{L^2 + z^2}} = \frac{L\lambda}{2\pi\epsilon_0 \cdot z \sqrt{L^2 + z^2}}$$

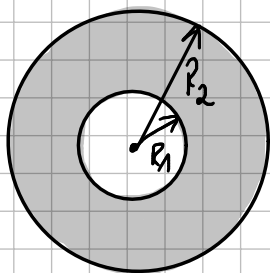
## Zad 2

Całkowity ładunek  $Q$  jest rozmieszczony równomiernie w sferycznej powłoce o promieniach, odpowiednio wewnętrznym i zewnętrznym,  $R_1$  i  $R_2$ . Wyznacz natężenie pola elektrycznego wytworzonego przez ten ładunek dla 3 przypadków :

1.  $r < R_1$ ,
2.  $R_2 > r \geq R_1$
3.  $r > R_2$

Dane:  $Q, R_1, R_2$

$E = ?$



1)  $r < R_1$

$E_1 = 0$

$$dq = \rho \cdot dV$$

$$\rho = \frac{Q}{V}$$

2)  $R_1 < r \leq R_2$

$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R_2^3 - \frac{4}{3}\pi R_1^3}$$

$$\oint E dS = \frac{Q_{\text{wew.}}}{\epsilon_0} = \frac{\rho \cdot \left( \frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi R_1^3 \right)}{\epsilon_0} = \frac{Q \cdot \frac{4}{3}\pi (r^3 - R_1^3)}{\epsilon_0 \cdot \frac{4}{3}\pi (R_2^3 - R_1^3)}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q \cdot (r^3 - R_1^3)}{\epsilon_0 \cdot (R_2^3 - R_1^3)}$$

$E_2 = \frac{Q(r^3 - R_1^3)}{4\pi r^2 \epsilon_0 \cdot (R_2^3 - R_1^3)}$

3)  $r > R_2$

$$\oint E dS = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow \underline{E_3 = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0}}$$

### Zad 3

Dwie metalowe kule o promieniach  $R_1=5\text{cm}$  i  $R_2=10\text{cm}$  naładowano do potencjałów  $V_1=100\text{V}$  i  $V_2=150\text{V}$ . Jaki będzie wspólny potencjał  $V$  obu kul po ich połączeniu cienkim metalowym przewodem?

$$\begin{aligned} R_1 &= 5\text{cm} \\ R_2 &= 10\text{cm} \\ V_1 &= 100\text{V} \\ V_2 &= 150\text{V} \end{aligned}$$

$$V = ?$$

$$V = \frac{kQ}{R}$$

$$V_1 = \frac{kQ_1}{R_1} \Rightarrow Q_1 = \frac{V_1 R_1}{k}$$

$$Q_2 = \frac{V_2 R_2}{k}$$

$$Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2'$$

$$\frac{V_1 R_1}{k} + \frac{V_2 R_2}{k} = \frac{V R_1}{k} + \frac{V R_2}{k}$$

$$V = \frac{V_1 R_1 + V_2 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{100 \cdot 0,05 + 150 \cdot 0,1}{0,05 + 0,1}$$

$$V = \frac{5 + 15}{0,15} = \frac{20}{0,15} = \underline{\underline{133,33\text{ V}}}$$