

## Работа 1.4.8

# Измерение модуля юнга методом акустического резонанса

Морозов Александр

30 ноября 2022 г.

## 1 Введение

Цель работы: исследовать явление акустического резонанса в тонком стержне; измерить скорость распространения продольных звуковых колебаний в тонких стержнях из различных материалов и различных размеров; измерить модули Юнга различных материалов.

В работе используются: генератор звуковых частот, частотомер, осциллограф, электромагнитные излучатель и приёмник колебаний, набор стержней из различных материалов.

## 2 Теоретический сведения

Основной характеристикой упругих свойств твёрдого тела является его модуль Юнга  $E$ . Согласно закону Гука, если к элементу среды приложено некоторое механическое напряжение  $\sigma$ , действующее вдоль некоторой оси  $x$  (напряжения по другим осям при этом отсутствуют), то в этом элементе возникнет относительная деформация вдоль этой же оси  $\varepsilon = \frac{\delta x}{x}$ , определяемая соотношением

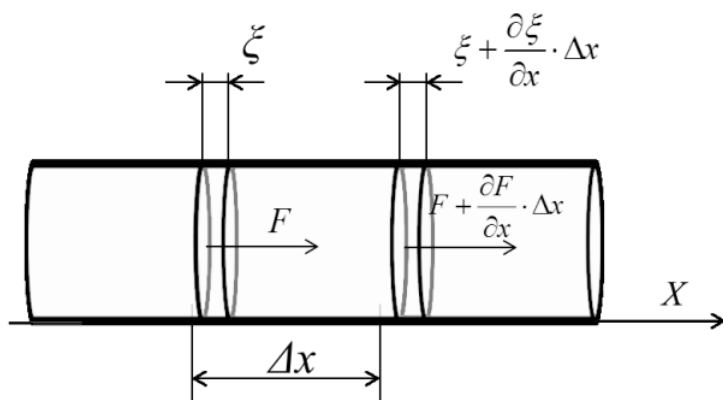


Рис. 1. Силы, действующие на элемент стержня при продольных колебаниях

Рассмотрим стержень постоянного круглого сечения, радиус которого много меньше его длины. С точки зрения распространения волн стержень можно считать тонким, если длина звуковых волн в нём велика по сравнению с его радиусом. Такая волна может свободно распространяться только вдоль стержня, поэтому можно считать, что стержень испытывает деформации растяжения и сжатия только вдоль своей оси (заметим, что в обратном пределе коротких

волн стержень следует рассматривать как безграничную сплошную среду). Если боковые стенки тонкого стержня свободны (т.е. стержень не сжат с боков), то его деформации описывается законом Гука в форме (1), и, следовательно, его упругие свойства определяются исключительно модулем Юнга среды. Акустическая волна, распространяющаяся в стержне конечной длины испытает отражение от торцов стержня. Если при этом на длине стержня укладывается целое число полуволн, то отражённые волны будут складываться в фазе с падающими, что приведёт к резкому усилению амплитуды их колебаний и возникновению акустического резонанса в стержне. Измеряя соответствующие резонансные частоты, можно определить скорость звуковой волны в стержне и, таким образом, измерить модуль Юнга материала стержня. Акустический метод является одним из наиболее точных методов определения упругих характеристик твёрдых тел.

### 3 Методика измерений

Все измерения проводятся с использованием описанного ниже оборудования, далее они вносятся в таблицу Excel и подлежат обработке для нахождения погрешностей и построения графиков.

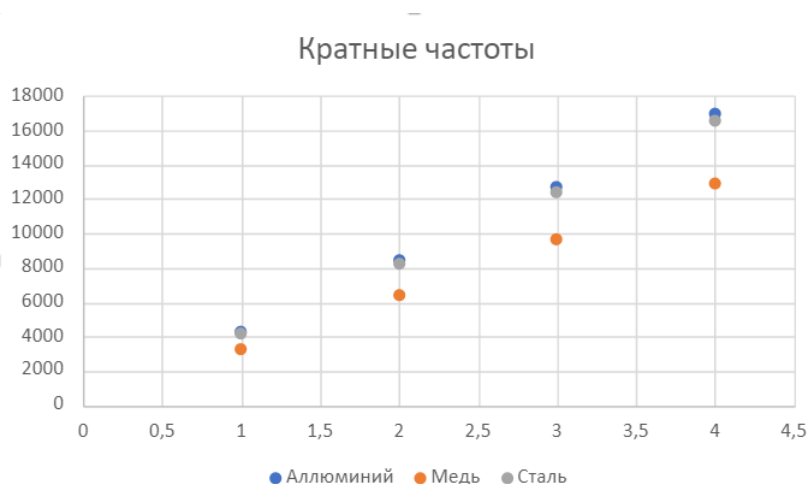
### 4 Используемое оборудование

Генератор звуковых частот, частотомер, осциллограф, электромагнитные излучатель и приёмник колебаний, тактический запас еды, набор стержней из различных материалов.

### 5 Результаты измерений и обработка данных

#### 5.1 Зависимость частоты от номера резонансного пика

Построим график зависимости частот, при которых получается фигура Лиссажу от номера резонансного пика:



Подсчитаем скорости звука при помощи метода наименьших квадратов:

Таблица 1: Резонансные частоты стержней

|           | n        | 1    | 2    | 3     | 4     |  |
|-----------|----------|------|------|-------|-------|--|
| Медь      | $f$ , Гц | 3129 | 6439 | 9658  | 12878 |  |
| Сталь     | $f$ , Гц | 4131 | 8262 | 12393 | 16524 |  |
| Аллюминий | $f$ , Гц | 4237 | 8475 | 12712 | 16950 |  |

Таблица 2: Подсчет скорости звука

|        | $f_1$ , кГц | $\delta f_1$ , кГц | $c$ , м/с | $\delta c$ , м/с |
|--------|-------------|--------------------|-----------|------------------|
| Медь   | 3.245       | $3 \cdot 10^{-3}$  | 3894      | 33               |
| Сталь  | 4.119       | $2 \cdot 10^{-3}$  | 4943      | 35               |
| Дюраль | 4.245       | $3 \cdot 10^{-3}$  | 5094      | 36               |

## 5.2 Вычисление плотности материала

Для измерения плотности возьмем пробные цилиндры каждого материала и измерим их соответствующие параметры:

| Цилиндр niг      |        |        |        |        |        | Среднее |
|------------------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| Длина            | 4,27   | 4,25   | 4,25   | 4,27   | 4,27   | 4,262   |
| Диаметр          | 1,2    | 1,21   | 1,2    | 1,2    | 1,21   | 1,204   |
| Масса            | 37,07  | 37,074 | 37,067 | 37,07  | 37,67  | 37,1902 |
| Цилиндр алюминий |        |        |        |        |        |         |
| Длина            | 4,14   | 4,12   | 4,12   | 4,13   | 4,14   | 4,13    |
| Диаметр          | 1,17   | 1,17   | 1,18   | 1,19   | 1,17   | 1,176   |
| Масса            | 12,453 | 12,453 | 12,452 | 12,49  | 12,45  | 12,4596 |
| Цилиндр медь     |        |        |        |        |        |         |
| Длина            | 4,15   | 4,12   | 4,02   | 4,13   | 4,02   | 4,088   |
| Диаметр          | 1,17   | 1,19   | 1,18   | 1,17   | 1,16   | 1,174   |
| Масса            | 38,69  | 38,694 | 38,69  | 38,695 | 38,692 | 38,6922 |

Погрешности линейки, штангенциркуля и микрометра:

$$\sigma_{\text{л}} = 0,5 \text{ мм}, \sigma_{\text{шт}} = 0,05 \text{ мм}, \sigma_{\text{весов}} = 5 \text{ г} \quad \sigma_{\text{мкм}} = 50 \text{ мкм}$$

Таким образом получим значение плотностей для 3-х материалов:

|          | Плотность (кг/м³) | Погрешность (кг/м³) |
|----------|-------------------|---------------------|
| Медь     | 8783              | 103                 |
| Сталь    | 1207              | 107                 |
| Алюминий | 2725              | 112                 |

## 5.3 Подсчет модуля Юнга

$$E = c^2 \cdot \rho$$

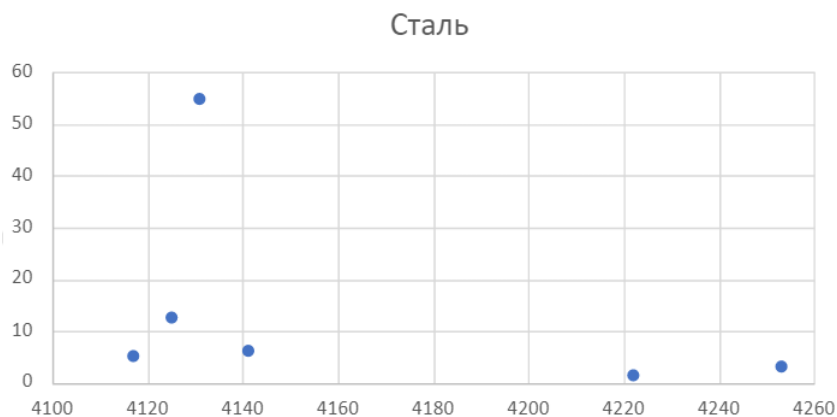
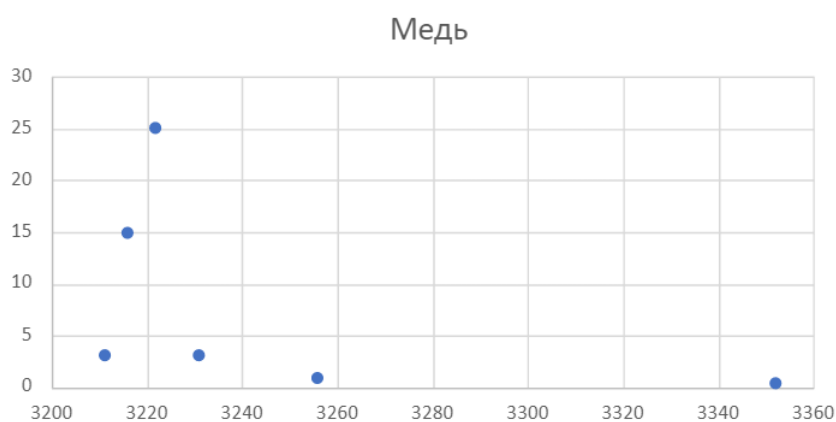
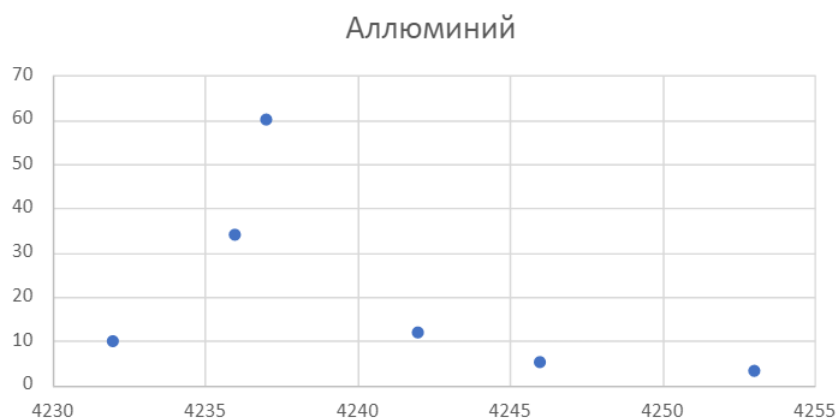
$$\delta E = \sqrt{4\left(\frac{\delta c}{c}\right)^2 + \left(\frac{\delta \rho}{\rho}\right)^2}$$

Так как мы ранее подсчитали все нужные величины, вычислим модуль Юнга по ним.

|          | E (ГПа) | E, погрешность (ГПа) |
|----------|---------|----------------------|
| Медь     | 136     | 3                    |
| Сталь    | 190     | 3                    |
| Алюминий | 69      | 1,2                  |

## 5.4 Построение графика для частоты резонанса

При изменении частоты в окрестности резонансного пика заметим, что амплитуда значительно меняется, построим график зависимости, чтобы убедиться в этом:



## 6 Обсуждения результатов

Результаты можно считать вполне точными, так как они лежат в пределах погрешности и были сделаны моими золотыми руками, которые никогда не ошибаются в измерении величин.

## 7 Вывод

Измерение модуля Юнга данным способом очень эффективно и интересно.