

Работа 1.3.1

Определение модуля Юнга на основе исследования деформаций растяжения и изгиба

Морозов Александр

30 ноября 2022 г.

1 Аннотация:

Цель работы: экспериментально получить зависимость между напряжением и деформацией (закон Гука) для двух простейших напряженных состояний упругих тел: одноосного растяжения и чистого изгиба; по результатам измерений вычислить модуль Юнга.

В работе используется: В первой части - прибор Лерматова, проволока из исследуемого материала, зрительная труба со шкалой, набор грузов, микрометр, рулетка; во второй части - стойка для изгиба балки, индикатор для измерения величины прогиба, набор исследуемых стержней, грузы, линейка, штангенциркуль.

2 Теоретические сведения

2.1 Определение модуля Юнга по измерениям растяжения проволоки

Последовательность действий при вычислении модуля Юнга

1. Вычислим площадь поперечного сечения проволоки.

$$S = \frac{\pi(\bar{d})^2}{4}$$

$$\varepsilon_S = S \sqrt{2 \left(\frac{\sigma_d}{d} \right)^2}$$

2. Найдем длину проволоки при помощи линейки. ($\sigma_L = 0,05$)
3. Направим зрительную трубу на зеркальце, а затем измерим изменение длины проволоки

$$\Delta L = \frac{\Delta l}{2h}$$

$$\varepsilon_{\Delta L} = \Delta L \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\Delta l}}{\Delta l} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_d}{d} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_h}{h} \right)^2}$$

где r - длина рычага, Δl удлинение проволоки, h - расстояние от шкалы до основания зеркальца.

4. Найдем предельный вес, который можно подвесить на проволоке. $\sigma_{\text{предельное}} = 900 \text{ Н/мм}^2$. $P_{\text{предельное}} = 0,3\sigma_{\text{предел}} S \approx 44,8 \text{ Н}$.
5. Начнем навешивать по одному грузу, при этом оставляя суммарную нагрузку на балку постоянной. Снимем зависимость удлинения от массы навешиваемых грузиков и занесем данные в таблицу.
6. Построим график зависимости удлинения проволоки от нагрузки, по формуле наименьших квадратов построим прямую и по ней найдем жесткость проволоки..

7. По найденной жёсткости проволоки найдем модуль Юнга по формуле

$$E = \frac{k * l_0}{S}$$

$$\varepsilon_E = \sqrt{\left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_S}{S}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{l_0}}{l_0}\right)^2}$$

2.2 Определение модуля Юнга по измерениям изгиба палки

Погрешности измерения длины линейкой = 0,05 см.

Последовательность действий при измерении модуля Юнга при изгибе палки:

1. Измерим L .
2. Измерим толщину и ширину стержней, занесем данные в таблицу.
3. Кладем одну из балок ровно посередине упоров, чтобы сила прикладывалась ровно в центр.
4. Сместим балку влево на 3 см, чтобы убедиться в том, что результаты измерений будут разные при неправильном расположении.
5. Перевернем балку и сделаем то же самое.
6. Эти операции проделываем для латунной, деревянной и стальной балок, заносим все результаты измерений в таблицу.
7. Построим графики для каждой балки, опираясь на данные из таблиц.
8. По наклону графиков определяем средние значения модулей Юнга по формуле (табл.5)

$$E = \frac{Pl^3}{4ab^3d_{max}}$$

$$\varepsilon_E = \sqrt{3 \left(\frac{\sigma_l}{l} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{P/d_{max}}}{P/d_{max}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_a}{a} \right)^2 + 3 \left(\frac{\sigma_b}{b} \right)^2}$$

3 Методика измерений

В каждом опыте грузы поочередно навешиваются на соответствующий подвес. Особенно важно в первом опыте не класть грузы на стол, а вешать их на нижележащий подвес, чтобы суммарная сила действующая на балку сохранялась. Иначе она будет прогибаться и измерения будут неточными. Все измерения заносятся в таблицу Excel, где далее подлежат обработке.

4 Используемое оборудование

Прибор Лерматова, проволока из исследуемого материала, зрительная труба со шкалой, набор грузов, микрометр, рулетка, стойка для изгибания балки, индикатор для измерения величины прогиба, набор исследуемых стержней, грузы, линейка, штангенциркуль. Также ноутбук и одноклассники, выполняющие со мной работу.

5 Результаты измерений и обработка результатов

5.1 Определение модуля Юнга по измерениям растяжения проволоки

1. Площадь поперечного сечения проволоки:

$$S = 0,166 \text{ см}^2$$

$$\sigma_S = 0,005 \text{ см}^2$$

$$S = (0,166 \pm 0,005) \text{ мм}^2$$

2. Длина проволоки: $l = 176 \text{ см}$

3. Занесем данные измерений в таблицу.

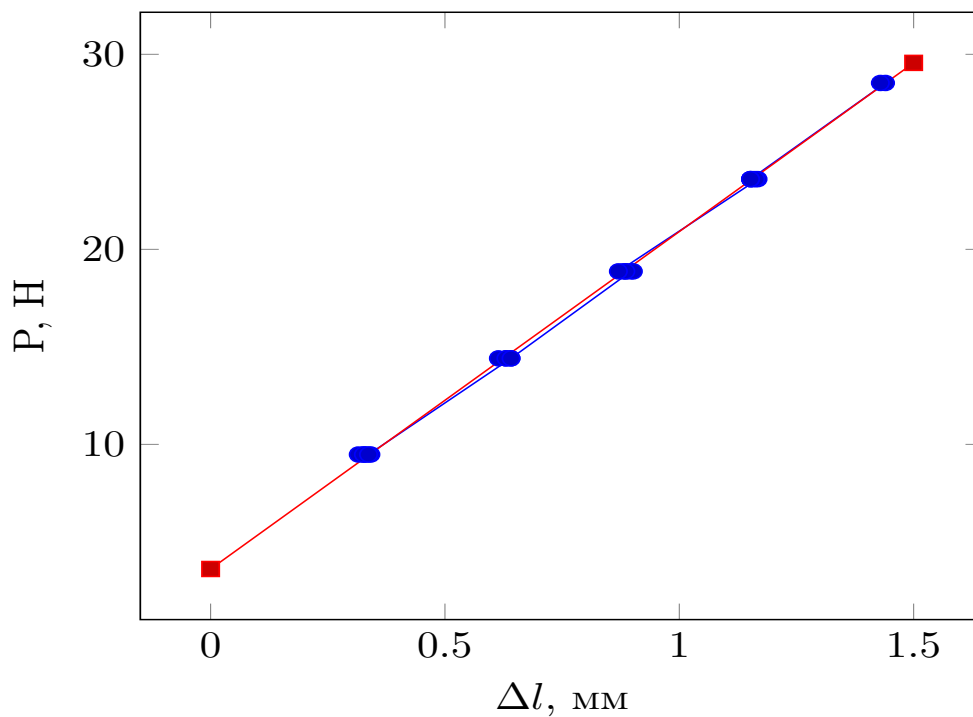
P, Н	9,48	14,41	18,87	23,60	28,53	28,53	23,60	18,87	14,41	9,48
Δl , см	0,326	0,641	0,897	1,168	1,440	1,440	1,163	0,902	0,641	0,342
P, Н	9,48	14,41	18,87	23,60	28,53	28,53	23,60	18,87	14,41	9,48
Δl , см	0,331	0,630	0,886	1,152	1,429	1,429	1,152	0,886	0,630	0,326
P, Н	9,48	14,41	18,87	23,60	28,53	28,53	23,60	18,87	14,41	9,48
Δl	0,315	0,630	0,880	1,158	1,429	1,424	1,152	0,870	0,614	0,337

Таблица 1: Зависимость удлинения проволоки от нагрузки

	Значение	σ	ε
k	$1,73 \cdot 10^3$ Н/м	$0,027 \cdot 10^3$ Н/м	0,016
E	$18,3 \cdot 10^{10}$ Па	$0,7 \cdot 10^{10}$ Па	0,04

Таблица 2: Значения k и E

Зависимость удлинения проволоки от нагрузки



5.2 Определение модуля Юнга по измерениям изгиба палки

1. Измерим длины балок и занесем их в таблицу

Материал	Длина, см	Ширина, см	Толщина, мм
Дерево	60	2	4
Латунь	65,1	2	9,3
Сталь	62,1	2,32	4

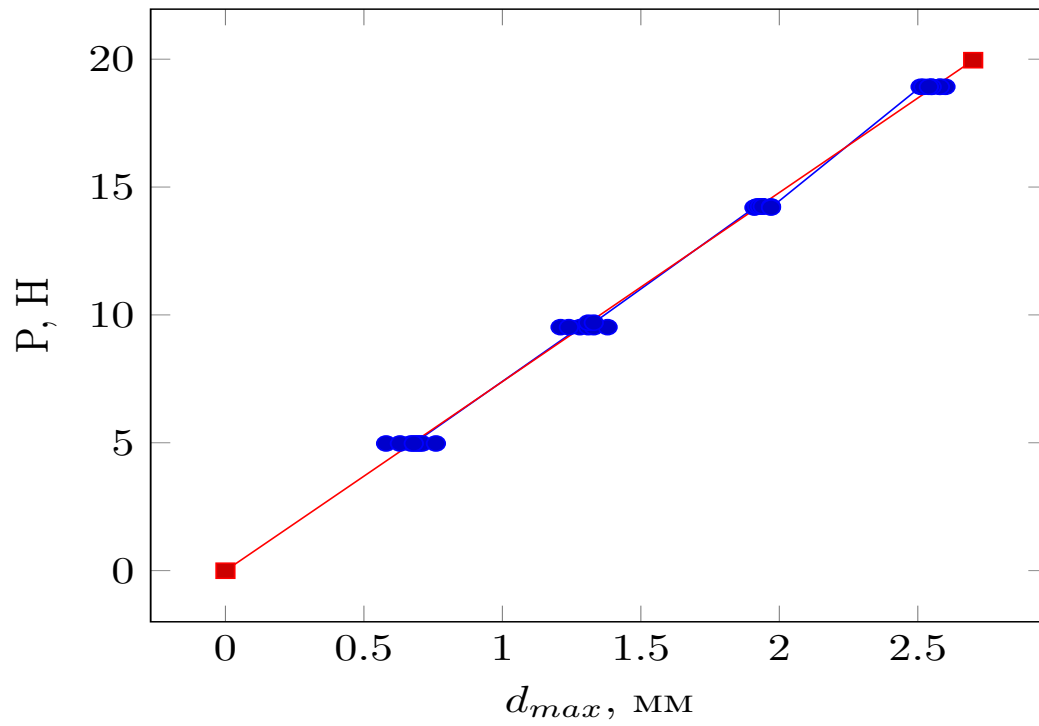
Таблица 3: Таблица полученных скоростей

2. Проведем серии измерений с балками и также занесем результатов в таблицу:

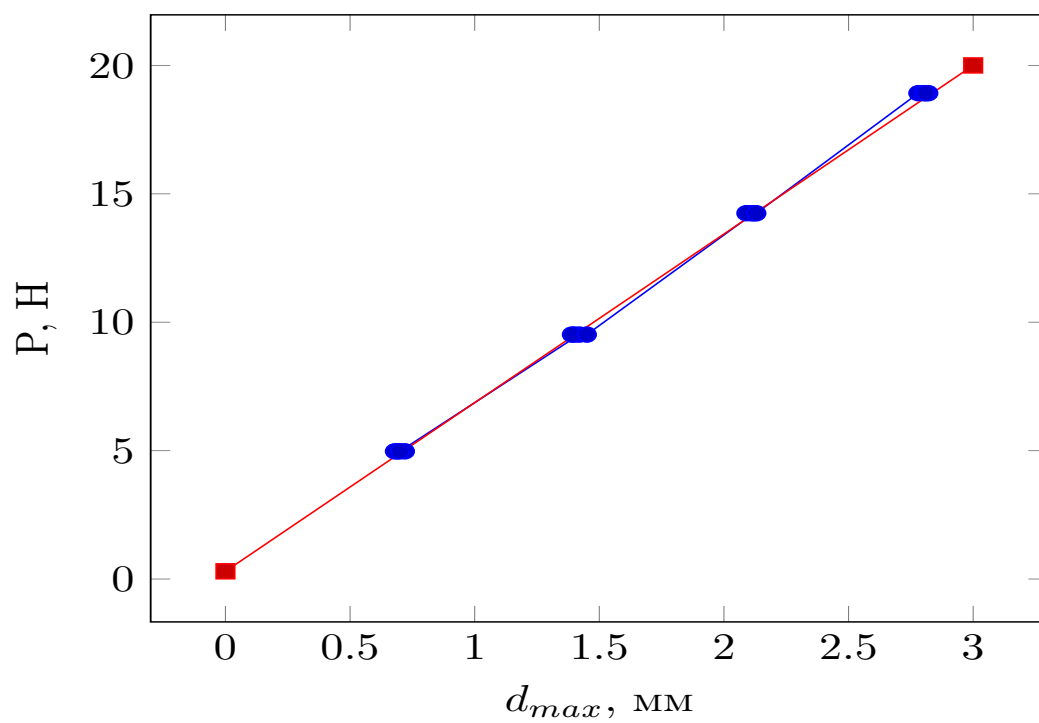
Сталь								
Р, Н	4,973	9,521	14,197	18,92	18,92	14,197	9,521	4,973
d_{max} , мм	0,67	1,28	1,91	2,51	2,6	1,97	1,38	0,76
Р, Н	4,973	9,521	14,197	18,92	18,92	14,197	9,521	4,973
d_{max} , мм	0,71	1,35	2,01	2,62	2,48	1,94	1,2	0,86
Сталь, перевернутая								
Р, Н	4,973	9,521	14,244	18,92	18,92	14,244	9,521	4,973
d_{max} , мм	0,63	1,24	1,94	2,52	2,58	1,97	1,33	0,7
Р, Н	4,973	9,521	14,244	18,92	18,92	14,244	9,521	4,973
d_{max} , мм	0,67	1,27	2,03	2,71	2,48	1,87	1,13	0,6
Латунь								
Р, Н	4,973	9,519	14,244	18,92	18,92	14,244	9,519	4,973
d_{max} , мм	0,69	1,42	2,09	2,78	2,82	2,11	1,39	0,7
Р, Н	4,973	9,519	14,244	18,92	18,92	14,244	9,519	4,973
d_{max} , мм	0,71	1,51	2,21	2,98	2,52	2,01	1,49	0,68
Латунь, перевернутая								
Р, Н	4,973	9,519	14,244	18,92	18,92	14,244	9,519	4,973
d_{max} , мм	0,72	1,4	2,13	2,8	2,81	2,12	1,45	0,72
Р, Н	4,973	9,519	14,244	18,92	18,92	14,244	9,519	4,973
d_{max} , мм	0,81	1,51	2,33	2,9	2,61	2,22	1,67	0,69
Дерево								
Р, Н	4,973	9,519	14,244	18,92	18,92	14,244	9,519	4,973
d_{max} , мм	0,71	1,37	2,06	2,73	2,74	2,08	1,43	0,74
Р, Н	4,973	9,519	14,244	18,92	18,92	14,244	9,519	4,973
d_{max} , мм	0,72	1,41	2,16	2,69	2,65	2,11	1,31	0,70
Дерево, перевернутая								
Р, Н	4,973	9,519	14,244	18,92	18,92	14,244	9,519	4,973
d_{max} , мм	0,65	1,34	2,03	2,75	2,76	2,06	1,4	0,75
Р, Н	4,973	9,519	14,244	18,92	18,92	14,244	9,519	4,973
d_{max} , мм	0,64	1,37	2,09	2,71	2,75	2,11	1,39	0,85

Таблица 4: Зависимость Р от d_{max} для разных балок в разном положении

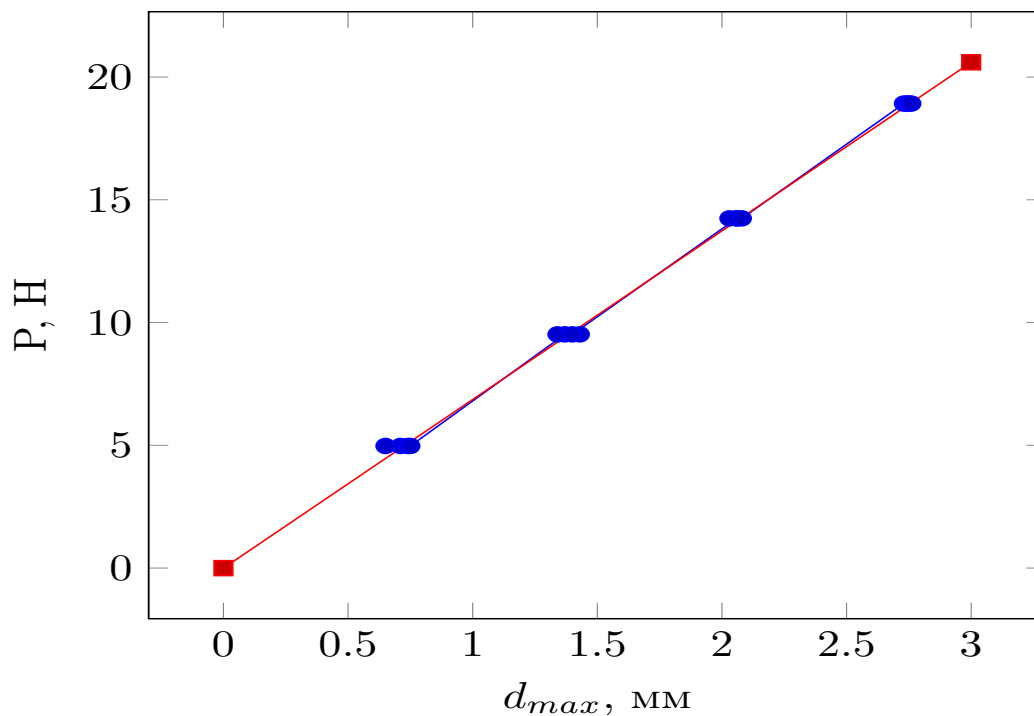
Стальная балка



Латунная балка



Деревянная балка



Стальная балка			
	Значение	σ	ε
P/d_{max}	7113,58 Н/м	72,53 Н/м	0,01
E	$20,11 \cdot 10^{10}$ Н/м	$0,04 \cdot 10^{10}$ Н/м	0,016
Деревянная балка			
	Значение	σ	ε
P/d_{max}	6765,41 Н/м	42,1 Н/м	0,01
E	$9,69 \cdot 10^{10}$ Н/м	$0,375 \cdot 10^{10}$ Н/м	0,056
Латунная балка			
	Значение	σ	ε
P/d_{max}	6870,97 Н/м	64,24 Н/м	0,01
E	$1,31 \cdot 10^{10}$ Н/м	$0,0221 \cdot 10^{10}$ Н/м	0,017

Таблица 5: Результаты, вычисленные из табличных данных.

Табличные значения для материалов

Сталь: 20000 МПа

Дерево: 13000 МПа

Латунь : 95000 МПа

6 Обсуждение результатов

Результаты можно считать вполне точными, так как они лежат в пределах допустимой погрешности, а также при проведении множественных измерений экспериментальные величины отличались на сравнительно одинаковую величину.

7 Вывод

При измерении модуля Юнга имеет место произвести большое количество измерений, чтобы взять в расчет деформацию материала в ходе работы. Также важно обращать внимание на другие факторы, такие как

изгиб балки, на которую подвешивают грузы.