

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

Университет ИТМО

Отчёт по лабораторной работе № 5

«Временные ряды»

Выполнили работу:

Демьянов Фёдор Александрович 471882

Кузнецова Таисия Павловна 466397

Долбенко Олеся Дмитриевна 465781

Академическая группа: № J3114, 3113

Санкт-Петербург 2025

Цель работы:

Изучить методы анализа временных рядов, в том числе:

- визуализация исходного и разностных рядов;
- исследование автокорреляционной функции (ACF);
- проверка стационарности с помощью теста Дики-Фуллера;
- реализация и применение экспоненциального сглаживания.

Цель — научиться выявлять тренды, сезонность и особенности временных рядов, оценивать их стационарность и применять методы сглаживания.

План работы:

- 1) Загрузка и предварительная обработка данных.
- 2) Построение графика временного ряда.
- 3) Получение разностных рядов первого и второго порядка и их визуализация.
- 4) Построение автокорреляционной функции (ACF).
- 5) Применение ADF-теста для оценки стационарности исходного и разностных рядов.
- 6) Реализация экспоненциального сглаживания при разных альфа и анализ результатов.
- 7) Сделать выводы

Теоретическая часть

Временной ряд

Последовательность числовых наблюдений, упорядоченных по времени. Может содержать тренды, сезонность, шум.

Тренд

долгосрочное устойчивое изменение уровня временного ряда. Он может быть:

- Восходящим (значения растут со временем),
- Нисходящим (значения падают со временем),
- Горизонтальным (отсутствие тренда).

Сезонность

регулярные и повторяющиеся изменения во временном ряду с фиксированным периодом(день, неделя, месяц, год и т.д.).

- Возникает из-за календарных, природных, поведенческих или экономических факторов.
- Часто повторяется через равные интервалы времени.

Разностный ряд

Разность между текущим и предыдущим значением ряда:

- 1-я разность: $x_t' = x_t - x_{t-1}$
- 2-я разность: $x_t'' = x_t' - x_{t-1}'$

Автокорреляционная функция (ACF)

Показывает зависимость текущего значения от его прошлых значений (лагов). Используется для выявления тренда, сезонности.

ADF-тест (Augmented Dickey-Fuller)

Проверяет нулевую гипотезу о нестационарности ряда.
Если **p-значение < 0.05**, значит ряд стационарен.

Экспоненциальное сглаживание

Метод, который присваивает убывающее по экспоненте значение прошлым наблюдениям:

$$St = \alpha xt + (1 - \alpha)St - 1, \text{ где } \alpha \text{ принадлежит } [0, 1]$$

Реализация

▼ 1. Визуализация данных

▼ 1(a). Построение графика выбранного временного ряда

Импорт библиотек и загрузка данных

```
[ ] import yfinance as yf
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from statsmodels.graphics.tsaplots import plot_acf
from statsmodels.tsa.stattools import adfuller

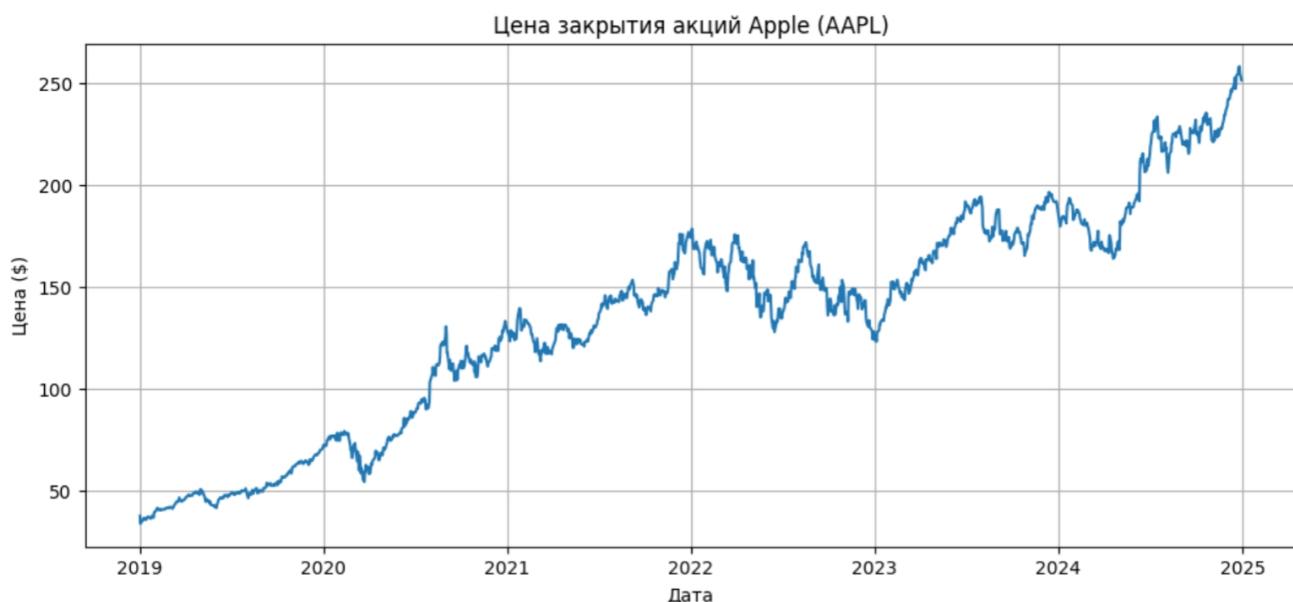
# Загружаем данные по акциям Apple за последние 5 лет
data = yf.download('AAPL', start='2019-01-01', end='2024-12-31')
ts = data['Close'] # Берем только цену закрытия
```

→ [*****100%*****] 1 of 1 completed

График исходного временного ряда

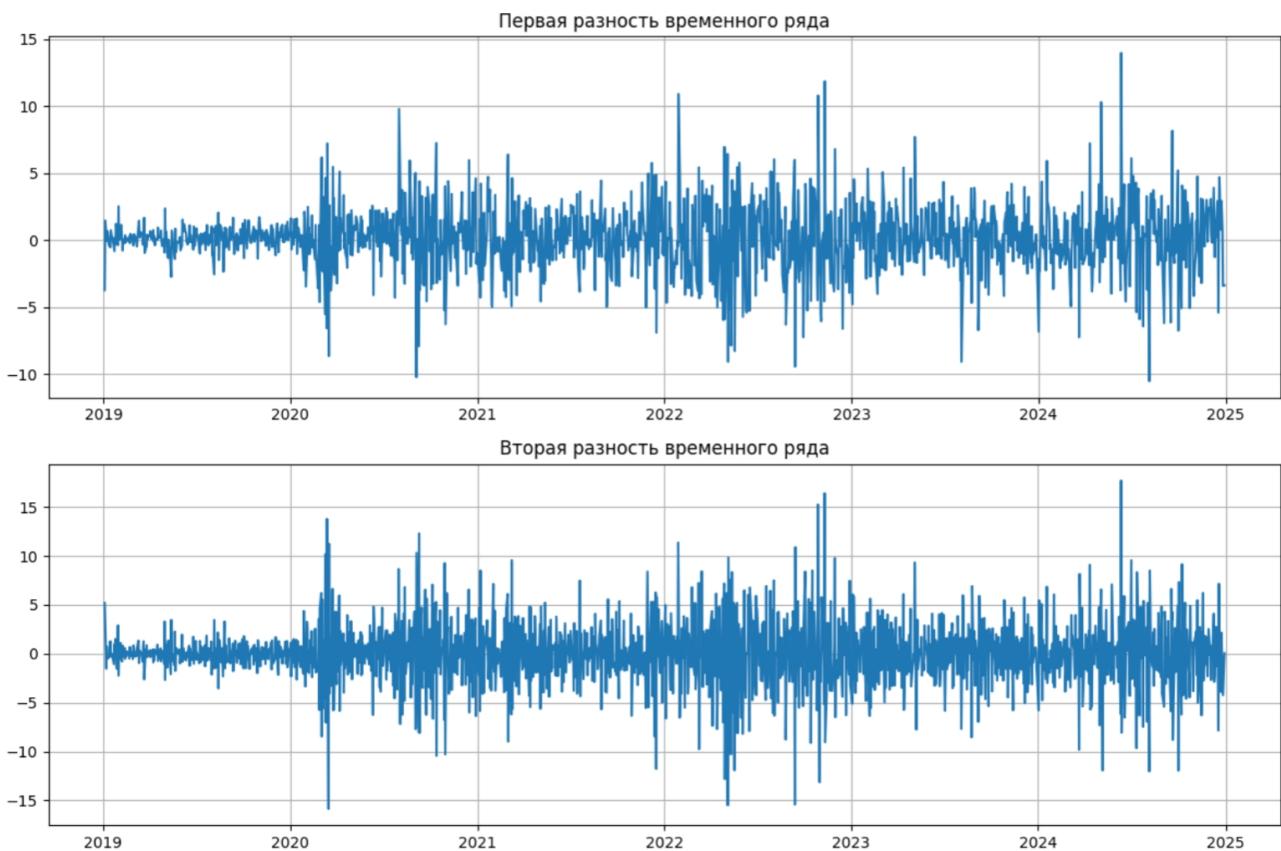
```
[ ] # Визуализация исходного временного ряда
plt.figure(figsize=(12, 5))
plt.plot(ts)
plt.title("Цена закрытия акций Apple (AAPL)")
plt.xlabel("Дата")
plt.ylabel("Цена ($)")
plt.grid()
plt.show()
```

наблюдается восходящий тренд — признаки нестационарности.



✓ 1(b). Построение графиков разностных рядов различного порядка

```
# Первая разность  
ts_diff1 = ts.diff().dropna()  
# Вторая разность  
ts_diff2 = ts_diff1.diff().dropna()  
  
# Визуализация разностных рядов  
fig, axs = plt.subplots(2, 1, figsize=(12, 8))  
axs[0].plot(ts_diff1)  
axs[0].set_title("Первая разность временного ряда")  
axs[0].grid()  
axs[1].plot(ts_diff2)  
axs[1].set_title("Вторая разность временного ряда")  
axs[1].grid()  
plt.tight_layout()  
plt.show()
```



Вывод по графикам: первая разность устраняет тренд, вторая — делает ряд более "белым шумом".

Первая разность нужна когда тренд линейный

- Если в исходном ряду есть устойчивый рост или падение (например, каждый день цена увеличивается на 1), то первая разность делает такой ряд стационарным.

Вторая разность нужна когда тренд нелинейный

- Иногда первая разность недостаточна — остаются остаточные тренды или колебания.
- Тогда берётся вторая разность, чтобы полностью "выпрямить" ряд.

Мы не знаем заранее, достаточно ли первой разности.

Мы проверяем обе и применяем тест Дики-Фуллера, чтобы убедиться:

Если первая разность уже стационарна, то используем её, а если нет, то пробуем вторую.

▼ 2. АКФ

▼ 2(a). Построение автокорреляционной функции ряда

```
▶ # ACF для исходного ряда
plot_acf(ts.dropna(), lags=50)
plt.title("ACF исходного ряда")
plt.show()

# ACF для первой разности
plot_acf(ts_diff1, lags=50)
plt.title("ACF первой разности")
plt.show()

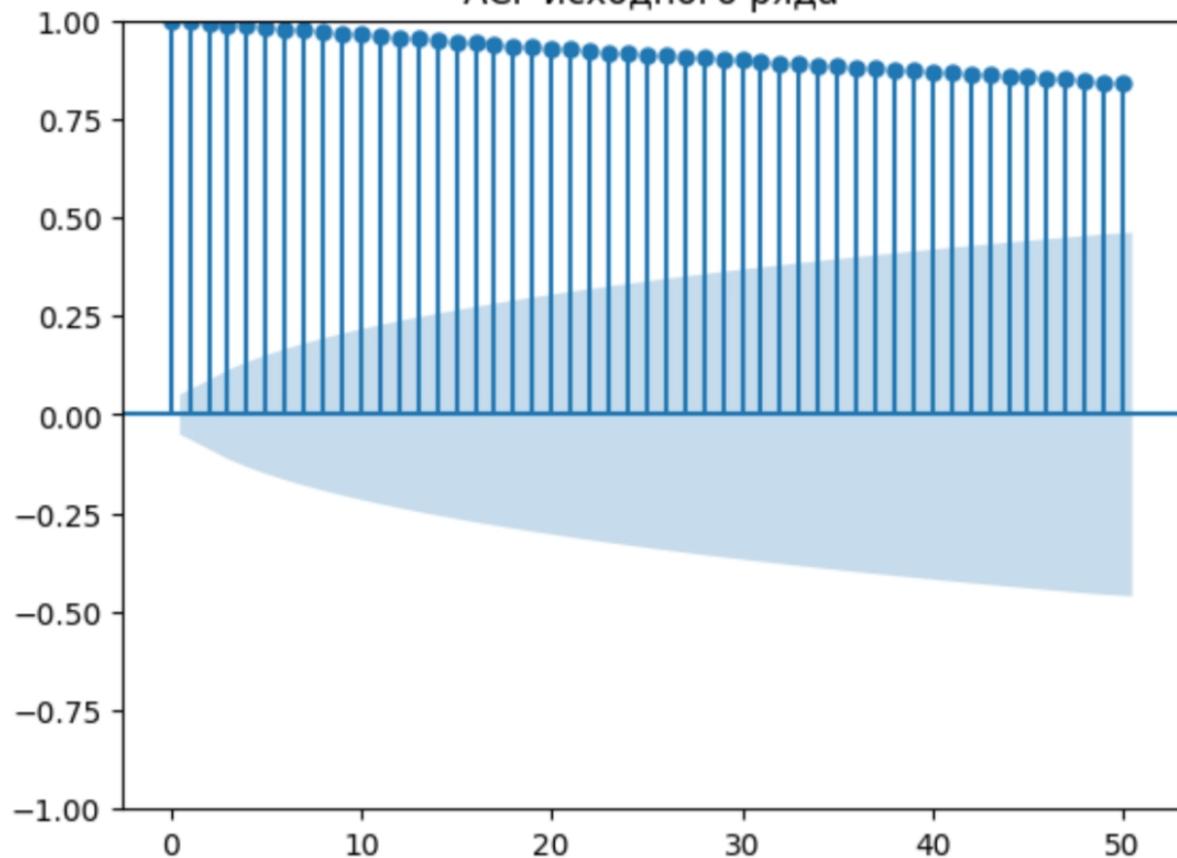
# ACF для второй разности
plot_acf(ts_diff2, lags=50)
plt.title("ACF второй разности")
plt.show()
```

Исходный ряд: сильная автокорреляция значит тренд.

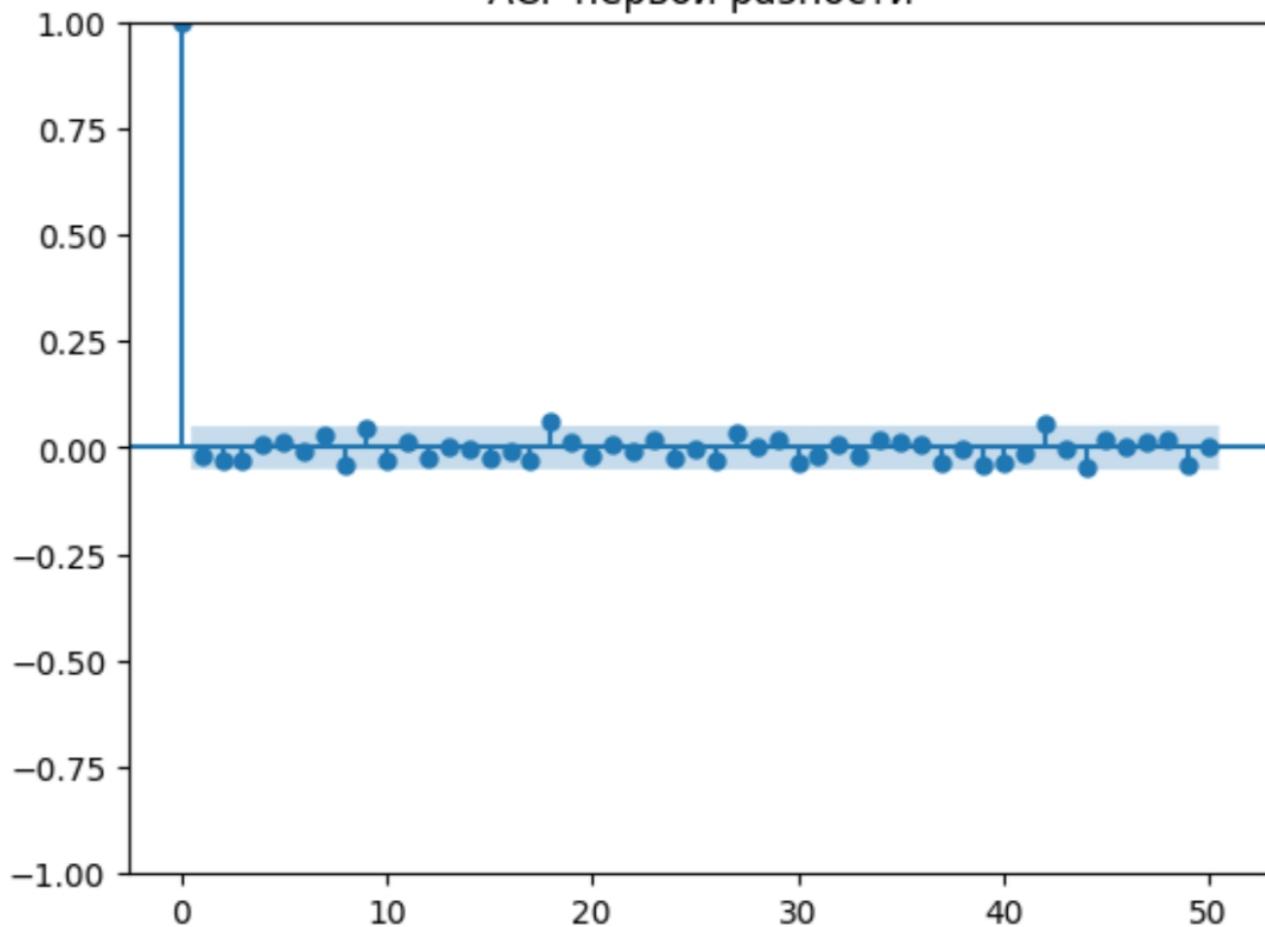
Первая разность: коррелирует на лаге 1, затем быстро затухает значит стационарность

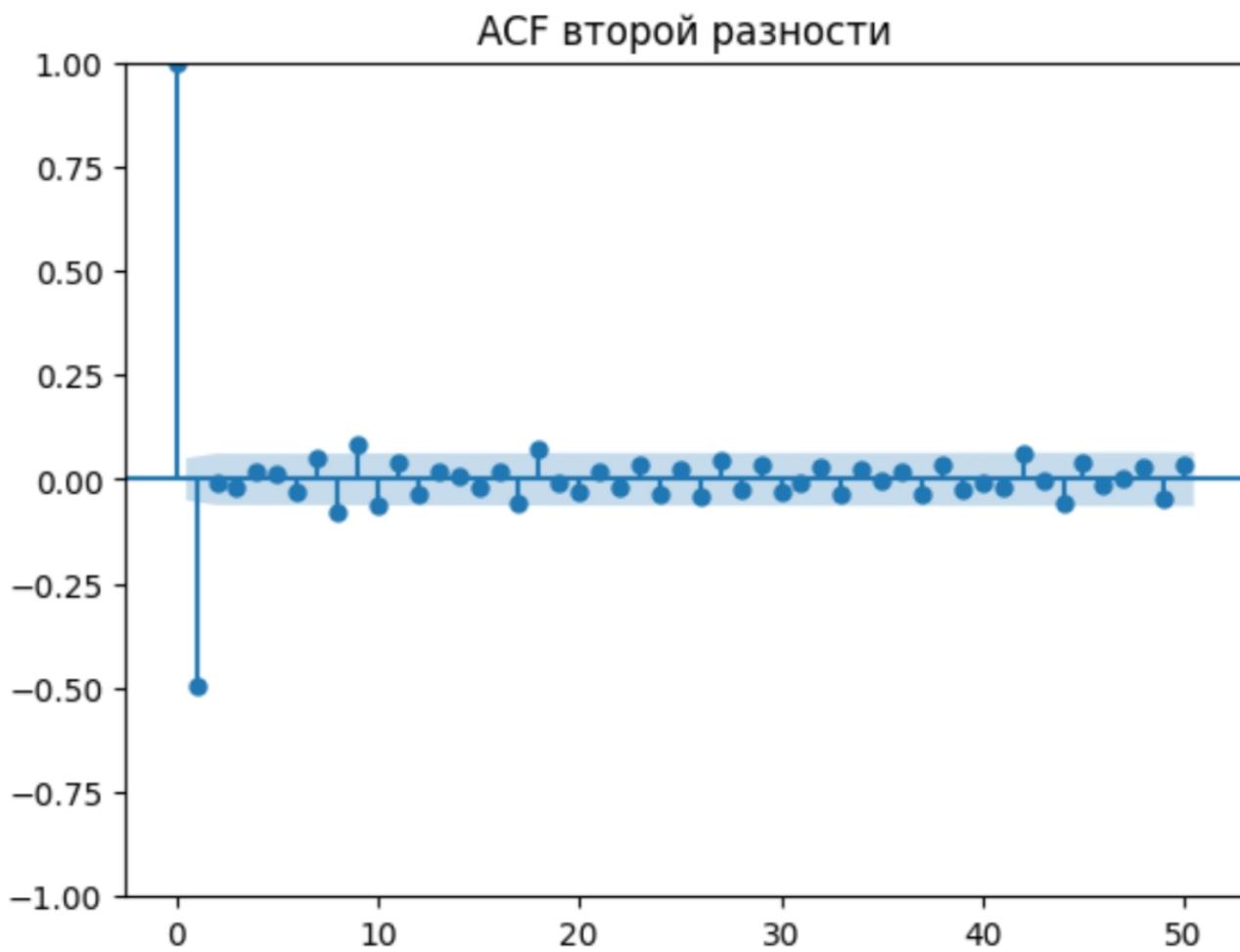
Вторая разность: шум

ACF исходного ряда



ACF первой разности





выводы по графикам:

- **ACF исходного ряда** показывает медленное убывание корреляций, причём значения автокорреляции остаются высокими даже на больших лагах. Это указывает на наличие ярко выраженного тренда и подтверждает, что исходный ряд нестационарен.
- **ACF первой разности** демонстрирует резкое падение автокорреляции: только лаг 1 значимо отличается от нуля, все последующие значения находятся в пределах доверительного интервала. Это свидетельствует о том, что первая разность устранила тренд, и ряд стал почти стационарным.
- **ACF второй разности** также показывает поведение, характерное для стационарных рядов: автокорреляции близки к нулю, все пики, кроме первых, находятся в пределах доверительного интервала. Однако дополнительных преимуществ по сравнению с первой разностью она не даёт.

2(b). Выводы о наличии трендов, сезонности и т.д.

- Исходный ряд может иметь тренд (ACF убывает медленно)
- Разностные ряды убирают тренд и делают ряд более стационарным.
- Если в ACF видны циклы/волны – это может говорить о сезонности.

▼ 3. Тесты стационарности

3(а). Применим тест Дики-Фуллера для исходного ряда и для разностных рядов

```
[ ] def adf_test(series, title=''):
    print(f'\nADF тест: {title}')
    result = adfuller(series.dropna(), autolag='AIC')
    labels = ['ADF-статистика', 'р-значение', '# лагов', '# наблюдений']
    for value, label in zip(result[:4], labels):
        print(f'{label}: {value}')
    if result[1] <= 0.05:
        print("Ряд стационарен (отвергаем H0)")
    else:
        print("Ряд нестационарен (не отвергаем H0)")

    # Применяем тест к исходному ряду и разностям
    adf_test(ts, "Исходный ряд")
    adf_test(ts_diff1, "Первая разность")
    adf_test(ts_diff2, "Вторая разность")
```

```
ADF тест: Исходный ряд
ADF-статистика: -0.4742212707000641
р-значение: 0.8969496316358011
# лагов: 0
# наблюдений: 1508
Ряд нестационарен (не отвергаем H0)
```

```
ADF тест: Первая разность
ADF-статистика: -39.44908506447924
р-значение: 0.0
# лагов: 0
# наблюдений: 1507
Ряд стационарен (отвергаем H0)
```

```
ADF тест: Вторая разность
ADF-статистика: -14.552699969196551
р-значение: 4.93735554411057e-27
# лагов: 21
# наблюдений: 1485
Ряд стационарен (отвергаем H0)
```

Результаты ADF-теста (теста Дики-Фуллера) показывают, **насколько временной ряд является стационарным**, то есть не зависит от времени по среднему, дисперсии и ковариации.

ADF тест: Исходный ряд

- ADF-статистика: -0.47, р-значение: 0.897 значит р-значение значительно больше 0.05.

- Это означает, что мы не можем отвергнуть нулевую гипотезу о наличии единичного корня (то есть ряд не стационарен).

Вывод: исходный ряд не стационарен, в нём присутствует тренд или другие нестабильные компоненты.

ADF тест: Первая разность

- ADF-статистика: -39.45, р-значение: 0.0 значит р-значение меньше 0.05.
- Это позволяет отвергнуть нулевую гипотезу и признать ряд стационарным.

Вывод: первая разность ряда стационарна, тренд устранён.

ADF тест: Вторая разность

- ADF-статистика: -14.55, р-значение ≈ 0.0 значит также уверенно отвергаем H_0

Вывод: вторая разность тоже стационарна, но это избыточно, так как уже первая разность дала стационарность.

3(b). Выводы

- Исходный временной ряд (цены закрытия акций Apple) оказался нестационарным, так как р-значение теста значительно превышает уровень значимости 0.05. Это указывает на наличие тренда или сезонных компонентов.
- Первая разность ряда показала значительное улучшение: р-значение снизилось и стало меньше 0.05, что позволяет отвергнуть нулевую гипотезу о нестационарности. Таким образом, первая разность ряда уже является стационарной.
- Вторая разность также показала стационарность, но необходимость её применения отпадает, так как уже первая разность обеспечила стационарное поведение ряда.

4. Экспоненциальное сглаживание

4(а). Построение сглаженных рядов при различных параметрах сглаживания

```
import yfinance as yf
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt

# Скачиваем данные по акциям Apple
data = yf.download('AAPL', start='2019-01-01', end='2024-12-31')
series = data['Close'].dropna() # Убираем пропуски
series.index = pd.to_datetime(series.index)

def exponential_smoothing(series, alpha):
    result = [series.iloc[0]] # начальное значение – первое наблюдение
    for t in range(1, len(series)):
        result.append(alpha * series.iloc[t] + (1 - alpha) * result[t - 1])
    return pd.Series(result, index=series.index)

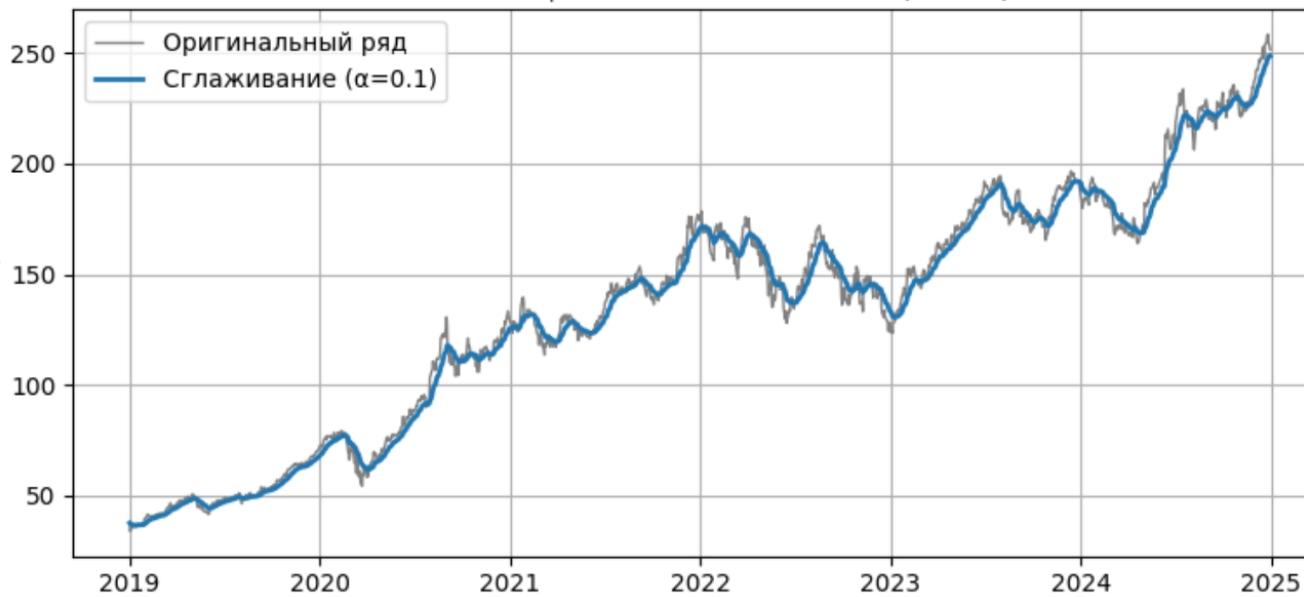
# Значения альфа
alphas = [0.01, 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9]

# Настраиваем размер рисунков
plt.figure(figsize=(16, 12))

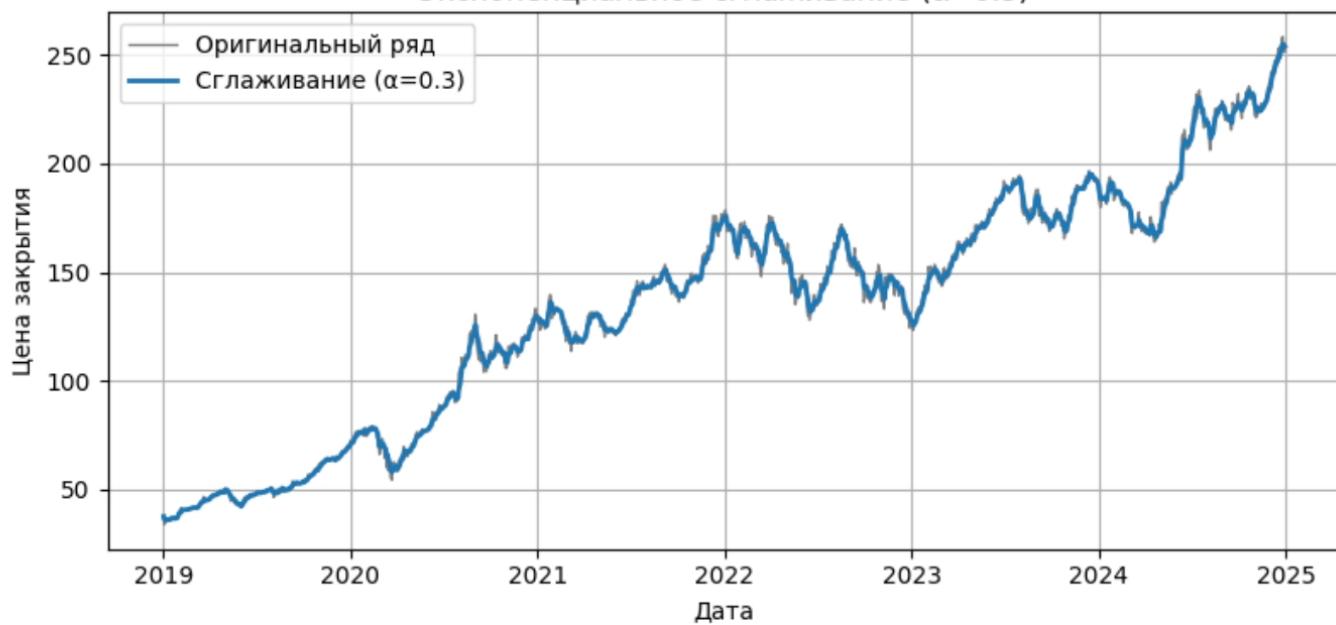
for i, alpha in enumerate(alphas, 1):
    plt.subplot(3, 2, i)
    smoothed_series = exponential_smoothing(series, alpha)
    plt.plot(series, label='Оригинальный ряд', color='gray', linewidth=1)
    plt.plot(smoothed_series, label=f'Сглаживание (\u03b1={alpha})', linewidth=2)
    plt.title(f'Экспоненциальное сглаживание (\u03b1={alpha})')
    plt.xlabel('Дата')
    plt.ylabel('Цена закрытия')
    plt.legend()
    plt.grid(True)
```



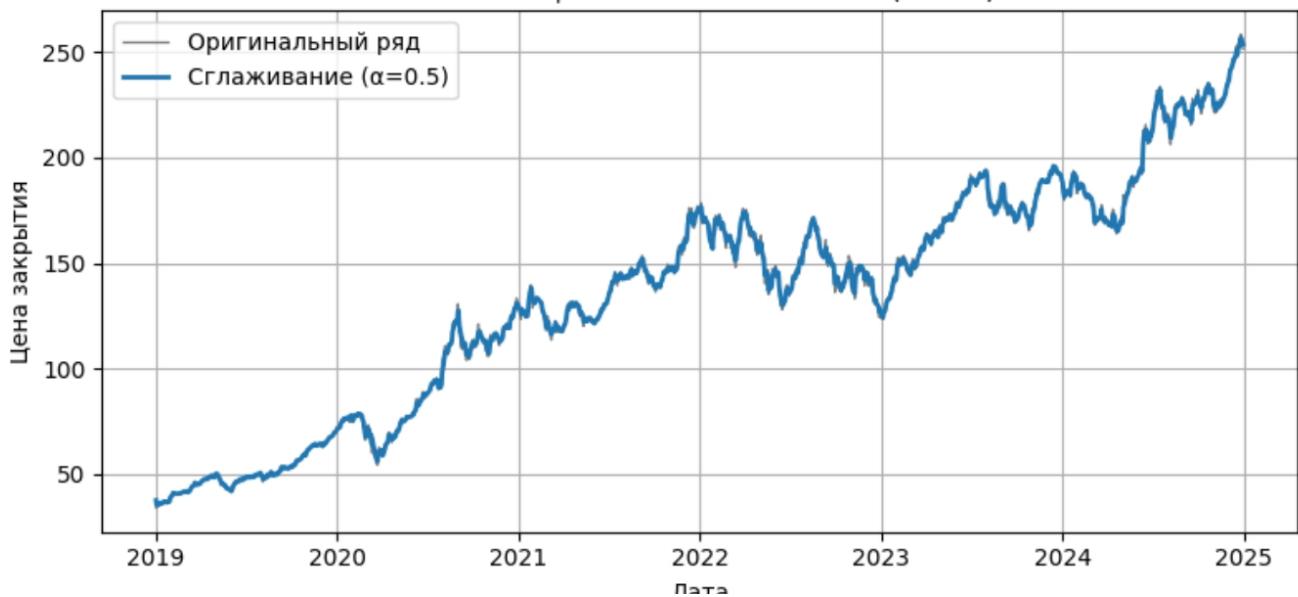
Экспоненциальное сглаживание ($\alpha=0.1$)



Экспоненциальное сглаживание ($\alpha=0.3$)



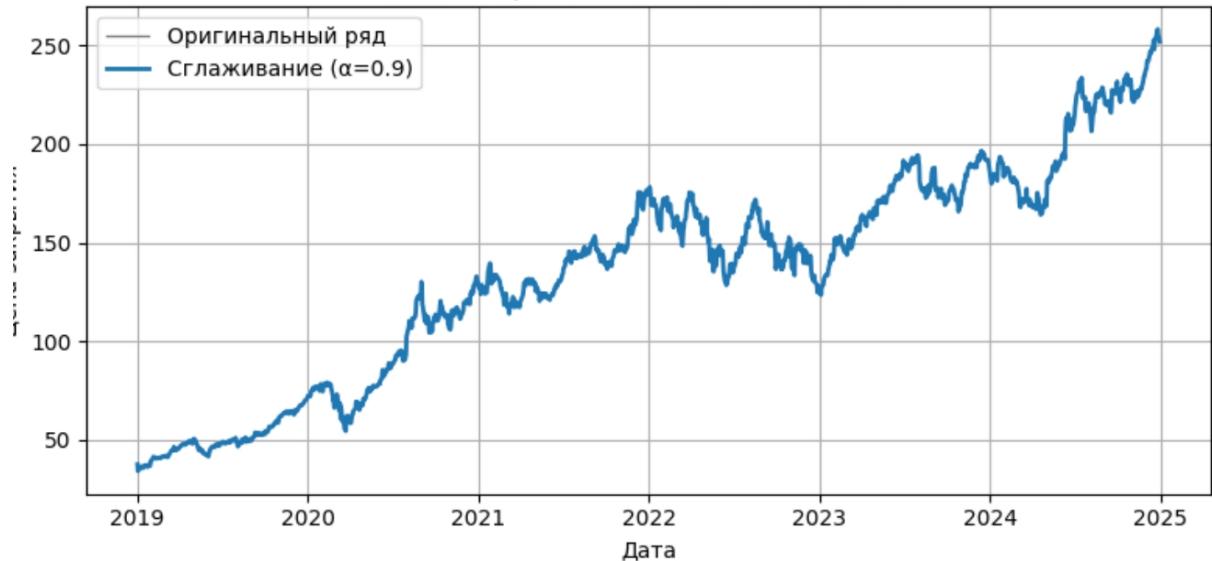
Экспоненциальное сглаживание ($\alpha=0.5$)



Экспоненциальное сглаживание ($\alpha=0.7$)



Экспоненциальное сглаживание ($\alpha=0.9$)



вывод по графику:

- График показывает, что при увеличении параметра сглаживания α сглаженный ряд становится ближе к исходному;
- при $\alpha = 0.1$ – линия сглажена максимально, подавлены колебания, но запаздывает; при $\alpha = 0.9$ – ряд почти повторяет исходный, сглаживание минимально.

Таким образом, экспоненциальное сглаживание эффективно убирает шум и позволяет регулировать чувствительность к изменениям в зависимости от выбора параметра α .

▼ 4(b). Выводы

- Экспоненциальное сглаживание позволяет уменьшить влияние шумов и выделить тренды в временном ряду.
- При малом значении α сглаживание сильное, но с задержкой реакции на изменения.
- При большом α сглаженный ряд близок к исходному и чувствителен к последним изменениям. Метод гибкий и хорошо подходит для анализа трендов и подготовки данных к прогнозированию.

$\alpha = 0.1$ значит сильное сглаживание, но запаздывает.

$\alpha = 0.9$ значит быстро реагирует, но почти не сглаживает.

$\alpha = 0.3–0.6$ значит сбалансированное поведение.

Итоговые выводы по лабораторной работе:

В ходе лабораторной работы была проведена всесторонняя оценка временного ряда, включающая визуализацию, анализ автокорреляций, проверку стационарности с помощью теста Дики-Фуллера, а также реализацию метода экспоненциального сглаживания.

- Исходный временной ряд** демонстрирует выраженный восходящий тренд и не является стационарным, что подтверждается как визуально, так и количественно (высокое p -значение в ADF-тесте).
- Применение первой разности** позволило устраниТЬ трендовую компоненту, превратив ряд в стационарный. Это подтверждено резким снижением автокорреляций и малым значением p в ADF-тесте. Вторая разность также делает ряд стационарным, но избыточна.
- Анализ автокорреляционной функции (ACF)** выявил наличие устойчивой зависимости во времени в исходном ряду, и её исчезновение после дифференцирования. Это ещё раз подтвердило нестационарность исходного ряда и эффективность первой разности.

4. **Экспоненциальное сглаживание** продемонстрировало способность выделять тренд и уменьшать шум в данных. Низкие значения параметра сглаживания α сильно подавляют колебания, а высокие — почти не сглаживают ряд. Это даёт гибкость в анализе и визуальном представлении данных.

Приложение:

Код в colab:

[матстат](#)