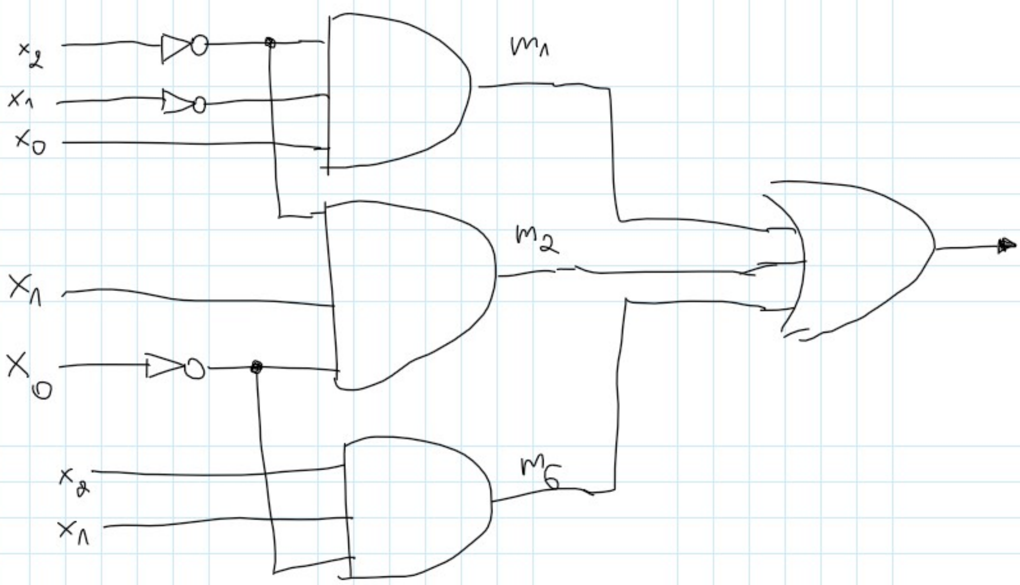
Kolos 1

czwartek, 24 kwietnia 2025 20:00

Mintermy i makstermy

np. minterm m_9 $\rightarrow$ $x_3 x_2' x_1' x_0$ $(6_0\ 1001 = 9)$

np. $\Sigma m(1,2,6)$ – (SOP)



$z = \Sigma m(1,2,6) =$

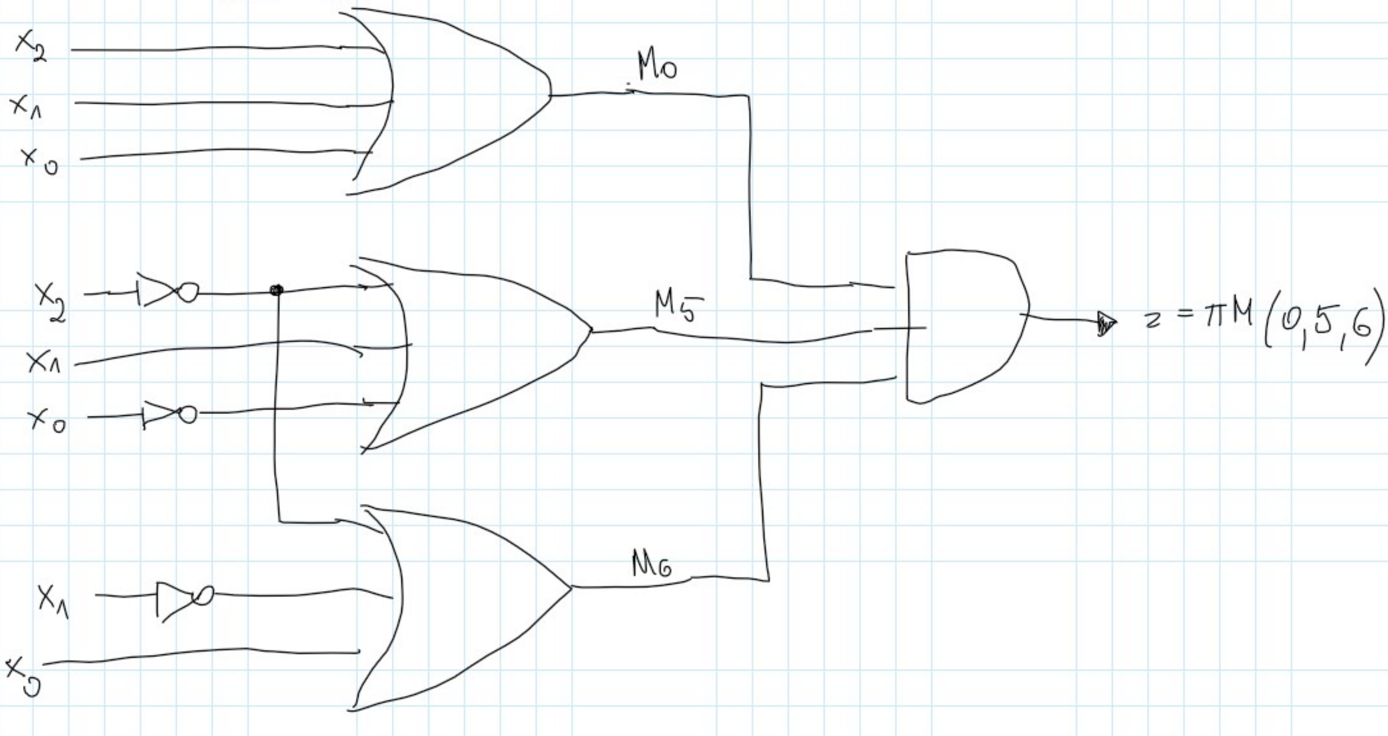
$= x_2' x_1' x_0 + x_2' x_1 x_0' + x_2 x_1 x_0'$

np. maksterm M_5 : $x_3 + x_2' + x_1 + x_0'$

0101

np. $\Pi M(0,5,6)$ – (POS – product of sums)

0000 0101 0110



$\Pi M(0,5,6) = (x_2 + x_1 + x_0)(x_2' + x_1 + x_0')(x_2' + x_1' + x_0)$

$\Pi M(0,5,6) = (x_2 + x_1 + x_0)(x_2' + x_1 + x_0')(x_2' + x_1' + x_0)$

Przekształcenia:

$\Sigma m(\{j \mid f(j) = 1\}) = \Pi M(\{j \mid f(j) = 0\})$

np.

$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{one-set}}}{\Sigma_1 m(0,4,7)} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{zero-set}}}{\Pi M(1,2,3,5,6)}$

Rozwinięcie Shannona:

- dla sum iloczynów (SOP):

$f(x,y,z,\dots) = x f(x=1,y,z,\dots) + x' f(x=0,y,z,\dots)$

- dla iloczynów sum (POS):

$f(x,y,z,\dots) = (x + f(x=0,y,z,\dots))(x' + f(x=1),y,z,\dots))$

np. dla SOP:

$f(a,b,c) = ab + ac + bc = a f(a=1,b,c) + a' f(a=0,b,c) =$
$= a(b + c + bc) + a'bc = a(b+c) + a'bc$

np. dla POS:

$f(a,b,c) = (a+b+c)(a+b+c')(a+b'+c)(a'+b+c) =$
$= [a + f(0,b,c)][a' + f(1,b,c)] = [a + (b+c)(b+c')(b'+c)][a'+b+c]$
$= [a + bc][a' + b + c]$

Ekspansja - procedura

Wstęp:

np.

$(10{*}1{*}) = \left\{ \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{matrix} \right.$

$$(10*1*) = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{Bmatrix}$$

np.

$$g(a,b,c,d) = ad + a'b'c = k_0 + k_1 = (1**1) + (001*)$$

k_0: 1001, 1011, 1101, 1111

k_1: 0010, 0011

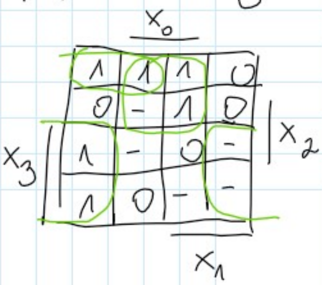
Macierz blokująca - negacja j-tych kolumn macierzy R, gdzie j-te elementy kostki to 1

np. kostka k_1: $k_1 = \{0\,0\,0\,\boxed{1}\,0\}$

zbiór R: $R = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$

macierz blokująca $B_1(k_1,R)$: $B_1 = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{Bmatrix}$

np (minimalizacja funkcji niezupełnej)



$$E(x_3,x_2,x_1,x_0) = x_3x_0' + x_3'x_0 + x_3'x_2'x_1$$

Oblicz ekspansję minimalną postać funkcji:

zbiór F:
(tam, gdzie są „1")

$F = \{0, 1, 3, 7, 8, 12\}$

zbiór R:
(tam gdzie są „0")

$R = \{2, 4, 6, 9, 15\}$

F:	x_3	x_2	x_1	x_0
k_0	0	0	0	0
k_1	0	0	0	1
k_2	0	0	1	1
k_3	0	1	1	1
k_4	1	0	0	0
k_5	1	1	0	0

R:	x_3	x_2	x_1	x_0
	0	0	1	0
	0	1	0	0
	0	1	1	0
	1	0	0	1
	1	1	1	1

k_3	0	1	1	1
k_4	1	0	0	0
k_5	1	1	0	0

	1	0	0	1
	1	1	1	1

dalej:

dla kostki $k_0 \to B(k_0, R)$

F:	x_3	x_2	x_1	x_0
k_0	0	0	0	0

$B(k_0, R)$:

R:	L_3	L_2	L_1	L_0
	0	0	1	0
	0	1	0	0
	~~0~~	~~1~~	~~1~~	~~0~~
	1	0	0	1
	~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~

minimalne pokrycie kolumnowe:

$$L' = \{3, 2, 1\}, \quad L' = \{2, 1, 0\}$$

Implikanty proste:

$$I_0 = (000*) = x_3' x_2' x_1' \quad ; \quad I_1 = (*000) = x_2' x_1' x_0'$$

dla kostki k_1: $B(k_1, R)$

k_1: 0001

R:	x_3	x_2	x_1	$\bar{x_0}$
	0	0	1	0
	0	1	0	0
	~~0~~	~~1~~	~~1~~	~~0~~
	1	0	0	0
	~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~0~~

$$L' = \{3, 0\}$$

$$\|L' = \{x_3, x_0\}\|$$

Implikanty proste: $I_2 = (0**1) = x_3' x_0$

dla kostki k_2: = 0011

R:	x_3	x_2	x_1	x_0
	0	0	0	0
	0	1	0	0
	0	1	0	0
	1	0	0	0
	1	1	0	0

$$L' = \{3, 0\}$$

Implikanty proste: $I_3 = (0**1) = x_3' x_0$

dla kostki k_3: = 0111

R:	x_3	x_2	x_1	x_0
	0	1	0	1

R:	x_3	x_2	x_1	x_0
	0	1	0	1
	0	0	1	1
	0	0	0	1
	1	1	1	0
	1	0	0	0

$L' = \{3, 0\}$

Implikanty proste: $I_4 = (0{*}{*}1) = x_3' x_0$

dla kostki k_4: $\,= 1000$

R:	x_3	x_2	x_1	x_0
	1	0	1	0
	1	1	0	0
	1	1	1	0
	0	0	0	1
	0	1	1	1

$L' = \{3, 0\}$

$I_5 = (1{*}{*}0) = x_3 x_0'$

dla kostki k_5: $\,= 1100$

R:	x_3	x_2	x_1	x_0
	1	1	1	0
	1	0	0	0
	1	0	1	0
	0	1	0	1
	0	0	1	1

$L' = \{3, 0\}$

$I_6 = (1{*}{*}0) = x_3 x_0'$

Podsumowując:

IMPLIKANTY PROSTE:

$I_0 = x_3' x_2' x_1'$ $\quad (000{*})$

$I_1 = x_2' x_1' x_0'$ $\quad ({*}000)$

$I_2 = x_3' x_0$ $\quad (0{*}{*}1)$

~~$I_3 = x_3' x_0$~~

~~$I_4 = x_3' x_0$~~

$I_5 = x_3 x_0'$ $\quad (1{*}{*}0)$

~~$I_6 = x_3 x_0'$~~

Wywalamy powtórzenia

→ Występowanie implikantu w danej kostce:

$I_0 \quad I_1 \quad I_2 \quad I_5$

→ Występowanie implikantu w danej kostce:

		I_0 (000*)	I_1 (*000)	I_2 (0**1)	I_5 (1**0)
k_0	0000	1	1		
k_1	0001	1		1	
k_2	0011			1	
k_3	0111			1	
k_4	1000		1		1
k_5	1100				1

$L' = \{I_0, I_2, I_5\}$; $L' = \{I_1, I_2, I_5\}$

$$\begin{cases} f = x_3'x_2'x_1' + x_3'x_0 + x_3x_0' \\ \vee \\ f = x_2'x_1'x_0' + x_3'x_0 + x_3x_0' \end{cases}$$

Zadanie z projektu 1. – metoda systematyczna:

dla e)

x_3,x_2 \ x_1,x_0	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	1
11	–	–	–	–
10	1	0	–	–

F: {0000, 0010, 0110, 1000}

R: {0001, 0011, 0100, 0101, 0111, 1001}

F:	x_3	x_2	x_1	x_0
k_0	0	0	0	0
k_1	0	0	1	0
k_2	0	1	1	0
k_3	1	0	0	0

(1) $B(k_0, R)$:
$k_0 = 0000$

R:	x_3	x_2	x_1	x_0
	0	0	0	1
	0	0	1	1
	0	1	0	0
	0	1	0	1
	0	1	1	1
	1	0	0	1

R:	x_3	x_2	x_1	x_0
	0	0	0	1
	0	0	1	1
	0	1	0	0
	0	1	0	1
	0	1	1	1
	1	0	0	1

$L' = \{2, 0\}$

$I_0 = (*0*0)$

② $B(\underbrace{k_1}_{0010}, R)$:

R:	x_3	x_2	x_1	x_0
	0	0	1	1
	0	0	0	1
	0	1	1	0
	0	1	1	1
	0	1	0	1
	1	0	1	1

$L' = \{1, 0\}$, $L' = \{2, 0\}$

$I_1 = (**10)$; $I_2 = (*0*0)$

③ $B(\underbrace{k_2}_{0110}, R)$:

R:	x_3	x_2	x_1	x_0
	0	1	1	1
	0	1	0	1
	0	0	1	0
	0	0	1	1
	0	0	0	1
	1	1	1	1

$L' = \{1, 0\}$

$I_3 = (**10)$

④ $B(\underbrace{k_3}_{1000}, R)$:

R:	x_3	x_2	x_1	x_0
	1	0	0	1
	1	0	1	1
	1	1	0	0
	1	1	0	1
	1	1	1	1
	0	0	0	1

$L' = \{3, 0\}$

$I_4 = (1**0)$

Podsumowując:

$I_0 = (*0*0)$

$I_1 = (**10)$

$I_4 = (1**0)$

Występowanie implikantu w danej kostce:

Występowanie implikantu w danej kostce:

		I_0	I_1	I_4	
		(*0*0)	(**10)	(1**0)	[redacted]
k_0	0000	1			
k_1	0010	1	1		
k_2	0110		1		
k_3	1000	1		1	

$L' = \{0, 1\}$

$f = I_0 + I_1 = x_2' x_0' + x_1 x_0' = x_0' (x_1 + x_2')$