

Backtracking Search Optimization Algorithm for numerical optimization problems

ABSTRACT

Bu makalede, gerçek değerli sayısal optimizasyon problemlerini çözmek için yeni bir evrimsel algoritma (EA) olan Backtracking Search Optimization Algorithm (BSA) tanıtılmaktadır. EA'lar, doğrusal olmayan, ayırt edilemeyen ve karmaşık sayısal optimizasyon problemlerini çözmek için yaygın olarak kullanılan popüler stokastik arama algoritmalarıdır. Mevcut araştırma, kontrol parametrelerinde aşırı duyarlılık, erken yakınsama ve yavaş hesaplama gibi EAA'larda sık karşılaşılan sorunların etkilerini azaltmayı amaçlamaktadır. Bu bağlamda, daha basit ve daha etkili arama algoritmaları geliştirmeye çalışan çalışmalar BSA'nın gelişimini motive etmiştir. Birçok arama algoritmasından farklı olarak BSA'nın tek bir kontrol parametresi vardır. Dahası, BSA'nın problem çözme performansı bu parametrenin başlangıç değerine fazla duyarlı değildir. BSA, etkili, hızlı ve çok modlu problemleri çözebilen ve farklı sayısal optimizasyon problemlerine kolayca adapte olmasını sağlayan basit bir yapıya sahiptir. BSA'nın bir deneme popülasyonu oluşturma stratejisi iki yeni geçit ve mutasyon operatörü içerir. BSA'nın deneme popülasyonları oluşturma ve arama yönü matrisinin ve arama alanı sınırlarının genliğini kontrol etme stratejileri, ona çok güçlü keşif ve arama yetenekleri sağlar. Özellikle, BSA, arama yönü matrisinin üretilmesinde kullanılmak üzere, rastgele seçilen bir önceki nesilden bir popülasyonu depoladığı bir belleğe sahiptir. Böylece BSA'nın hafızası, bir deneme hazırlığı oluştururken önceki nesillerden elde edilen deneyimlerden faydalanmasına izin verir. Bu makale, BSA'nın sayısal optimizasyon problemlerini çözmedeki etkinliğini, yaygın olarak kullanılan altı EA algoritmasının performansı ile istatistiksel olarak karşılaştırmak için Wilcoxon İmzalı Sıra Testi'ni kullanmaktadır: PSO, CMAES, ABC, JDE, CLPSO ve SADE. 75 sınırlı kıyaslama problemi ve üç kısıtlı gerçek dünya kıyaslama problemi kullanan karşılaştırma, genel olarak BSA'nın karşılaştırma problemlerini karşılaştırma algoritmalarından daha başarılı bir şekilde çözebileceğini göstermektedir.

1. Giriş

Optimizasyon uygulamalı matematikte çok önemli bir araştırma alanıdır [1-5]. Optimizasyon algoritmaları, çeşitli koşullar altında bir sistemin parametreleri için en iyi değerleri bulmayı amaçlar. Bir optimizasyon problemi çözenin ilk adımı, sistem parametreleri ve sistem kısıtlamaları arasındaki ilişkileri belirten objektif işlevi belirlemektir. Çeşitli nedenlerden ötürü, amaç işlevi doğrusal olmayan, karmaşık veya ayırt edilemeyen bir biçime sahip olabilir. Optimizasyon sorunları genellikle objektif bir fonksiyonun küresel optimumunu küresel minimum olarak tanımlayacak şekilde tasarlanır. Bir optimizasyon problemi için küresel optimum arayışına küresel optimizasyon denir. Optimizasyon algoritmaları için arzu edilen özellikler arasında, az sayıda kontrol parametresi ve düşük hesaplama maliyeti ile bir sorunun küresel minimum değerine hızlı bir şekilde ulaşmanın yanı sıra farklı sorun modellerine sağlamlık ve uygulama kolaylığı da dahildir [6-8]. Arama alanının büyüklüğü optimizasyon probleminin boyutuyla birlikte arttığından, klasik tekniklerle bu tür problemler için küresel optimum bulmak zordur [9]. Bir optimizasyon problemi için objektif fonksiyon doğrusal olmayan ve ayırt edilemediğinde, evrimsel algoritma (EA) teknikleri tipik olarak küresel optimumluğu bulmak için kullanılır [10-13]. EA'lar mekanik tasarım problemleri [14], iletişim uygulamaları [15], görüntü işleme uygulamaları [16], konuşma tanıma problemleri [17], sensör dağıtım problemleri [18], veri madenciliği uygulamaları [19], IIR filtre tasarımı [20], güneş radyasyonu modellemesi [21], lens tasarımı [22], kimyasal proseslerin dinamik analizi [23], reaktif sistemler için faz kararlılığı ve denge hesapları [24], polipropilen prosesleri için parti çizelgelemesi [25], biyokimyasal dinamik optimizasyonu süreçler [26] ve diğer birçok mühendislik problemi.

En yaygın kullanılan EA optimizasyon teknikleri sürü zekası [12,14,20,27-33] ve genetik evrime [1-7,34,35] dayanmaktadır. Sürü zekası optimizasyon algoritmaları genellikle canlıların karmaşık sosyal davranışlarının basitleştirilmiş matematiksel modellerini kullanır. Bununla birlikte, son zamanlarda sürünen istihbarat temelli optimizasyon algoritmaları da yerçekimi fiziği [31], kuşların davranışları [29] ve müzik gibi çeşitli sanat dallarını [36] içeren doğal olaylardan ilham almıştır.

Klasik optimizasyon tekniklerinden farklı olarak EA'lar bir sorun için optimum parametre değerlerini bulmayı garanti etmez. Bununla birlikte, klasik optimizasyon algoritmalarının aksine, EA'lar farklı tipteki problemleri çözmek için yeterince esnekler. EA'lar küresel arama ve yerel sömürü yeteneklerine sahip olmalıdır [12,31]. Global bir keşif yeteneği, optimizasyon algoritmasının tüm arama alanını etkin bir şekilde kullandığı

anlamına gelirken, yerel bir keşif yeteneği, optimizasyon algoritmasının zaten keşfettiği yeni bir çözümün yakınında en iyi çözümü aradığı anlamına gelir. EA'lar, keşif kabiliyetlerini genellikle ilk iterasyonlarında yerel minimumları önlemek için gereken yeni çözümleri elde etmek için kullanırlar. Yinelemeler ilerledikçe, bir EA'nın sömürü yeteneği üretilen çözümler üzerinde daha güçlü bir etkiye sahiptir. Bir optimizasyon algoritmasının başarısı, arama ve kullanma yeteneklerine ve bunlar arasındaki doğal dengeye önemli ölçüde bağlıdır. Bilimsel araştırmalarda geleneksel yöntemlerle çözülmesi zor yeni ve karmaşık sayısal optimizasyon problemlerine sık karşılaşıldığından, farklı tekniklere dayalı yeni optimizasyon algoritmaları geliştirmeye devam etmek gerekmektedir [12,36-40].

Doğadan ilham alan analog modeller birçok EA'yi tasarlamak için kullanılmıştır. Karınca kolonisi optimizasyon algoritması, karıncaların gıda kaynaklarına erişim stratejisine dayanmaktadır [27]. Biyocoğrafyaya dayalı optimizasyon algoritması, bir habitatta yaşayan canlılar arasındaki biyo-etkileşimleri modellemektedir [28]. Guguklu araştırma algoritması, canlılarda parazitik biyo-etkileşimleri modeller [29,30]. Yerçekimi arama algoritması, evrensel yerçekimi yasalarından kaynaklanan nesnelerin etkileşimlerini modellemektedir [31]. Parçacık sürü optimizasyonu algoritması (PSO), kuş sürüleri ve konserde hareket eden balık okulları gibi süperorganizmlerin koreografik hareketlerini simüle eder [24,25,38-42]. Yapay arı kolonisi algoritması (ABC) bal arılarının yiyecek arama davranışından esinlenmiştir [12,13,30]. Bu analog modeller, yaygın olarak bilinen kavramlara aşina olan araştırmacılara EA'ları tanımlamak için de yararlıdır.

Bir EA'da, bir popülasyonun genetik çeşitliliğinin korunması, popülasyonun gelişimini tekrar tekrar sürdürme yeteneği için çok önemlidir. Genel olarak, bir popülasyonun genetik çeşitliliğinin rekombinasyon, çaprazlama, mutasyon, seçim ve adaptasyon gibi temel genetik süreçlerden kaynaklandığına inanılmaktadır [1,11,12]. Birçok EA, ABC, guguk kuşu araması, kovaryans matris adaptasyon evrim stratejisi (CMAES) [37], genetik algoritmalar [1,2] ve diferansiyel evrim algoritması (DE) [30,34, 35].

Genetik bir algoritma olan DE, farklı problem türlerine kolayca uyum sağlayabilen çok basit bir algoritmik yapıya sahiptir ve birçok mühendislik problemini çözmek için kullanılmıştır. Standart DE'nin beş mutasyon stratejisi ve iki çaprazlama stratejisi vardır [7,10,11,30,34,35]. DE'nin küresel minimum arayışı, kullandığı mutasyon ve çaprazlama stratejisine, mutasyonun başlangıç değerlerine ve çaprazlama faktörlerine, popülasyonunun büyüklüğüne ve yineleme sayısına duyarlıdır. Uyarlamalı diferansiyel evrim algoritması (JDE) [6], parametre uyarlamalı diferansiyel evrim algoritması (JADE) [10] ve kendinden uyarlamalı diferansiyel evrim algoritması (SADE) [35] gibi DE'nin gelişmiş versiyonları geliştirilmiştir. DE'nin problem çözme başarı oranı. Aksine, ABC genetik kurallar kullanması nedeniyle DE'den farklı olan ancak geçiş stratejisi olmayan bir EA'dır [12,13]. Dahası, küresel küçültücü ararken, ABC arama alanında daha iyi kondisyon değerleri sağlayan çözümleri daha fazla kullanma eğilimindedir. Kapsamlı öğrenme parçacık sürüsü iyileştiricisi (CLPSO) [8] ve PSO2011 [42], standart PSO'nun [40,41] gelişmiş versiyonlarıdır. PSO2011, PSO'nun yıllar süren çalışmalarla tespit edilen birçok iyileştirmesini içermektedir. Bilimsel uygulamalarda yaygın olarak kullanılan CMAES, kovaryans matrisinin evrimsel bir gelişimine dayanmaktadır [27].

EA'lar, bir soruna en uygun çözümleri arayan nüfus temelli stokastik arama mekanizmalarıdır. EA, bir kişiyi 'deneme amaçlı birey' aracılığıyla daha iyi kondisyon değerine sahip bir kişiye dönüştürmeye çalışır. Deneme amaçlı bir birey oluşturmak için EA mevcut bireyleri ham genetik materyal olarak seçer ve bunları çeşitli genetik operatörler kullanarak birleştirir. Deneme bireyi orijinal kişiden daha iyi bir kondisyon değerine sahipse, deneme bireyi yeni nesil popülasyonda yerini alır. EA'lar, deneme bireyleri oluşturma stratejilerine dayanarak birbirinden kökten farklıdır. Bu stratejilerin problem çözme başarıları ve hızları üzerinde önemli bir etkisi olduğundan, devam eden çabalar daha hızlı ve daha başarılı problem çözme süreçleri ile EA'lar geliştirmeyi amaçlamaktadır.

Bu makalede önerilen algoritma BSA yeni bir EA'dır. BSA'nın deneme amaçlı bir birey oluşturmaya yönelik benzersiz mekanizması, sayısal optimizasyon sorunlarını başarılı ve hızlı bir şekilde çözmesini sağlar. BSA, deneme bireyleri oluşturmak için üç temel genetik operatör seçimi, mutasyon ve çaprazlama kullanır. BSA, DE ve JDE, JADE ve SADE türevleri gibi birçok genetik algoritmanın aksine, her hedef birey için sadece bir yön bireysel kullanan rastgele bir mutasyon stratejisine sahiptir. BSA rastgele seçilen önceki neslin bireylerinden yönü seçer. BSA, birçok genetik algoritmada kullanılan çaprazlama stratejilerinden daha karmaşık olan tek tip olmayan bir çapraz strateji kullanır.

PSO, CMAES, ABC, JDE, CLPSO ve SADE algoritmaları bilimsel uygulamalarda yaygın olarak kullanıldığından, bu algoritmalar BSA'nın sayısal optimizasyon problemlerini çözmedeki başarısını değerlendirmek için karşılaştırma algoritmaları olarak seçilmiştir.

Bu makale, BSA'nın başarısını ve sayısal optimizasyon problemlerini çözmede karşılaştırma algoritmalarını incelemek için üç test seti kullanmaktadır. İlk test seti yaygın olarak kullanılan 50 standart kıyaslama problemini içerir [12,13], ikinci test seti CEC2005'te kullanılan 25 kıyaslama problemini içerir [43] ve üçüncü test seti CEC2011 [44] 'de kullanılan üç gerçek dünya problemini içerir: Dairesel Anten Dizi Tasarımı problemi (Anten), Spread Spectrum Radar Polly Faz Kodu Tasarımı problemi (Radar) ve Frekans Modülasyonlu Ses Dalgaları problemi (FM) için Parametre Tahmini.

Bu makalenin geri kalanı aşağıdaki gibi düzenlenmiştir. Bölüm 2 Geri İzleme Arama Optimizasyonu Algoritmasını tanıtır, Bölüm 3 deneyleri açıklar ve Bölüm 4 sonuçları sunar.

2. Backtracking Search Optimization Algorithm (BSA)

BSA, küresel bir küçültücü olarak tasarlanmış, nüfusa dayalı yinelemeli bir EA'dır. BSA, işlevlerini diğer EA'larda olduğu gibi beş sürece bölerek açıklanabilir: başlatma, seçim-I, mutasyon, çapraz geçiş ve seçim-II.

1. algoritma BSA'nın genel yapısını sunar.

Algorithm 1. General Structure of BSA

```
1. Initialization
repeat
  2. Selection-I
  Generation of Trial-Population
  | 3. Mutation
  | 4. Crossover
  end
  5. Selection-II
until stopping conditions are met;
```

2.1. Initialization

BSA, P popülasyonunu Denklem (1) ile başlatır:

$$P_{ij} \sim U(low_j, up_j)$$

$i = 1, 2, 3$ için. . N ve $j = 1, 2, 3; \dots, D$, burada N ve D sırasıyla popülasyon büyüklüğü ve problem boyutu, U eşit dağılım ve her P_i , P popülasyonunda hedef bireydir.

2.2. Selection-I

BSA'nın Selection-1 aşaması, arama yönünün hesaplanmasında kullanılacak geçmiş "oldP" popülasyonunu belirler. İlk tarihsel popülasyon Denk. (2):

$$oldP_{ij} \sim U(low_j, up_j).$$

BSA, her yinelemenin başında Denk. (3)'te verilen 'if-then' kuralı aracılığıyla oldP'yi yeniden tanımlama seçeneğine sahiptir:

$$if \ a < b \ then \ oldP := P | a, b \sim U(0, 1),$$

Burada “=” güncelleme işlemidir. Denk. (3) BSA'nın rasgele seçilen bir önceki nesle ait bir popülasyonu tarihsel popülasyon olarak atamasını sağlar ve değiştirilene kadar bu tarihsel popülasyonu hatırlar. Böylece BSA'nın bir hafızası vardır. OldP belirlendikten sonra, Denk. (4) eski P'deki bireylerin sırasını rastgele değiştirmek için kullanılır:

$$oldP := \text{permuting}(oldP).$$

Denklemde kullanılan “permuting” işlevi. (4) rastgele bir karıştırma işlevidir.

2.3. Mutation

BSA'nın mutasyon süreci, Denk. (5) kullanarak mutant deneme popülasyonunun başlangıç formunu oluşturur.

$$Mutant = P + F \cdot (oldP - P).$$

Denk. (5), F, arama yönü matrisinin genliğini kontrol eder (oldP-P). Çünkü tarihsel popülasyon arama-yön matrisinin hesaplanmasında kullanıldığından BSA, önceki nesillere ait deneyimlerinden kısmen yararlanan bir deneme popülasyonu üretir. Bu makale F = 3.rndnd değerini kullanmaktadır; burada rndn~N (0,1). (N standart normal dağılımdır).

2.4. Crossover

BSA'nın çaprazlama süreci, deneme popülasyonu T'nin nihai formunu oluşturur. Deneme popülasyonunun başlangıç değeri, mutasyon işlemiyle ayarlandığı gibi Mutant'tır. Optimizasyon problemi için daha iyi kondisyon değerleri olan deneme bireyleri, hedef popülasyon bireylerini geliştirmek için kullanılır. BSA'nın çaprazlama sürecinin iki adımı var. İlk adım, T'nin bireylerini P'nin ilgili bireyleri kullanılarak manipüle edilecek olan N * D boyutundaki bir ikili tamsayı değerli matrisi(map) hesaplar.

If $map_{n,m} = 1$, where $n \in \{1, 2, 3, \dots, N\}$ and $m \in \{1, 2, 3, \dots, D\}$, T is updated with $T_{n,m} := P_{n,m}$.

Algoritma 2, BSA'nın benzersiz çaprazlama stratejisini göstermektedir.

Algorithm 2. Crossover Strategy of BSA

```

Input: Mutant, mixrate, N and D.
Output: T: Trial-Population.
0  map(1:N, 1:D)=1 // Initial-map is an N-by-D matrix of ones.
1  if a < b | a, b ~ U(0, 1) then
2    for i from 1 to N do
3      | mapi,u(1:mixrate.rnd.D) = 0 | u = permuting(⟨1, 2, 3, ..., D⟩)
4    end
5  else
6    for i from 1 to N do, mapi,randi(D) = 0, end
7  end
8  T := Mutant // Initial T
9  for i from 1 to N do
10   for j from 1 to D do
11     | if mapi,j = 1 then Ti,j := Pi,j
12   end
13 end

```

Algoritma-2'de (satır 3'te) rnd ~ U (0,1) olarak tanımlanan ceiling işlevini gösterir. BSA'nın geçiş stratejisi, DE ve varyantlarında kullanılan geçiş stratejilerinden oldukça farklıdır. BSA'nın çaprazlama işlemindeki karışım oranı parametresi (mixrate), [mixrate.rnd.D](Algoritma 2, satır 3) kullanarak bir denemede mutasyona geçecek bireylerin element sayısını kontrol eder. Karışım hızının işlevi DE'de kullanılan geçiş hızından oldukça farklıdır.

BSA'nın haritasını tanımlamak için önceden tanımlanmış iki strateji rastgele kullanılır. İlk strateji mixrate kullanır (Algoritma 2, satır 2-4). İkinci strateji, rastgele seçilen bir kişinin her bir denemede mutasyon geçirmesine izin verir (Algoritma 2, satır 6). BSA'nın geçiş süreci DE'de kullanılan süreçlerden daha karmaşıktır. BSA'nın çaprazlama sürecinin sonunda elde edilen deneme popülasyonunun bazı bireyleri, BSA'nın mutasyon stratejisinin bir sonucu olarak izin verilen arama alanı sınırlarını aşabilir. Arama alanı sınırlarının ötesindeki kişiler Algoritma 3 kullanılarak yeniden oluşturulur.

Algorithm 3. Boundary Control Mechanism of BSA

```
Input:  $T$ , Search space limits (i.e.,  $low_j$ ,  $up_j$ )
Output:  $T$ 
for  $i$  from 1 to  $N$  do
  for  $j$  from 1 to  $D$  do
    if  $(T_{i,j} < low_j) \text{ or } (T_{i,j} > up_j)$  then
       $T_{i,j} = rnd \cdot (up_j - low_j) + low_j$ 
    end
  end
end
end
```

2.5. Selection-II

BSA'nın Seçim-II aşamasında, uygun "Pis" değerinden daha iyi kondisyon değerlerine sahip "Tis", açgözlü bir seçime dayanarak "Pis" i güncellemek için kullanılır. En iyi P (Pbest) bireyinin BSA tarafından şimdiye kadar elde edilen küresel minimum değerden daha iyi bir uygunluk değeri varsa, küresel minimizer Pbest olarak güncellenir ve küresel minimum değer Pbest'in uygunluk değeri olarak güncellenir. BSA'nın yapısı oldukça basittir; böylece farklı sayısal optimizasyon problemlerine kolayca adapte olur.

2.6. Comparison of BSA with the comparison algorithms

- BSA, PSO, CMAES, ABC, JDE, CLPSO ve SADE karşılaştırma algoritmalarına benzer bir EA'dır.
- BSA'nın mutasyon ve çaprazlama mekanizmaları DE ve onun gelişmiş versiyonları JDE, JADE ve SADE'den farklıdır.
- BSA'nın mutasyon mekanizması önceki popülasyondan yalnızca bir kişi kullanır ve BSA'nın geçiş mekanizması DE ve onun gelişmiş sürümlerinin geçiş mekanizmalarından daha karmaşıktır.
- ABC, JDE ve SADE'den farklı olarak BSA'nın popülasyondaki bireyleri diğerlerinden daha iyi kondisyon değerleri ile kullanma eğilimi yoktur.
- Bu BSA'yı çok modlu problemlerin çözümünde daha başarılı kılar.
- BSA, karşılaştırma algoritmalarından çok daha basit bir yapıya sahiptir.
- BSA'nın mutasyon ve çaprazlama stratejileri DE ve onun gelişmiş versiyonlarından kökten farklıdır.
- BSA'nın sınır kontrol mekanizması ABC ve DE ve onun gelişmiş versiyonlarından farklıdır.
- BSA, arama yönü matrisinin hesaplanmasında kullanılmak üzere rastgele seçilen bir neslin popülasyonunu hatırlar. PSO, CMAES, ABC, JDE, CLPSO ve SADE, önceki nesil popülasyonları kullanmaz.
- BSA, karşılaştırma algoritmalarının aksine, hem mevcut hem de geçmiş nüfusu kullanan çift nüfuslu bir algoritmadır.

Algoritma 4, BSA için pseudo kod sunar:

```

Input: ObjFun, N, D, maxcycle, mixrate, low1:D, up1:D
Output: globalminimum, globalminimizer
// rnd  $\sim U(0, 1)$ , rndn  $\sim N(0, 1)$ , w = rndint( $\cdot$ ), rndint( $\cdot$ )  $\sim U(1, \cdot) \mid w \in \{1, 2, 3, \dots, \cdot\}$ 
1 function bsa(ObjFun, N, D, maxcycle, low, up)
  // INITIALIZATION
  2 globalminimum = inf
  3 for i from 1 to N do
    4   for j from 1 to D do
      5     Pi,j = rnd · (upj − lowj) + lowj // Initialization of population, P.
      6     oldPi,j = rnd · (upj − lowj) + lowj // Initialization of oldP.
    7   end
    8   fitnessPi = ObjFun(Pi) // Initial-fitness values of P
  9 end
10 for iteration from 1 to maxcycle do
  // SELECTION-I
  11 if (a < b | a, b  $\sim U(0, 1)$ ) then oldP := P end
  12 oldP := permuting(oldP) // 'permuting' arbitrary changes in positions of two
  // individuals in oldP.
  13 Generation of Trial-Population
  // MUTATION
  14 mutant = P + 3 · rndn · (oldP − P)
  // CROSSOVER
  15 map1:N,1:D = 1 // Initial-map is an N-by-D matrix of ones.
  16 if (c < d | c, d  $\sim U(0, 1)$ ) then
  17   for i from 1 to N do
  18     | mapi,u(1:⌈mixrate·rnd·D⌋) = 0 | u = permuting( $\langle 1, 2, 3, \dots, D \rangle$ )
  19   end
  20 else
  21   | for i from 1 to N do, mapi,randi(D) = 0, end
  22 end
  // Generation of Trial Population, T
  23 T := mutant
  24 for i from 1 to N do
  25   for j from 1 to D do
  26     | if mapi,j = 1 then Ti,j := Pi,j
  27   end
  28 end
  // Boundary Control Mechanism
  29 for i from 1 to N do
  30   for j from 1 to D do
  31     | if (Ti,j < lowj) or (Ti,j > upj) then
  32       | Ti,j = rnd · (upj − lowj) + lowj
  33     end
  34   end
  35 end
  36 end
  // SELECTION-II
  37 fitnessT = ObjFnc(T)
  38 for i from 1 to N do
  39   if fitnessTi < fitnessPi then
  40     | fitnessPi := fitnessTi
  41     | Pi := Ti
  42   end
  43 end
  44 fitnessPbest = min(fitnessP) | best  $\in \{1, 2, 3, \dots, N\}$ 
  45 if fitnessPbest < globalminimum then
  46   | globalminimum := fitnessPbest
  47   | globalminimizer := Pbest
  // Export globalminimum and globalminimizer
  48 end

```

3. Deneyler

Bu bölümde, istatistiksel sonuçların yanı sıra testler ve kıyaslama sorunları, istatistiksel analiz, aritmetik kesinlik ve kontrol parametreleri ve testlerde optimizasyon algoritmaları için kullanılan durma koşulları ayrıntılı olarak sunulmaktadır.

3.1. Testler ve kıyaslama sorunları

Sayısal optimizasyon problemlerinin çözümünde BSA'nın nispi başarısını ve karşılaştırma algoritmalarını incelemek için üç test yapılmıştır.

Test 1 yaygın olarak kullanılan 50 kıyaslama sorununu içermiştir. Bu sorunlar hakkında ayrıntılı bilgi [12,13] 'te verilmiştir. Tablo 1, Test 1'de kullanılan kıyaslama sorunlarının çeşitli özelliklerini özetlemektedir.

Test 2, CEC2005'te kullanılan 25 kıyaslama sorununu içermiştir. Bu sorunlar hakkında ayrıntılı bilgi [43] 'te verilmiştir. Tablo 2, Test 2'de kullanılan kıyaslama sorunlarının çeşitli özelliklerini özetlemektedir.

Test 3, CEC2011'de kullanılan gerçek dünya sorunlarından üçünü içeriyordu: Dairesel Anten Dizisi Tasarım Sorunu (Anten), Yayılı Spektrum Radar Polly Faz Kodu Tasarımı (Radar) ve Frekans Modülasyonlu Ses Dalgaları (FM) için Parametre Tahmini. Bu sorunların ayrıntılı tanımları [44] 'te verilmiştir. Tablo 3, Test 3'te kullanılan gerçek dünya problemlerinin tanımlarını özetlemektedir.

3.2. Testlerde kullanılan optimizasyon algoritmaları için kontrol parametreleri

Tablo 4, bu dokümanda test edilen EA'lar için ilgili kontrol parametrelerinin başlangıç değerlerini vermektedir.

- Evrimsel araştırmalar için ilgili ortak kontrol parametreleri aşağıdaki gibidir:
- Hedef fonksiyonun maksimum değerlendirme sayısı 2.000.000'dir.
- Nüfus büyüklüğü 30'dur.

CMAES, sorun boyutuna göre değişen bir nüfus boyutu kullanılmasını gerektirir. Bu nedenle, CMAES için popülasyon büyüklüğü (NCMAES) Denklem kullanılarak hesaplandı. (6):

$$N_{CMAES} = 4 + \lfloor 3 \cdot \log (\text{Dimension of Problem}) \rfloor. \quad (6)$$

3.3. Testlerde kullanılan optimizasyon algoritmaları için durma koşulları

Algoritmaların aramalarını durdurmak için kullanılan önceden belirlenmiş ölçütler aşağıdaki gibidir.

- Eğer objektif fonksiyonun mutlak değeri 10 üzeri -16'dan küçükse durun.
- Son 200.000 işlev değerlendirmesi sırasında algoritma mevcut çözümden daha iyi bir çözüm bulamadıysa, durdurun.
- İşlev değerlendirme sayısı 2.000.000'e ulaşırsa, durdurun.
- Maksimum nesil sayısına ulaşılmışsa, durdurun.

Testlerde, kıyaslama sorunları her seferinde farklı bir başlangıç popülasyonu kullanılarak 30 kez çözülmüştür. Her testte, evrimsel hesaplama algoritmaları aynı başlangıç popülasyonunu kullanmıştır. Her bir test için küresel minimum ve çalışma süresi değerleri ayrıntılı istatistiksel analiz için kaydedildi. Tüm testler ve istatistiksel analizler Matlab kullanılarak yapıldı. Testler sırasında elde edilen basit istatistiksel değerler, test edilen algoritmaların problem çözme yetenekleri hakkında bilgi sağlar.

3.4. BSA'nın işlevlerini gösteren basit sayısal örnek

Bu bölümde, kıyaslama sorunu F43, küçük bir sayısal örnek için BSA'nın ayrıntılı işlevini göstermek için kullanılır. F43'ün iki değişkeni vardır ve bu örnekteki popülasyon büyüklüğü 3 olarak önceden tanımlanmıştır. Bu nedenle, P'nin boyutu 3x2'dir. (7) F43 için nesnel işlevi tanımlar:

$$ObjFun(x) = 4 \cdot x_1^2 + 2.1 \cdot x_1^4 + \frac{1}{3} \cdot x_1^6 + x_1 \cdot x_2 - 4 \cdot x_2^2 + 4 \cdot x_2^4. \quad (7)$$

Arama alanı sınırları $-5 \leq x_1, x_2 \leq 5$ olarak tanımlanmıştır. Tablo 5, F43 çözülürken ilk beş yinelemesi sırasında çeşitli değişkenler için elde edilen BSA değerlerini göstermektedir.

Table 1

The benchmark problems used in Test 1 (Dim: Dimension, Low, Up: Limits of search space, M: Multimodal, N: Non-Separable, U: Unimodal, S: Separable).

Problem	Name	Type	Low	Up	Dim
F1	Foxholes	MS	-65.536	65.536	2
F2	GoldsteinPrice	MN	-2	2	2
F3	Penalized	MN	-50	50	30
F4	Penalized2	MN	-50	50	30
F5	Ackley	MN	-32	32	30
F6	Beale	UN	-4.5	4.5	5
F7	Bohachevsky1	MS	-100	100	2
F8	Bohachevsky2	MN	-100	100	2
F9	Bohachevsky3	MN	-100	100	2
F10	Booth	MS	-10	10	2
F11	Branin	MS	-5	10	2
F12	Cobville	UN	-10	10	4
F13	DixonPrice	UN	-10	10	30
F14	Easom	UN	-100	100	2
F15	Fletcher	MN	-3.1416	3.1416	2
F16	Fletcher	MN	-3.1416	3.1416	5
F17	Fletcher	MN	-3.1416	3.1416	10
F18	Griewank	MN	-600	600	30
F19	Hartman3	MN	0	1	3
F20	Hartman6	MN	0	1	6
F21	Kowalik	MN	-5	5	4
F22	Langermann	MN	0	10	2
F23	Langermann	MN	0	10	5
F24	Langermann	MN	0	10	10
F25	Matyas	UN	-10	10	2
F26	Michalewicz	MS	0	3.1416	2
F27	Michalewicz	MS	0	3.1416	5
F28	Michalewicz	MS	0	3.1416	10
F29	Perm	MN	-4	4	4
F30	Powell	UN	-4	5	24
F31	Powersum	MN	0	4	4
F32	Quartic	US	-1.28	1.28	30
F33	Rastrigin	MS	-5.12	5.12	30
F34	Rosenbrock	UN	-30	30	30
F35	Schaffer	MN	-100	100	2
F36	Schwefel	MS	-500	500	30
F37	Schwefel_1_2	UN	-100	100	30
F38	Schwefel_2_22	UN	-10	10	30
F39	Shekel10	MN	0	10	4
F40	Shekel5	MN	0	10	4
F41	Shekel7	MN	0	10	4
F42	Shubert	MN	-10	10	2
F43	Sixhumpcamelback	MN	-5	5	2
F44	Sphere2	US	-100	100	30
F45	Step2	US	-100	100	30
F46	Stepint	US	-5.12	5.12	5
F47	Sumsquares	US	-10	10	30
F48	Trid	UN	-36	36	6
F49	Trid	UN	-100	100	10
F50	Zakharov	UN	-5	10	10

3.5. istatistiksel analiz

Stokastik nitelikleri nedeniyle EA'lar, bir soruna yeni çözümler ararken daha önce şans eseri ulaştıkları çözümlerden daha iyi veya daha kötü çözümlere ulaşabilir. Bu gibi durumlar nedeniyle, bir EA'nın problem çözme başarısını bir diğerinkiyle karşılaştırmak için istatistiksel araçlar kullanmak yararlıdır.

Farklı başlangıç koşulları altında belirli bir sayısal problemi K kez çözen bir algoritmanın sonuçlarından türetilen basit istatistiksel parametreler - yani ortalama çözümleri (ortalama), ortalama çözümlerin standart sapması (std) ve en iyi çözüm (en iyi) - algoritmanın yalnızca bu sorunu çözmedeki davranışı hakkında bilgi verir.

3.5.1. İstatistiksel çift test aracı: Wilcoxon İmzalı-Sıra Testi

EA'ların problem çözme başarısının ikili karşılaştırması için probleme veya çok probleme dayalı istatistiksel karşılaştırma yöntemi kullanılabilir [46]. Probleme dayalı bir karşılaştırma, birkaç çalışma sonucunda sorun için

elde edilen global minimum değerleri kullanabilir. Probleme dayalı ikili karşılaştırmalar, iki algoritmadan hangisinin belirli bir sayısal optimizasyon problemini daha büyük istatistiksel başarı ile çözdüğünü belirlemek için yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu makale, algoritmaların probleme dayalı ikili karşılaştırması için 30 çalışma sonucunda elde edilen global minimum değerleri kullanmaktadır. Çok probleme dayalı ikili karşılaştırma, birkaç çalışma sonucunda elde edilen global minimum değerlerin ortalamasını kullanabilir. Çok probleme dayalı ikili karşılaştırmalar, çeşitli kıyaslama problemlerini içeren bir testte hangi algoritmanın istatistiksel olarak daha başarılı olduğunu belirler [46]. Bu makale, algoritmaların çok yönlü tabanlı karşılaştırması için 30 çalışma sonucunda elde edilen küresel minimum değerlerin ortalamasını kullanmaktadır.

Table 2

The benchmark problems used in Test 2 (Dim: Dimension, Low, Up: Limits of search space, M: Multimodal, E: Expanded, H: Hybrid, C: Composition, U: Unimodal).

Problem	Name	Type	Dim	Low	Up
F51	Shifted sphere	U	10	-100	100
F52	Shifted Schwefel	U	10	-100	100
F53	Shifted rotated high conditioned elliptic function	U	10	-100	100
F54	Shifted Schwefels problem 1.2 With noise	U	10	-100	100
F55	Schwefels problem 2.6	U	10	-100	100
F56	Shifted Rosenbrock's	M	10	-100	100
F57	Shifted rotated Griewank's	M	10	0	600
F58	Shifted rotated Ackley's	M	10	-32	32
F59	Shifted Rastrigin's	M	10	-5	5
F60	Shifted rotated Rastrigin's	M	10	-5	5
F61	Shifted rotated Weierstrass	M	10	-0.5	0.5
F62	Schwefels problem 2.13	M	10	-100	100
F63	Expanded extended Griewank's + Rosenbrock's	E	10	-3	1
F64	Expanded rotated extended Scaffes	E	10	-100	100
F65	Hybrid composition function	HC	10	-5	5
F66	Rotated hybrid comp. Fn 1	HC	10	-5	5
F67	Rotated hybrid comp. Fn 1 with noise	HC	10	-5	5
F68	Rotated hybrid comp. Fn 2	HC	10	-5	5
F69	Rotated hybrid comp. Fn 2 with narrow global optimal	HC	10	-5	5
F70	Rotated hybrid comp. Fn 2 with the global optimum	HC	10	-5	5
F71	Rotated hybrid comp. Fn 3	HC	10	-5	5
F72	Rotated hybrid comp. Fn 3 with high condition number matrix	HC	10	-5	5
F73	Non-continuous rotated hybrid comp. Fn 3	HC	10	-5	5
F74	Rotated hybrid comp. Fn 4	HC	10	-5	5
F75	Rotated hybrid comp. Fn 4	HC	10	-2	5

Table 3

The benchmark problems used in Test 3 (Dim: Dimension, Low, Up: Limits of search space, BC: Bound constrained).

Problem	Name	Type	Low	Up	Dim
F76	Antenna	BC	0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, -180, -180, -180, -180, -180, -180,	1, 1, 1, 1, 1, 1, 180, 180, 180, 180, 180, 180,	12
F77	Radar	BC	0	$2 \cdot \pi$	20
F78	FM	BC	-6.4	6.35	6

Table 4

Control parameters of the related algorithms used in the tests.

Algorithm	Control parameters				
PSO 2011	$C_1 = 1.80$	$C_2 = 1.80$	$\omega = 0.5 + (1 - rand)$		
CMAES	$\sigma = 0.25$	$\mu = \left\lfloor \frac{4 + (2 \log(N))}{2} \right\rfloor$			
ABC	limit = $N \cdot D$	Size of employed-bee = (size of colony)/2			
JDE	$F_{initial} = 0.5$	$CR_{initial} = 0.90$	$\tau_1 = 0.1$		$\tau_2 = 0.1$
CLPSO	$c = 1.49445$	$m = 0$	$p_c = 0.5 \cdot \frac{e^{-p_c(t)}}{e^{(p_c(t))}}$ where, $t = 0.5 \cdot \left(0 : \frac{1}{p_c-1} : 1\right)$		
SADE	$F \sim N(0.5, 0.3)$	$CR \sim N(CR_m, 0.1)$	$c = 0.1$		$p = 0.05$
BSA	$mixrate = 1.00$				

Wilcoxon İmzalı-Sıra Testi, istatistiksel anlamlılık değeri $\alpha = 0.05$ olan ikili karşılaştırmalar için kullanıldı. Bu test için sıfır hipotezi H_0 : 'A algoritması ile elde edilen çözümlerin medyanı ile aynı kıyaslama problemi için B algoritması ile elde edilen çözümlerin medyanı arasında bir fark yoktur', yani medyan (A) = medyan (B). A algoritmasının, B algoritmasından istatistiksel olarak daha iyi bir çözüme ulaşp ulaşmadığını veya değilse, alternatif hipotezin geçerli olup olmadığını belirlemek için, Wilcoxon İmzalı Sıralama Testi tarafından sağlanan sıraların boyutları (örneğin [46'da tanımlandığı gibi T + ve T -]) incelendi.

Table 5

A simple numerical example describing the functioning of BSA by using F43.

Generation	P (see Eq. (1))		fitnessP	Eq. (3)	oldP (see Eqs. 2,4)		$F \sim N(0,3)$	Mutant (see Eq. (5))		map	T (see Algorithms 2 and 3)		fitnessT	Globalminimum	
Initial	2.713	-4.793	2054.702	0	-3.020	2.605	-	-	-	-	-	-	-	Inf	
	1.336	2.488	134.179	0	-3.309	-4.117	-	-	-	-	-	-	-		
	-0.015	-2.753	199.491	0	1.853	4.533	-	-	-	-	-	-	-		
1	2.713	-4.793	2054.702	1	1.336	2.488	-2.473	6.118	-22.799	1	0	2.713	1.741	77.938	77.938
	1.336	2.488	134.179	1	-0.015	-2.753	-2.473	4.677	15.448	0	1	4.677	2.488	2,711.678	
	-0.015	-2.753	199.491	1	2.713	-4.793	-2.473	-6.762	2.291	0	1	-0.582	-2.753	202.178	
2	2.713	1.741	77.938	1	2.713	1.741	0.686	2.713	1.741	1	0	2.713	1.741	77.938	2.500
	1.336	2.488	134.179	1	-0.015	-2.753	0.686	0.409	-1.108	0	1	0.409	2.488	130.140	
	-0.015	-2.753	199.491	1	1.336	2.488	0.686	0.911	0.842	0	0	0.911	0.842	2.005	
3	2.713	1.741	77.938	1	0.911	0.842	7.428	-10.673	-4.937	0	1	-3.489	1.741	357.346	2.500
	0.409	2.488	130.139	1	2.713	1.741	7.428	17.523	-3.061	0	1	-1.159	2.488	128.019	
	0.911	0.842	2.005	1	0.409	2.488	7.428	-2.818	13.068	1	0	0.911	4.442	1,484.491	
4	2.713	1.741	77.938	0	2.713	1.741	4.330	2.713	1.741	0	1	2.713	1.741	77.938	2.005
	-1.159	2.488	128.019	0	0.409	2.488	4.330	5.630	2.488	0	0	1.364	2.488	134.224	
	0.911	0.842	2.005	0	0.911	0.842	4.330	0.911	0.842	0	1	0.911	0.842	2.005	
5	2.713	1.741	77.938	0	0.409	2.488	-0.955	4.913	1.027	1	0	2.713	1.027	51.607	0.307
	-1.159	2.488	128.019	0	0.911	0.842	-0.955	-3.136	4.059	0	1	-3.136	2.488	273.995	
	0.911	0.842	2.005	0	2.713	1.741	-0.955	-0.810	-0.017	0	1	-0.810	0.842	0.307	

Table 6

Basic statistics of the 30-solutions obtained by PSO, CMAES, ABC, JDE, CLPSO, SADE and BSA in Test 1 (Mean: mean-solution, Std: standard-deviation of mean-solution, Best: the best-solution, and Runtime: mean-runtime in seconds.)

Problem	Statistics	PSO2011	CMAES	ABC	JDE	CLPSO	SADE	BSA
F1	Mean	1.3316025264876300	10.0748846367972000	0.9980038377944500	1.0641405484285200	1.8209961275956800	0.9980038377944500	0.9980038377944500
	Std	0.9455237946907000	8.0277365400340800	0.0000000000000000	0.3622456829347420	1.6979175079427900	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Best	0.9980038377944500	0.9980038377944500	0.9980038377944500	0.9980038377944500	0.9980038377944500	0.9980038377944500	0.9980038377944500
	Runtime	72.527	44.788	64.976	51.101	61.650	66.633	38.125
F2	Mean	2.9999999999999200	21.8999999999995000	3.0000004654230000	2.9999999999999200	3.0000000000000700	2.9999999999999200	2.9999999999999200
	Std	0.0000000000000013	32.6088098948516000	0.0000002504421610	0.0000000000000113	0.0000000000007941	0.0000000000000020	0.0000000000000111
	Best	2.9999999999999200	2.9999999999999200	2.9999999999999200	2.9999999999999200	2.9999999999999200	2.9999999999999200	2.9999999999999200
	Runtime	17.892	24.361	16.624	7.224	24.784	28.699	7.682
F3	Mean	0.11278728062391630	0.0241892995662904	0.0000000000000004	0.0034556340834999	0.0000000000000000	0.0034556340834999	0.0000000000000000
	Std	0.27727923466028400	0.0802240262581864	0.0000000000000001	0.0189272869685522	0.0000000000000000	0.0189272869685522	0.0000000000000000
	Best	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000003	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Runtime	139.555	5.851	84.416	9.492	38.484	15.992	18.922
F4	Mean	0.0043949463343535	0.0003662455278628	0.0000000000000004	0.0007324910557256	0.0000000000000000	0.0440448539086004	0.0000000000000000
	Std	0.0054747064090174	0.002006093719584	0.0000000000000001	0.0027875840585535	0.0000000000000000	0.2227372747439610	0.0000000000000000
	Best	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000003	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Runtime	126.507	6.158	113.937	14.367	48.667	33.019	24.309
F5	Mean	1.5214322973725000	11.7040011684582000	0.0000000000000340	0.0811017056422860	0.1863456353861950	0.7915368220335460	0.0000000000000105
	Std	0.6617570384662600	9.7201961540865200	0.000000000000035	0.3176012689149320	0.4389839299322230	0.7561593402959740	0.0000000000000334
	Best	0.0000000000000000	0.0000000000000080	0.0000000000000293	0.000000000000044	0.0000000000000080	0.0000000000000044	0.0000000000000080
	Runtime	63.039	3.144	23.293	11.016	45.734	40.914	14.396
F6	Mean	0.0000000041922968	0.2540232169641050	0.0000000000000028	0.0000000000000000	0.0000444354499943	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Std	0.000000139615552	0.3653844307786430	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0001015919507724	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Best	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000005	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Runtime	32.409	4.455	22.367	1.279	125.839	4.544	0.962
F7	Mean	0.0000000000000000	0.0622354533647150	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Std	0.0000000000000000	0.1345061339146580	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Best	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Runtime	16.956	6.845	1.832	1.141	2.926	4.409	0.825
F8	Mean	0.0000000000000000	0.0072771062590204	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Std	0.0000000000000000	0.0398583525142753	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Best	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Runtime	17.039	2.174	1.804	1.139	2.891	4.417	0.824
F9	Mean	0.0000000000000000	0.0001048363065820	0.0000000000000006	0.0000000000000000	0.0000193464326398	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Std	0.0000000000000000	0.0005742120596051	0.0000000000000003	0.0000000000000000	0.0000846531630676	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Best	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000001	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Runtime	17.136	2.127	21.713	1.129	33.307	4.303	0.829
F10	Mean	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000605122443674	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Std	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.00029861918862801	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Best	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Runtime	17.072	1.375	22.395	1.099	28.508	4.371	0.790
F11	Mean	0.3978873577297380	0.6372170283279430	0.3978873577297380	0.3978873577297380	0.3978873577297390	0.3978873577297380	0.3978873577297380
	Std	0.0000000000000000	0.7302632173480510	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000049	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Best	0.3978873577297380	0.3978873577297380	0.3978873577297380	0.3978873577297380	0.3978873577297380	0.3978873577297380	0.3978873577297380
	Runtime	17.049	24.643	10.941	6.814	17.283	27.981	5.450
F12	Mean	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0715675060725970	0.0000000000000000	0.1593872502094070	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Std	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0579425013417103	0.0000000000000000	0.6678482786713720	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Best	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0013425253994745	0.0000000000000000	0.0000094069599934	0.0000000000000000	0.0000000000000000

Table 6 (continued)

Problem	Statistics	PSO2011	CMAES	ABC	JDE	CLPSO	SADE	BSA
P13	Runtime	44.065	1.548	21.487	1.251	166.985	4.405	2.460
	Mean	0.666666666666750	0.666666666666750	0.00000000000038	0.666666666666750	0.0023282133668190	0.666666666666750	0.644444444444440
	Std	0.000000000000022	0.000000000000000	0.000000000000012	0.000000000000000	0.005179284882291	0.000000000000000	0.121716123890370
	Best	0.666666666666720	0.666666666666750	0.000000000000021	0.666666666666750	0.000210708732167	0.666666666666750	0.000000000000000
	Runtime	167.094	3.719	37.604	18.689	16.261	47.833	21.192
P14	Mean	-1.000000000000000	-0.100000000000000	-1.000000000000000	-1.000000000000000	-1.000000000000000	-1.000000000000000	-1.000000000000000
	Std	0.000000000000000	0.3051285766293650	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000
	Best	-1.000000000000000	-1.000000000000000	-1.000000000000000	-1.000000000000000	-1.000000000000000	-1.000000000000000	-1.000000000000000
	Runtime	16.633	3.606	13.629	6.918	16.910	28.739	5.451
	Runtime	16.633	3.606	13.629	6.918	16.910	28.739	5.451
P15	Mean	0.000000000000000	1028.930784026900000	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000
	Std	0.000000000000000	1298.1521820113500000	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000
	Best	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000
	Runtime	27.859	15.541	40.030	2.852	4.030	6.020	2.067
	Runtime	27.859	15.541	40.030	2.852	4.030	6.020	2.067
P16	Mean	48.746516446927000	1680.3460230073400000	0.021868498331872	0.9443728655432830	81.7751618148164000	0.000000000000000	0.000000000000000
	Std	88.658510972991000	2447.7484859660000000	0.0418409568792831	2.8815514827061600	379.5241117377270000	0.000000000000000	0.000000000000000
	Best	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000016	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000
	Runtime	95.352	11.947	44.572	4.719	162.941	5.763	7.781
	Runtime	95.352	11.947	44.572	4.719	162.941	5.763	7.781
P17	Mean	918.9518492782850000	12340.2283326398000000	11.0681496253480000	71.37226974626920000	0.8530843976878610	0.000000000000000	0.000000000000000
	Std	1652.4810858411400000	22367.1698875802000000	9.8810950146557100	17.10713074301200000	2.9208253191688800	0.000000000000000	0.000000000000000
	Best	0.000000000000000	0.000000000000000	0.3274654777056860	0.000000000000000	0.0016957837829822	0.000000000000000	0.000000000000000
	Runtime	271.222	7.631	43.329	16.105	268.894	1.68310	33.044
	Runtime	271.222	7.631	43.329	16.105	268.894	1.68310	33.044
P18	Mean	0.0068943694819713	0.001149893521349	0.000000000000000	0.00148193758543185	0.000000000000000	0.0226359326967139	0.0004930693556077
	Std	0.0080565201648587	0.0036449413321107	0.000000000000001	0.0133238235582874	0.0283874287215679	0.0018764355751644	0.000000000000000
	Best	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000	0.000000000000000
	Runtime	73.895	2.647	19.073	6.914	14.864	25.858	5.753
	Runtime	73.895	2.647	19.073	6.914	14.864	25.858	5.753
P19	Mean	-3.8627821478207500	-3.7243887744664700	-3.8627821478207500	-3.8627821478207500	-3.8627821478207500	-3.8627821478207500	-3.8627821478207500
	Std	0.000000000000027	0.5407823545193820	0.000000000000024	0.000000000000027	0.000000000000027	0.000000000000027	0.000000000000027
	Best	-3.8627821478207600	-3.8627821478207600	-3.8627821478207600	-3.8627821478207600	-3.8627821478207600	-3.8627821478207600	-3.8627821478207600
	Runtime	19.280	21.881	12.613	7.509	17.504	24.804	6.009
	Runtime	19.280	21.881	12.613	7.509	17.504	24.804	6.009
P20	Mean	-3.3180320675402500	-3.2942534432762600	-3.3219951715842400	-3.2982165473202600	-3.3219951715842400	-3.3140689634962500	-3.3219951715842400
	Std	0.0217068148263721	0.051145807526848	0.000000000000014	0.0483702518391572	0.000000000000013	0.0301641516823498	0.000000000000013
	Best	-3.3219951715842400	-3.3219951715842400	-3.3219951715842400	-3.3219951715842400	-3.3219951715842400	-3.3219951715842400	-3.3219951715842400
	Runtime	26.209	7.333	13.562	8.008	20.099	33.719	6.822
	Runtime	26.209	7.333	13.562	8.008	20.099	33.719	6.822
P21	Mean	0.00030074859878056	0.0004830287538208	0.0004414866359626	0.0003685318137604	0.0003100479704151	0.0003074859878056	0.0003074859878056
	Std	0.000000000000000	0.0148565973286009	0.000233712367683	0.000233712367683	0.00005984325073	0.000000000000000	0.000000000000000
	Best	0.00030074859878056	0.0003074859878056	0.0003074859878056	0.0003074859878056	0.0003074859878056	0.0003074859878056	0.0003074859878056
	Runtime	84.471	13.864	20.255	7.806	156.095	45.443	11.722
	Runtime	84.471	13.864	20.255	7.806	156.095	45.443	11.722
P22	Mean	-1.0809384421344400	-0.732679641701760	-1.0809384421344400	-1.0764290762657400	-1.0202940450426400	-1.0809384421344400	-1.0809384421344400
	Std	0.000000000000000	0.413668304155380	0.000000000000000	0.0247042912888477	0.1190811583120530	0.000000000000000	0.000000000000000
	Best	-1.0809384421344400	-1.0809384421344400	-1.0809384421344400	-1.0809384421344400	-1.0809384421344400	-1.0809384421344400	-1.0809384421344400
	Runtime	27.372	32.311	27.546	19.673	52.853	36.659	21.421
	Runtime	27.372	32.311	27.546	19.673	52.853	36.659	21.421
P23	Mean	-1.3891992200744600	-0.5235864386289060	-1.4999992007080800	-1.3431399432579700	-1.4765972735526500	-1.4999992233525000	-1.4821658762555300
	Std	0.2257194401586300	0.2585330714077300	0.000000000000000	0.2680292304904580	0.1281777594978300	0.000000000000000	0.0976772648082733
	Best	-1.4999992233524900	-0.7977041047646610	-1.4999992233524900	-1.4999992233524900	-1.4999992233524900	-1.4999992233524900	-1.4999992233524900
	Runtime	33.809	17.940	37.986	20.333	42.488	36.037	18.930
	Runtime	33.809	17.940	37.986	20.333	42.488	36.037	18.930
P24	Mean	-0.9166207898680230	-0.3105071678265780	-0.8406348096506800	-0.8827152798835760	-0.9401432797743700	-1.2765515661973800	-1.3127183561646900
	Std	0.3917752374405000	0.2080317241440800	0.2000663659843200	0.3818246510549400	0.3184175870987750	0.3599594108130040	0.3158076999462900
	Best	-1.5000000000003800	-0.7976938356122860	-1.4999926800631400	-1.5000000000003800	-1.5000000000003800	-1.5000000000003800	-1.5000000000003800
	Runtime							
	Runtime							

(continued on next page)

Table 6 (continued)

Problem	Statistics	PSO2011	CMAES	ABC	JDE	CLPSO	SADE	BSA
F25	Runtime	110.798	8.835	38.470	21.599	124.609	47.171	35.358
	Mean	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000004	0.0000000000000000	0.0000041787372626	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Std	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000003	0.0000000000000000	0.000061646337543	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Best	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000001	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Runtime	25.358	1.340	19.680	1.142	31.632	4.090	0.813
F26	Mean	-1.8210436836776800	-1.7829268228561700	-1.8210436836776800	-1.8210436836776800	-1.8210436836776800	-1.8210436836776800	-1.8210436836776800
	Std	0.0000000000000000	0.1455283631808370	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Best	-1.8210436836776800	-1.8210436836776800	-1.8210436836776800	-1.8210436836776800	-1.8210436836776800	-1.8210436836776800	-1.8210436836776800
	Runtime	19.154	26.249	17.228	9.663	18.091	28.463	7.472
	Runtime	19.154	26.249	17.228	9.663	18.091	28.463	7.472
F27	Mean	-4.6565646397053900	-4.3008953007033700	-4.6934684519571100	-4.6893469326171100	-4.6920941990986400	-4.6884963299983800	-4.6934684519571100
	Std	0.0557021530069238	0.4951230481844850	0.0000000000000000	0.0125797140251588	0.0075720931220834	0.027323381095561	0.0000000000000000
	Best	-4.6934684519571100	-4.6934684519571100	-4.6934684519571100	-4.6934684519571100	-4.6934684519571100	-4.6934684519571100	-4.6934684519571100
	Runtime	38.651	10.956	17.663	14.915	25.843	38.446	11.971
	Runtime	38.651	10.956	17.663	14.915	25.843	38.446	11.971
F28	Mean	-9.5771330307548900	-7.6193507368464700	-9.6601517156413500	-9.63730986132500	-9.6400278592589600	-9.6572038232921700	-9.6601517156413500
	Std	0.4927013165009220	0.7904803198850970	0.0000000000000000	0.0393668146094111	0.0437595551332868	0.010580022905617	0.0000000000000000
	Best	-9.5771330307548900	-9.5771330307548900	-9.6601517156413500	-9.6601517156413500	-9.6601517156413500	-9.6601517156413500	-9.6601517156413500
	Runtime	144.093	6.959	27.061	20.803	32.801	46.395	22.250
	Runtime	144.093	6.959	27.061	20.803	32.801	46.395	22.250
F29	Mean	0.0119687224560441	0.0788747361147000	0.0838440014038032	0.0154051300558556	0.019866590210374	0.007283694870796	0.007283694870796
	Std	0.0856285980400334	0.1426911799629180	0.0778327303965192	0.0308963306374663	0.0613898943155661	0.0328868042987376	0.00

Table 6 (continued)

Problem	Statistics	PSO 2011	CMAES	ABC	JDE	CLPSO	SADE	BSA
F49	Runtime	24.627	8.337	22.480	8.623	142.106	36.804	7.747
	Mean	-210.00000000000000	-210.00000000000000	-209.99999999999999	-210.00000000000000	-199.5925885475030000	-210.00000000000000	-210.00000000000000
	Std	0.000000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	9.6415263953591700	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Best	-210.00000000000000	-210.00000000000000	-209.99999999999999	-210.00000000000000	-209.9858674080290000	-210.00000000000000	-210.00000000000000
F50	Runtime	48.580	5.988	36.639	11.319	187.787	54.421	11.158
	Mean	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Std	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Best	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Runtime	86.369	1.868	86.449	1.412	157.838	4.930	5.702

Table 7

Determining the algorithm that statistically provides the best solution for each benchmark problem used in Test 1 by utilizing two-sided Wilcoxon Signed-Rank Test ($\alpha = 0.05$).

Problem	PSO vs. BSA				CMAES vs. BSA				ABC vs. BSA				JDE vs. BSA				CLPSO vs. BSA				SADE vs. BSA			
	p-value	T+	T-	winner	p-value	T+	T-	winner	p-value	T+	T-	winner	p-value	T+	T-	winner	p-value	T+	T-	winner	p-value	T+	T-	winner
F1	1.56E-02	0	28	+	8.24E-06	0	351	+	1.56E-02	0	28	+	1.00E+00	0	1	+	1.95E-03	0	55	+	1.00E+00	0	0	+
F2	5.73E-07	0	325	+	1.28E-06	0	435	+	4.19E-06	12	366	+	8.77E-05	40.5	310.5	+	1.71E-04	34.5	290.5	+	2.39E-04	37.5	262.5	+
F3	2.44E-04	0	91	+	1.25E-01	0	10	+	8.87E-07	0	465	+	1.00E+00	0	1	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	1	+
F4	4.88E-04	0	78	+	1.00E+00	0	1	+	9.92E-07	0	465	+	5.00E-01	0	3	+	1.00E+00	0	0	+	1.56E-02	0	28	+
F5	2.97E-06	1.5	433.5	+	2.25E-04	21	279	+	1.23E-06	0	465	+	2.44E-04	49.5	55.5	+	9.15E-01	66	70	+	3.51E-03	91	374	+
F6	3.79E-06	0	406	+	1.95E-03	0	55	+	1.71E-06	0	465	+	1.00E+00	0	0	+	2.70E-05	0	276	+	1.00E+00	0	0	+
F7	1.00E+00	0	0	+	1.56E-02	0	28	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+
F8	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	1	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+
F9	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	1	+	2.43E-06	0	435	+	1.00E+00	0	0	+	2.70E-05	0	276	+	1.00E+00	0	0	+
F10	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	5.61E-06	0	378	+	1.00E+00	0	0	+
F11	1.00E+00	0	0	+	2.50E-01	0	6	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	1	+	1.00E+00	0	0	+
F12	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.73E-06	0	465	+	1.00E+00	0	0	+	1.73E-06	0	465	+	1.00E+00	0	0	+
F13	1.34E-06	0	465	+	1.00E+00	0	1	+	7.84E-07	464	1	+	7.81E-03	0	36	+	1.92E-06	464	1	+	1.00E+00	0	1	+
F14	1.00E+00	0	0	+	2.03E-07	0	378	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+
F15	1.00E+00	0	0	+	6.10E-05	0	120	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+
F16	4.88E-04	0	78	+	8.20E-06	0	351	+	1.73E-06	0	465	+	2.50E-01	0	6	+	4.88E-04	0	78	+	1.00E+00	0	0	+
F17	5.96E-05	0	231	+	3.79E-06	0	406	+	1.73E-06	0	465	+	6.10E-05	0	120	+	1.73E-06	0	465	+	1.00E+00	0	0	+
F18	3.24E-05	12	339	+	2.50E-01	2	8	+	2.44E-04	27	78	+	9.77E-04	12.5	65.5	+	5.00E-01	3	0	+	1.40E-04	3	207	+
F19	1.00E+00	0	0	+	7.81E-03	0	36	+	1.62E-06	0	276	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+
F20	1.00E+00	0	1	+	1.56E-02	0	28	+	1.00E+00	0	0	+	3.13E-02	0	21	+	1.00E+00	0	0	+	5.00E-01	0	3	+
F21	1.00E+00	0	0	+	3.58E-05	0	253	+	1.73E-06	0	465	+	5.00E-01	0	3	+	1.73E-06	0	465	+	1.00E+00	0	0	+
F22	1.00E+00	0	0	+	4.32E-04	0	136	+	9.77E-04	0	66	+	1.00E+00	0	1	+	3.78E-06	0	406	+	1.00E+00	0	0	+
F23	6.25E-02	0	15	+	1.73E-06	0	465	+	3.61E-05	29	406	+	7.81E-03	2.5	42.5	+	1.00E+00	1	2	+	1.00E+00	1	0	+
F24	2.91E-04	15	228	+	1.92E-06	1	464	+	2.16E-05	26	439	+	1.61E-04	18	282	+	2.68E-04	49	386	+	1.22E-04	58	62	+
F25	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	3.56E-06	0	406	+	1.00E+00	0	0	+	1.23E-05	0	325	+	1.00E+00	0	0	+
F26	1.00E+00	0	0	+	1.25E-01	0	10	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+
F27	7.06E-05	0	190	+	2.49E-06	0	435	+	1.00E+00	0	0	+	2.50E-01	0	6	+	1.00E+00	0	1	+	1.00E+00	0	1	+
F28	1.73E-06	0	465	+	1.73E-06	0	465	+	1.00E+00	0	0	+	2.44E-04	0	91	+	9.77E-04	0	66	+	2.50E-01	0	6	+
F29	6.42E-03	100	365	+	1.87E-04	33.5	344.5	+	1.73E-06	0	465	+	1.57E-04	37	369	+	4.53E-04	62	403	+	3.76E-04	41	337	+
F30	1.73E-06	0	465	+	1.73E-06	0	465	+	1.73E-06	0	465	+	1.73E-06	0	465	+	1.73E-06	0	465	+	1.73E-06	0	465	+
F31	1.73E-06	0	465	+	2.56E-06	435	0	+	1.73E-06	0	465	+	5.19E-04	378	57	+	1.73E-06	0	465	+	2.56E-06	435	0	+
F32	1.73E-06	0	465	+	1.73E-06	0	465	+	1.73E-06	0	465	+	1.48E-02	351	114	+	9.27E-03	359	106	+	2.29E-01	291	174	+
F33	1.73E-06	0	465	+	1.73E-06	0	465	+	1.00E+00	0	0	+	3.56E-05	0	231	+	1.22E-04	0	105	+	2.00E-04	0	153	+
F34	2.22E-04	53	412	+	6.25E-02	9	12	+	2.77E-03	87	378	+	3.91E-03	8	47	+	1.13E-05	19	446	+	3.88E-04	60	405	+
F35	1.00E+00	0	0	+	1.73E-06	0	465	+	1.00E+00	0	0	+	4.88E-04	0	78	+	3.13E-02	0	21	+	5.00E-01	0	3	+
F36	1.73E-06	0	465	+	1.73E-06	0	465	+	1.00E+00	0	0	+	1.08E-05	0	325	+	4.75E-06	0	378	+	6.25E-02	0	15	+
F37	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.73E-06	0	465	+	1.00E+00	0	0	+	1.73E-06	0	465	+	1.00E+00	0	0	+
F38	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	8.31E-07	0	465	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+
F39	5.00E-01	0	3	+	5.45E-05	0	231	+	1.56E-02	0	28	+	1.00E+00	0	1	+	2.50E-01	0	6	+	1.00E+00	0	0	+
F40	2.50E-01	0	6	+	1.02E-04	0	190	+	1.00E+00	0	0	+	2.50E-01	0	6	+	5.00E-01	0	3	+	1.00E+00	0	1	+
F41	1.00E+00	0	0	+	6.10E-05	0	120	+	5.00E-01	0	3	+	6.25E-02	0	15	+	5.00E-01	0	3	+	1.00E+00	0	0	+
F42	2.41E-06	0	435	+	1.71E-06	0	465	+	1.95E-03	0	55	+	2.44E-04	0	91	+	1.31E-05	0	190	+	4.65E-04	8.5	127.5	+
F43	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	1	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+
F44	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.23E-06	0	465	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+
F45	2.93E-06	0	406	+	5.00E-01	0	3	+	1.00E+00	0	0	+	1.56E-02	0	28	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+
F46	1.25E-01	0	10	+	1.25E-01	0	10	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	3.13E-02	0	21	+	1.00E+00	0	0	+
F47	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	8.12E-07	0	465	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+	1.00E+00	0	0	+

(continued on next page)

Table 7 (continued)

Problem	PSO vs. BSA				CMAES vs. BSA				ABC vs. BSA				JDE vs. BSA				CLPSO vs. BSA				SADE vs. BSA			
	p-value	T+	T-	winner	p-value	T+	T-	winner	p-value	T+	T-	winner	p-value	T+	T-	winner	p-value	T+	T-	winner	p-value	T+	T-	winner
F48	1.00E+00	0	0	-	7.81E-03	0	36	+	1.65E-06	0	465	+	5.00E-01	3	0	-	1.73E-06	0	465	+	2.73E-06	253	0	-
F49	4.38E-05	14	311	+	3.91E-03	22	33	+	1.73E-06	0	465	+	6.07E-01	96.5	74.5	-	1.73E-06	0	465	+	2.88E-04	163	8	-
F50	1.00E+00	0	0	-	1.00E+00	0	0	-	1.73E-06	0	465	+	1.00E+00	0	0	-	4.38E-04	0	136	+	1.00E+00	0	0	-
+/-/-	22/27/1				28/20/2				31/18/1				16/31/3				26/22/2				10/37/3			

Table 8

Basic statistics of the 30-solutions obtained by PSO, CMAES, ABC, JDE, CLPSO, SADE and RSA in Test 2 (Mean: mean-solution, Std: standard-deviation of mean-solution, Best: the best-solution, and Runtime: mean-runtime in seconds.)

Problem	Statistics	PSO2011	CMAES	ABC	JDE	CLPSO	SADE	RSA
P51	Mean	-450.00000000000000	-450.00000000000000	-450.00000000000000	-450.00000000000000	-450.00000000000000	-450.00000000000000	-450.00000000000000
	Std	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Best	-450.00000000000000	-450.00000000000000	-450.00000000000000	-450.00000000000000	-450.00000000000000	-450.00000000000000	-450.00000000000000
	Runtime	21.2862	23.146	11.3.623	118.477	167.675	154.232	140.736
	Mean	-445.87391195655400	-450.00000000000000	-448.99999999992200	-450.00000000000000	-418.55183854776000	-450.00000000000000	-450.00000000000000
P52	Std	0.000000000000350	0.0000000000000000	0.0000000000002520	0.0000000000000015	51.08051103985000	0.0000000000000000	0.000000000000259
	Best	-450.00000000000000	-450.00000000000000	-448.99999999997000	-450.00000000000000	-448.47892992381000	-450.00000000000000	-450.00000000000000
	Runtime	23.0.003	23.385	648.784	138.144	1462.706	185.965	243.657
	Mean	-450.00000000000000	-450.00000000000000	38.71.24412139700000	-197.9999999999850000	621.42.821376046500000	245.048328371350000	-448.999956787430000
	Std	458.5794120016290000	0.0000000000000000	16.69.51.73365926400000	391.5169437474990000	347.96.1785167236000000	790.6056596721360000	0.0001175386756044
P53	Best	-443.9511286079800000	-450.00000000000000	16.51.73.18530956000000	-448.9999999999990000	173.06.906679247400000	-421.4054944641620000	-450.00000000000000
	Runtime	26.58.937	35.464	240.094	1017.557	1789.634	1808.954	188.3.713
	Mean	-450.00000000000000	-450.00000000000000	140.45.09447125110000	-414.0000000000000000	-178.8320689185280000	-450.00000000000000	-450.00000000000000
	Std	0.0000000000000460	13.137.673.65456010000000	21.7.26.46715063190000	55.93.089196.39279000	394.8.667499339530000	0.0000000000000000	0.000000000000259
	Best	-450.00000000000000	-450.00000000000000	-32.43.95691109350000	-447.9901256558030000	-447.9901256558030000	-450.00000000000000	-450.00000000000000
P54	Runtime	24.7.256	32.7.26	209.188	143.767	1248.616	185.438	347.167
	Mean	-310.00000000000000	-310.00000000000000	-291.53.27548384120000	-271.0000000000000000	333.4.10825915760000	-309.9999999999960000	-309.9999999999980000
	Std	0.0000000000000000	0.0000000000000000	17.694.21.712.79370000	60.59.190796.08218000	512.692.0837704510000	0.0000000000000000	0.0000000000002343
	Best	-310.00000000000000	-310.00000000000000	-307.76113.64354020000	-310.0000000000000000	-308.9740055344430000	-310.0000000000000000	-310.0000000000000000
	Runtime	24.1.517	39.293	205.568	134.078	1481.686	210.684	386.633
P56	Mean	39.3.49.99999056240000	390.5315438816460000	391.25.31.452421960000	231.3986579112350000	405.52.3436479650000	390.2657719408230000	390.1328859704120000
	Std	16.02.2496.9046200000	1.3783.433.9763783000	3.7254660805238600	247.2968415284400000	10.74800968528690000	1.0114275384776000	0.7278464375038200
	Best	390.0000000000000000	390.0000000000000000	-140.0000000000000000	-140.0000000000000000	390.5776683413440000	390.0000000000000000	390.0000000000000000
	Runtime	11.78.079	27.894	159.762	153.715	1441.859	121.4303	290.236
	Mean	1091.06.44.325162500000	1087.26.45.466786700000	1087.04.59.486286000000	1141.04.59.486286000000	1087.04.59.486286000000	1087.04.59.486286000000	1087.04.59.486286000000
P57	Std	3.487694894272230000	0.5365230018017800	0.00000000000005585	83.89.64879.458918000	0.00000000000004254	0.00000000000004514	0.0000000000000428
	Best	1087.06.96.772583000000	1087.04.59.486286000000	1087.04.59.486286000000	1087.04.59.486286000000	1087.04.59.486286000000	1087.04.59.486286000000	1087.04.59.486286000000
	Runtime	33.4.064	37.047	180.472	159.922	267.342	259.760	332.132
	Mean	-119.8190232999020000	-119.9261073508850000	-119.44.60.634390800000	-119.44.60.634390800000	-119.9300268839880000	-119.836122057440000	-119.836122057440000
	Std	0.0720107560874199	0.1554021446157740	0.0623866434489108	0.0927418223065644	0.04179135353101429	0.1248514836582400	0.0704515460477787
P58	Best	-119.9302772694110000	-120.0000000000000000	-119.8779554779730000	-119.65.75.719271950000	-119.9756745390830000	-119.9999999999980000	-119.9802847896350000
	Runtime	60.2.507	49.209	265.319	160.806	1586.286	648.489	717.375
	Mean	-324.6046003220200000	-306.5782069681560000	-330.0000000000000000	-329.8673387923880000	-329.4361899676470000	-329.9688346980970000	-330.0000000000000000
	Std	2.508230604152100000	21.9475396048756000	0.00000000000000000	0.3440001828127600	0.6229637119049100	0.1816538798802300	0.0000000000000000
	Best	-329.0050409492970000	-327.0151228287200000	-327.0151228287200000	-330.0000000000000000	-330.0000000000000000	-330.0000000000000000	-330.0000000000000000
P59	Runtime	98.2.449	22.237	111.629	128.494	162.873	155.645	176.994
	Mean	-324.3311322538170000	-314.7871102989330000	-306.7949047862760000	-319.6763748979870000	-321.7278926895280000	-322.9689591871600000	-319.2544515903510000
	Std	3.007222293366730000	8.3115989308305500	5.1787864195870400	4.9173541245304800	1.8971778613701300	2.8254645254663000	3.3091999753900000
	Best	-327.1650513120000000	-327.0151228287200000	-311.84903196374510000	-119.65.75.719271950000	-326.1788303102740000	-326.02087523530000	-325.0252097523530000
	Runtime	11.46.013	29.860	259.258	179.039	1594.096	210.534	420.851
P61	Mean	92.5640011212146000	90.7642785704506000	94.8428485804138000	93.2972315784963000	94.6109567642977000	91.6859083842723000	92.5319484286347000
	Std	1.5827416781636900	26.4613831425879000	0.6889418213090850	18.7669517264536000	0.6689129178038900	0.9033073779152700	1.0801581870340000
	Best	90.1142082473923000	45.0054133586912000	93.1500974016147000	91.0295373630387000	93.960673344598000	90.1362850406780000	90.2628852415150000
	Runtime	13.10.457	44.217	308.501	282.150	1421.545	506.829	1771.860
	Mean	18611.314225480900000	-70.0486708747625000	-37.3272080740500000	400.32.40.208136310000	-447.8870804905020000	-394.5206365378250000	-437.1125728026770000
P62	Std	12.508786612631600000	63.745851824202700000	56.57370580232670000	56.57370580232670000	11.8934815470190000	128.6353404718180000	20.3416183654600000
	Best	45.683350373095200000	-460.0000000000000000	-448.1707421778360000	-434.3788220982740000	-458.6890294276810000	-460.0000000000000000	-459.1725213465200000
	Runtime	2381.974	34.857	232.916	202.941	1636.440	1277.975	1466.985

(continued on next page)

Table 8 (continued)

Problem	Statistics	PSO2011	CMAES	ABC	JDE	CLPSO	SADE	RSA
P63	Mean	-129.2373581503910000	-128.7850616923410000	-129.8348428775830000	-129.6254851450880000	-129.8382867796110000	-129.7129164862580000	-129.8981409848900000
	Std	0.5986210944493790	0.6157633658946230	0.0408016481905435	0.1054759371085400	0.0372256821835666	0.0877455656820023	0.068232848314248
	Best	-129.6861385936800000	-129.5105509483130000	-129.9859205058450000	-129.87117708300000	-129.87117708300000	-129.87117708300000	-129.9901230990300000
	Runtime	2183.218	25.496	205.194	186.347	1526.365	660.886	1064.114
	Mean	-298.2835926212850000	-295.1290938304830000	-296.339391084610000	-296.883973969750000	-297.5119726691150000	-297.8403738182600000	-297.5359077431460000
P64	Std	0.5587676271753680	0.1634039984609270	0.2251930667702880	0.4330673614598290	0.3440115280624180	0.4536801689807720	0.4085859316264900
	Best	-299.6022022972560000	-295.7382222729600000	-297.4639619544820000	-293.8411886375000000	-298.3030560759620000	-299.2417779907860000	-298.2869295150680000
	Runtime	257.138	32.084	262.533	334.888	1615.452	1289.814	1959.289
	Mean	417.4613663019860000	492.5045364088000000	120.0000000000000000	326.6601114362900000	131.3550392249760000	234.2689845349590000	120.0000000000000000
	Std	15.9215808771580000	15.7709657779580000	0.00000000000000188	174.6877238188330000	26.1407360548431000	150.7595974059750000	0.00000000000000000
P65	Best	120.0000000000000000	262.7619554120320000	120.0000000000000000	120.0000000000000000	120.0000000000000000	120.0000000000000000	120.0000000000000000
	Runtime	3156.336	239.823	2285.787	1834.967	3210.655	1932.016	2351.478
	Mean	221.4232628350220000	455.1156845945500000	258.8582688922670000	231.1806131539990000	231.5547154800990000	222.0256674919140000	234.4833804885800000
	Std	12.5402027482898000	254.3583511786970000	11.8823213189685000	13.5473809627640000	11.5441451076421000	6.1841489806660300	8.5091119100451100
	Best	181.5746616282570000	120.0000000000000000	235.6607399988900000	210.5827056498600000	214.7661703584830000	206.4520786020840000	219.6244910167680000
P66	Runtime	4242.280	202.808	2237.308	1824.388	8648.998	2970.950	8270.920
	Mean	217.3338617866620000	681.0349114021570000	265.0370119084380000	228.7309024901770000	240.3635189964930000	221.1801916743850000	228.7309024901770000
	Std	20.6685850568838000	448.0618274343640000	12.4033917090208000	12.3682776268310000	14.8435137485293000	5.9770068464690500	8.7086794471239900
	Best	120.0000000000000000	227.0782617790520000	241.3810089599350000	217.69716773160000	221.3817133141830000	209.2509748304710000	204.6479138174220000
	Runtime	828.697	197.497	2159.392	5873.112	4599.027	5938.879	8189.243
P68	Mean	68.9850326105730000	926.9488078829420000	513.8859977490448000	743.9859973770210000	892.4391527217660000	845.4506313493740000	587.573254221340000
	Std	275.8071370273340000	174.1027182659660000	31.0124861524005000	175.6497294240330000	79.4742224544971000	120.8505129523180000	29.0556329707140000
	Best	310.0000000000000000	310.0000000000000000	444.4692044973030000	310.0000000000000000	738.3764781625320000	310.0000000000000000	310.0000000000000000
	Runtime	3087.235	251.155	2445.259	1777.638	8398.690	3037.374	4554.102
	Mean	708.2979222913040000	983.1234139697050000	500.5478911040730000	776.5150806087790000	863.8826908090610000	809.7183195902260000	587.0511686191670000
P69	Std	296.2419561521300000	250.1848775931620000	31.2204804705539000	160.7307526692470000	96.1861898987194000	147.3158109824660000	236.1141037692630000
	Best	310.0000000000000000	310.0000000000000000	407.3155842366960000	363.8314566805740000	493.0504247996450000	310.0000000000000000	310.0000000000000000
	Runtime	5258.509	222.015	2341.791	1849.670	9908.479	3213.601	4764.968
	Mean	711.2970397614200000	876.9306118876899000	483.2984176460740000	761.2954767038960000	844.6391674419360000	810.5227124472170000	612.0966184834060000
	Std	258.3931705250832000	289.7296413284470000	99.3937674061610700	183.4084809631560000	113.684645710540000	104.7139423523340000	24.5599278421970000
F70	Best	310.0000000000000000	310.0000000000000000	155.504933137798000	66.914548684818000	489.074258597056000	310.0000000000000000	310.0000000000000000
	Runtime	4346.055	228.619	2250.917	1900.279	9988.261	2818.575	4946.132
	Mean	1171.8857079625100000	1258.1065536572400000	659.5351969346130000	950.3735119754180000	911.4640640991360000	990.8546718748010000	836.1411044582000000
	Std	311.00118592606010000	359.7388795365700000	58.5410511961986000	240.5568740769999000	238.3100026823000000	235.1014092849970000	128.9345190454740000
	Best	580.0000000000000000	660.0000000000000000	560.0001912324020000	660.0000000000000000	560.00012179584000	660.0000000000000000	560.0000000000000000
F71	Runtime	3012.883	241.541	2778.060	1573.484	10891.124	1769.459	2972.618
	Mean	1094.8305116977000000	-7.119E+49	915.4985110661163000	1113.7530908086060000	1075.5292326463690000	1094.6823697304900000	984.5106541514410000
	Std	123.3595763178800000	4.387E+50	244.1993331983530000	42.1171260003610000	166.93514523633000	87.9884400140656000	199.1563947691970000
	Best	660.0000000000000000	-133.9585340104890000	660.0000686777051000	1088.9543269392600000	660.0000000000002000	660.0000000000000000	660.0000000000000000
	Runtime	6363.267	290.334	2326.112	1730.723	9601.880	38541.48	10458.467
F72	Mean	1304.3661550124000000	1159.5080867973000000	603.2290165794410000	1167.9040484743800000	1070.4327462836400000	1105.2511774948600000	976.2273885425320000
	Std	262.1065863453340000	742.1211541632040000	320.6286903507609000	236.7235108248320000	20.0676662770430000	190.6172874229610000	160.1543461970300000
	Best	919.4683107913200000	-460.75045080231000	785.1725102979490000	785.1725102979490000	785.1725102979490000	919.4683107913240000	785.1725102979480000
	Runtime	2165.640	238.261	205.082	1580.607	7459.005	1901.540	428.110
	Mean	500.0000000000000000	653.3355378428050000	460.0000000000000000	510.0000000000000000	493.3333333333330000	490.0000000000000000	460.0000000000000000
F73	Std	108.7237710925280000	302.5312999719650000	0.0000000000016493	113.1747065368360000	137.2973951415090000	91.5385729888094000	0.00000000000000000
	Best	460.0000000000000000	460.0000000000000000	460.0000000000000000	460.0000000000000000	460.0000000000000000	460.0000000000000000	460.0000000000000000
	Runtime	1811.980	165.962	1698.121	3667.610	3016.959	1410.399	1795.637
	Mean	107.9038127876700000	140.1655327826340000	930.4564541414921000	1072.9924659809200000	1258.5157766524700000	1073.4695435628680000	1063.7363789707700000
	Std	127.9566489362040000	253.2428066220210000	87.9959072390179000	2.2606058314671500	241.4024057067689000	2.831416293917800	55.8479313799755000
F75	Best	1069.5511765775700000	1072.4973401423200000	862.4476004191700000	1068.55601264860000	871.8607788417605000	1069.8723890709000000	856.8214538442850000
	Runtime	4060.091	211.339	2951.018	5262.210	3410.902	3410.902	4280.901

Table 9

Determining the algorithm that statistically provides the best solution for each benchmark problem used in Test 2 by utilizing two-sided Wilcoxon Signed -Rank Test ($\alpha = 0.05$).

Problem	PSO vs. BSA				CMAES vs. BSA				ABC vs. BSA				JDE vs. BSA				CLPSO vs. BSA				SADE vs. BSA			
	p-value	T+	T-	winner	p-value	T+	T-	winner	p-value	T+	T-	winner	p-value	T+	T-	winner	p-value	T+	T-	winner	p-value	T+	T-	winner
F51	1.00E+00	0	0	=	1.00E+00	0	0	=	1.00E+00	0	0	=	1.00E+00	0	0	=	1.00E+00	0	0	=	1.00E+00	0	0	=
F52	1.00E+00	0	0	=	1.00E+00	0	0	=	1.72E-06	0	465	+	1.00E+00	0	1	=	1.73E-06	0	465	+	1.00E+00	0	0	=
F53	1.73E-06	0	465	+	2.56E-06	435	0	-	1.73E-06	0	465	+	9.10E-01	227	238	=	1.73E-06	0	465	+	1.73E-06	0	465	+
F54	1.00E+00	0	1	=	4.01E-05	0	253	+	1.73E-06	0	465	+	3.91E-03	0	45	+	1.73E-06	0	465	+	1.00E+00	0	0	=
F55	6.10E-05	120	0	-	6.10E-05	120	0	-	1.73E-06	0	465	+	5.21E-02	36	117	=	1.73E-06	0	465	+	4.99E-01	100.5	70.5	=
F56	1.96E-05	25	440	+	1.25E-01	3	12	=	2.60E-05	28	437	+	4.88E-04	81	10	-	1.73E-06	0	465	+	5.00E-01	2	4	=
F57	1.73E-06	0	465	+	9.77E-04	0	66	+	1.00E+00	0	0	=	3.91E-03	0	45	+	1.00E+00	0	0	=	1.00E+00	1	0	=
F58	3.82E-01	190	275	=	8.73E-03	360	105	-	2.22E-04	53	412	+	1.73E-06	0	465	+	3.11E-05	435	30	-	1.40E-02	113	352	+
F59	1.73E-06	0	465	+	1.73E-06	0	465	+	1.00E+00	0	0	=	1.25E-01	0	10	=	6.10E-05	0	120	+	1.00E+00	0	1	=
F60	3.72E-05	433	32	-	1.84E-02	108.5	326.5	+	2.60E-06	4	461	+	6.36E-01	255.5	209.5	=	3.38E-03	375	90	-	1.78E-04	367.5	38.5	-
F61	8.29E-01	222	243	=	5.29E-04	64	401	+	1.73E-06	0	465	+	4.28E-02	134	331	+	2.88E-06	5	460	+	2.07E-02	345	120	=
F62	1.73E-06	0	465	+	5.30E-01	202	263	=	1.73E-06	0	465	+	1.92E-06	1	464	+	3.85E-03	373	92	-	7.04E-01	214	251	=
F63	1.73E-06	0	465	+	1.73E-06	0	465	+	6.64E-04	67	398	+	1.73E-06	0	465	+	1.20E-03	75	390	+	2.60E-06	4	461	+
F64	6.89E-05	426	39	-	1.73E-06	0	465	+	5.75E-06	12	453	+	2.73E-05	27	438	+	8.77E-01	225	240	=	1.25E-02	354	111	-
F65	2.50E-06	0	435	+	1.69E-06	0	465	+	4.88E-04	0	78	+	2.28E-06	0	435	+	6.25E-02	0	15	=	8.73E-05	0	210	+
F66	4.53E-04	403	62	-	1.25E-04	46	419	+	3.18E-06	6	459	+	1.78E-01	298	167	=	1.36E-01	305	160	=	1.13E-05	446	19	-
F67	5.71E-04	400	65	=	2.88E-06	5	460	+	1.73E-06	0	465	+	5.17E-01	201	264	=	1.04E-03	73	392	+	7.71E-04	396	69	=
F68	9.11E-02	109	242	=	7.25E-05	34	401	+	2.07E-02	345	120	-	7.62E-03	78	300	+	3.88E-06	8	457	+	2.04E-04	16	260	+
F69	2.13E-02	111	324	+	6.59E-04	60	375	+	3.16E-02	337	128	-	1.28E-03	55	323	+	1.97E-05	25	440	+	1.20E-03	37	263	+
F70	6.45E-02	132	303	+	1.00E-03	58.5	347.5	+	6.83E-03	364	101	-	3.30E-03	74	332	+	2.60E-05	28	437	+	3.57E-03	23	167	+
F71	2.93E-04	44	362	+	1.43E-05	12.5	393.5	+	5.31E-05	429	36	-	1.50E-02	65	235	+	9.37E-02	140	295	=	3.93E-03	49.5	250.5	+
F72	3.62E-03	83	352	+	1.75E-02	117	348	+	6.00E-01	207	258	=	5.75E-06	12	453	+	1.11E-03	74	391	+	7.86E-02	147	318	=
F73	3.10E-05	30	435	+	3.00E-02	127	338	+	1.54E-05	442	23	-	5.29E-04	64	401	+	2.41E-02	104	302	+	2.39E-03	85	380	+
F74	1.25E-01	0	10	=	4.88E-04	0	78	+	6.33E-05	0	136	+	6.25E-02	0	15	=	2.50E-01	0	6	=	2.50E-01	0	6	=
F75	2.18E-02	344	121	-	2.05E-04	52	413	+	3.32E-04	407	58	-	5.29E-04	401	64	-	8.19E-05	41	424	+	3.38E-03	375	90	-
+/-	11/8/6				18/4/3				15/4/6				14/9/2				15/7/3				9/10/6			

Table 10

Basic statistics of the 30-solutions obtained by PSO, CMAES, ABC, JDE, CLPSO, SADE and BSA in Test 3 (Mean: mean-solution, Std: standard-deviation of mean-solution, Best: the best-solution, and Runtime: mean-runtime in seconds.)

Problem	Statistics	PSO2011	CMAES	ABC	JDE	CLPSO	SADE	BSA
F76	Mean	-13.2203755617559000	-21.3171999570171000	-17.5170916858141000	-21.5430772832813000	-19.9209205768060000	-21.5379609140015000	-21.6111376389414000
	Std	0.5798709816552560	1.5463989317857500	1.0248612171337800	0.4455309716616480	1.6154416249189800	0.2422824984227170	0.176208436112900
	Best	-14.4896840113398000	-21.8393554367690000	-19.4515843592484000	-21.8423582185690000	-21.3868251574175000	-21.8329482804784000	-21.8421583397469000
	Runtime	4129.778	5186.541	1542.859	2790.687	8448.335	5580.867	9171.871
F77	Mean	1.2784214305863400	0.7679943173132820	1.2084563403548400	0.7759733575203070	1.0109674682943700	0.6769744602128100	0.7475683099370200
	Std	0.2102758274100530	0.1467390614120050	0.1392680583116830	0.1663392331433730	0.1034903310851030	0.1590872901679670	0.1423974717303640
	Best	0.8957307058619430	0.5022449332178230	0.8706253318213730	0.5508361284548580	0.7849828809480960	0.5000000000000000	0.5000000000000000
	Runtime	601.297	419.529	120.789	399.582	493.750	590.092	520.584
F78	Mean	11.7951855564855000	22.6218132365045000	2.9898268828962900	7.0123888014188600	2.6037989610653200	1.4852730354889200	0.2805362483968100
	Std	4.7316108830775200	5.4861306841905700	4.5109093696318400	6.4577455248267800	4.8708666906638500	3.8776382320194000	1.5365603144480500
	Best	0.0000000000000000	8.4160874519043000	0.0059934075469223	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000	0.0000000000000000
	Runtime	146.615	17.797	40.992	9.098	197.590	15.556	23.169

Table 11

Determining the algorithm that statistically provides the best solution for each benchmark problem used in Test 3 by utilizing two-sided Wilcoxon Signed -Rank Test ($\alpha = 0.05$).

Problem	PSO vs. BSA				CMAES vs. BSA				ABC vs. BSA				JDE vs. BSA				CLPSO vs. BSA				SADE vs. BSA			
	p-value	T+	T-	winner	p-value	T+	T-	winner	p-value	T+	T-	winner	p-value	T+	T-	winner	p-value	T+	T-	winner	p-value	T+	T-	winner
F76	1.73E-06	0	465	+	0.490798	199	266	=	1.73E-06	0	465	+	0.797098	220	245	=	1.73E-06	0	465	+	0.093676	151	314	=
F77	1.73E-06	0	465	+	0.893644	239	226	=	1.73E-06	0	465	+	0.614315	208	257	=	5.75E-06	12	453	+	0.115608	309	156	=
F78	2.56E-06	0	435	+	1.73E-06	0	465	+	1.64E-05	23	442	+	0.000292	0	153	+	0.002282	9	127	+	0.125	1	14	=
+/-	3/0/0				1/2/0				3/0/0				1/2/0				3/0/0				0/3/0			

Table 12

Multi-problem based statistical pairwise comparison of comparison algorithms and BSA. ($\alpha = 0.05$).

Algorithm vs. BSA	p-Value	T+	T-	Winner
PSO vs. BSA	4.406E-07	145	1286	BSA
CMAES vs. BSA	4.081E-10	150	2196	BSA
ABC vs. BSA	2.007E-02	415	911	BSA
JDE vs. BSA	5.526E-08	121.5	1418.5	BSA
CLPSO vs. BSA	1.320E-07	186	1584	BSA
SADE vs. BSA	2.607E-04	194	841	BSA

3.6. Aritmetik hassasiyet

Çok sayıda modern yazılım geliştirme aracının aritmetik hassasiyet seviyesi çift hassasiyet modunda 10 üzeri -16'dır. Gerektiğinden daha büyük olan aritmetik kesinlik değeri, algoritmaların yerel arama yeteneklerini karşılaştırmayı zorlaştırır. Bu nedenle, bu makaledeki istatistiksel testler için kullanılan aritmetik kesinlik değeri, birçok pratik uygulamada ihtiyaç duyulan kesinlik seviyesini karşılamak için 10 üzeri -16 idi.

3.7. Testlerin istatistiksel sonuçları

Tablo 6, Test 1'de elde edilen sonuçlar için ortalama çalışma zamanlarını ve basit istatistiksel değerleri göstermektedir. Tablo 7, Wilcoxon İmzalı Sıralama Testi'ne dayanarak Test 1'deki diğer algoritmalara kıyasla istatistiksel olarak daha iyi çözümler elde eden algoritmaları listelemektedir.

Tablo 8, Test 2'de elde edilen sonuçlar için ortalama çalışma zamanlarını ve basit istatistiksel değerleri göstermektedir. Tablo 9, Wilcoxon İmzalı Sıralama Testi'ne dayanarak Test 2'deki diğer algoritmalara kıyasla istatistiksel olarak daha iyi çözümler sağlayan algoritmaları listelemektedir.

Tablo 10, Test 3'te elde edilen sonuçlar için ortalama çalışma sürelerini ve basit istatistiksel değerleri göstermektedir. Tablo 11, Wilcoxon İmzalı Sıralama Testi'ne dayanarak Test 3'teki diğer algoritmalara kıyasla istatistiksel olarak daha iyi çözümler sağlayan algoritmaları listelemektedir.

Tablo 12, 30 BSA çalışmasıyla elde edilen küresel minimum değerlerin ortalamalarını ve Test 1 ve 2'deki kıyaslama sorunlarını çözmek için karşılaştırma algoritmalarını kullanarak çok probleme dayalı çiftli istatistiksel karşılaştırma sonuçlarını göstermektedir. Bu sonuçlar BSA'nın istatistiksel olarak daha fazla olduğunu göstermektedir istatistiksel anlamlılık değeri $\alpha = 0.05$ olan tüm karşılaştırma algoritmalarından daha başarılıdır.

Yapılan testlerden elde edilen sonuçların incelenmesi, BSA'nın sayısal optimizasyon problemlerini çözmedeki başarısının genellikle problem boyutuna veya problem tipine aşırı duyarlı olmadığını ortaya koymaktadır.

Tablo 7,9 ve 11'de, '+', sıfır hipotezinin reddedildiği ve BSA'nın% 95 anlamlılık düzeyinde probleme dayalı istatistiksel karşılaştırma testlerinde istatistiksel olarak üstün bir performans sergilediği durumları göstermektedir ($\alpha = 0.05$); "-", sıfır hipotezinin reddedildiği ve BSA'nın daha düşük bir performans sergilediği durumları belirtir; ve '=', iki algoritmanın sorunları çözmedeki başarısı arasında istatistiksel bir fark bulunmayan durumları belirtir. Tablo 7,9 ve 11'in son satırları, ikili karşılaştırmada (signific + ', '= 'veya' - 'ile işaretlenmiş) üç istatistiksel anlamlı durum için (+ / = / -) biçimindeki toplam sayıları gösterir.

(+ / = / -) değerleri incelendiğinde, BSA'nın Test 1 ve 2'de kullanılan problemleri çözmede diğer tüm karşılaştırma algoritmalarından istatistiksel olarak daha başarılı olduğu söylenebilir. (+ / = / -) Test 3 değerleri incelenmiştir, ancak BSA ve SADE'nin başarıları istatistiksel olarak aynı olsa da, BSA diğer karşılaştırma algoritmalarından istatistiksel olarak daha iyi çözümler sağlamıştır.

4. Sonuçlar

Bu makale, yeni bir evrimsel hesaplama tabanlı küresel arama algoritması olan BSA'yı tanıttı. BSA'nın algoritmik yapısı, daha iyi kondisyon değerlerine sahip çözümler ararken geçmişte belirli bir sorun için bulunduğu çözümleri kullanarak önceki nesil popülasyonlardan faydalanmasını sağlar. BSA'nın biyo-ilham alan felsefesi, daha önce beslenme elde etmek için verimli bulunan avlanma alanlarına rastgele bir aralıkta sosyal bir canlı grubunun dönüşüyle benzerdir.

Bu makale, 78 tamamen farklı kıyaslama problemi kullanarak BSA'nın sayısal optimizasyon problemlerini çözmedeki başarısını incelemek için üç test sundu. BSA'nın sayısal optimizasyon problemlerini çözmedeki başarısı, Wilcoxon İmzalı Sıralama Testi kullanılarak literatürde yaygın olarak kullanılan birkaç EA ile karşılaştırıldı.

BSA'nın gerçek dünya sorunlarını çözmedeki başarısı, BSA ve karşılaştırma algoritmaları tarafından çözülen üç kısıtlı kıyaslama sorunu (Anten, Radar ve FM) ile ayrıntılı olarak incelenmiştir. Sonuçlar BSA'nın problem çözmede genellikle karşılaştırma algoritmalarından daha başarılı olduğunu göstermektedir. Anten, Radar ve FM sorunları için BSA, ABC, JDE, CMAES, CLPSO ve PSO2011'den istatistiksel olarak daha iyi çözümler elde etti. Benzer şekilde BSA, Test 1'deki klasik problemlerin çözümünde tüm karşılaştırma algoritmalarından istatistiksel olarak daha başarılıydı. Test 1'deki Test 1'de kullanılan kıyaslama problemlerinden nispeten daha karmaşık olan CEC2005 karşılaştırma problemlerini çözerken BSA çok daha fazlasını elde etti. karşılaştırma algoritmalarından daha başarılı sonuçlar. Ayrıca, testlerden elde edilen verilerin incelenmesi BSA'nın genellikle karşılaştırma algoritmalarının çoğundan daha hızlı olduğunu göstermektedir. Bu makalede ele alınan ayrıntılı testler, BSA'nın gerçek değerli sayısal optimizasyon problemlerini çözmede istatistiksel olarak başarılı olduğunu göstermektedir.

BSA'nın karşılaştırma algoritmalarına göre daha büyük başarısından sorumlu faktörler şunlardır:

- BSA'nın mutasyon ve çaprazlama operatörleri her nesilde çok verimli deneme popülasyonları üretir.
- BSA'nın arama yönünün genliğini kontrol eden F parametresi için üretim stratejisi, hem küresel bir arama için gerekli sayısal olarak büyük genlik değerlerini hem de yerel bir arama için gerekli olan küçük genlik değerlerini çok dengeli ve verimli bir şekilde üretebilir. Bu BSA'nın problem çözme yeteneğini açıkça arttırmaktadır.

- BSA'nın arama yönü matrisinin hesaplanması için kullandığı geçmiş nüfus (oldP), rastgele seçilen bir önceki nesle aittir. Bu nedenle, daha gelişmiş nesillerdeki kullanılan tarihsel popülasyonlar, yaşlı nesillerdeki kullanılan tarihsel popülasyonlara göre daha verimli bireyleri içerir. Bu BSA'nın daha verimli deneme bireyleri oluşturmaya kolaylaştırır.
- BSA'nın geçiş stratejisi, her nesilde yeni deneme bireylerinin oluşturulmasını sağlayan tek tip ve karmaşık bir yapıya sahiptir. Bu çaprazlama stratejisi BSA'nın problem çözme yeteneğini geliştirir.
- BSA'nın sınır kontrol mekanizması, gelişmiş nesillerde bile verimli aramalar sağlayan nüfus çeşitliliğini sağlamada çok etkilidir.

Test 1'de elde edilen çözeltiler (bakınız Tablo 7) için probleme dayalı ikili istatistiksel karşılaştırmalar, BSA'nın karşılaştırma algoritmalarından daha fazla sayıda karşılaştırma problemini çözebileceğini ve istatistiksel olarak daha iyi sonuçlar elde edebileceğini göstermektedir. Test 1'de BSA, PSO ile karşılaştırıldığında 22 problem, CMAES ile karşılaştırıldığında 28 problem, ABC ile karşılaştırıldığında 31 problem, JDE ile karşılaştırıldığında 16 problem, CLPSO ile karşılaştırıldığında 26 problem ve SADE ile karşılaştırıldığında 10 problem çözmede daha başarılı olmuştur. Genel olarak, BSA'nın problem çözme başarısı, Test 1'de kullanılan kıyaslama problemlerinin boyutlarına veya tiplerine (multimodal, ayrılabilir / ayrılabilir veya unimodal) duyarlılık göstermedi. Test 1'de, sonraki en başarılı algoritma BSA SADE'di.

Test 2'de elde edilen çözeltiler için probleme dayalı ikili istatistiksel karşılaştırmalar (bkz. Tablo 9), problem çözme başarısı açısından BSA'ya en yakın algoritmaların JDE, CLPSO, CMAES, SADE, ABC ve PSO sırasıyla olduğunu göstermektedir. BSA, JDE ile karşılaştırıldığında 23 sorunun, CLPSO ve CMAES ile karşılaştırıldığında 22 sorunun ve SADE, ABC ve PSO ile karşılaştırıldığında 19 sorunun çözülmesinde istatistiksel olarak daha iyi veya istatistiksel olarak aynı sonuçları elde etmiştir. Öte yandan, SADE, ABC ve PSO, altı kıyaslama probleminin çözümünde BSA'dan sadece istatistiksel olarak daha iyi sonuçlar, üç problemin çözümünde CLPSO ve CMAES ve iki problemin çözümünde JDE'den daha iyi sonuçlar elde etti. Tablo 9'daki istatistiksel analiz sonuçları, BSA'nın problem çözme başarısının Test 2'de kullanılan kıyaslama probleminin türüne önemli ölçüde duyarlı olmadığını göstermektedir. Ayrıca BSA, Test 2'de daha fazla kıyaslama problemini diğerine göre istatistiksel olarak daha iyi sonuçlarla çözmeyi başardı. algoritmaları.

BSA ve diğer algoritmaların çok probleme dayalı ikili istatistiksel karşılaştırması için, Test 1 ve 2'de elde edilen çözeltilerin ortalama değerleri kullanıldı. Tablo 12, bu karşılaştırmada elde edilen p-değerini ve T + ve T-değerlerini göstermektedir. $A = 0.05$ olduğunda bu değerlerin analizi, BSA'nın tüm karşılaştırma algoritmalarından istatistiksel olarak daha başarılı olduğunu gösterir.