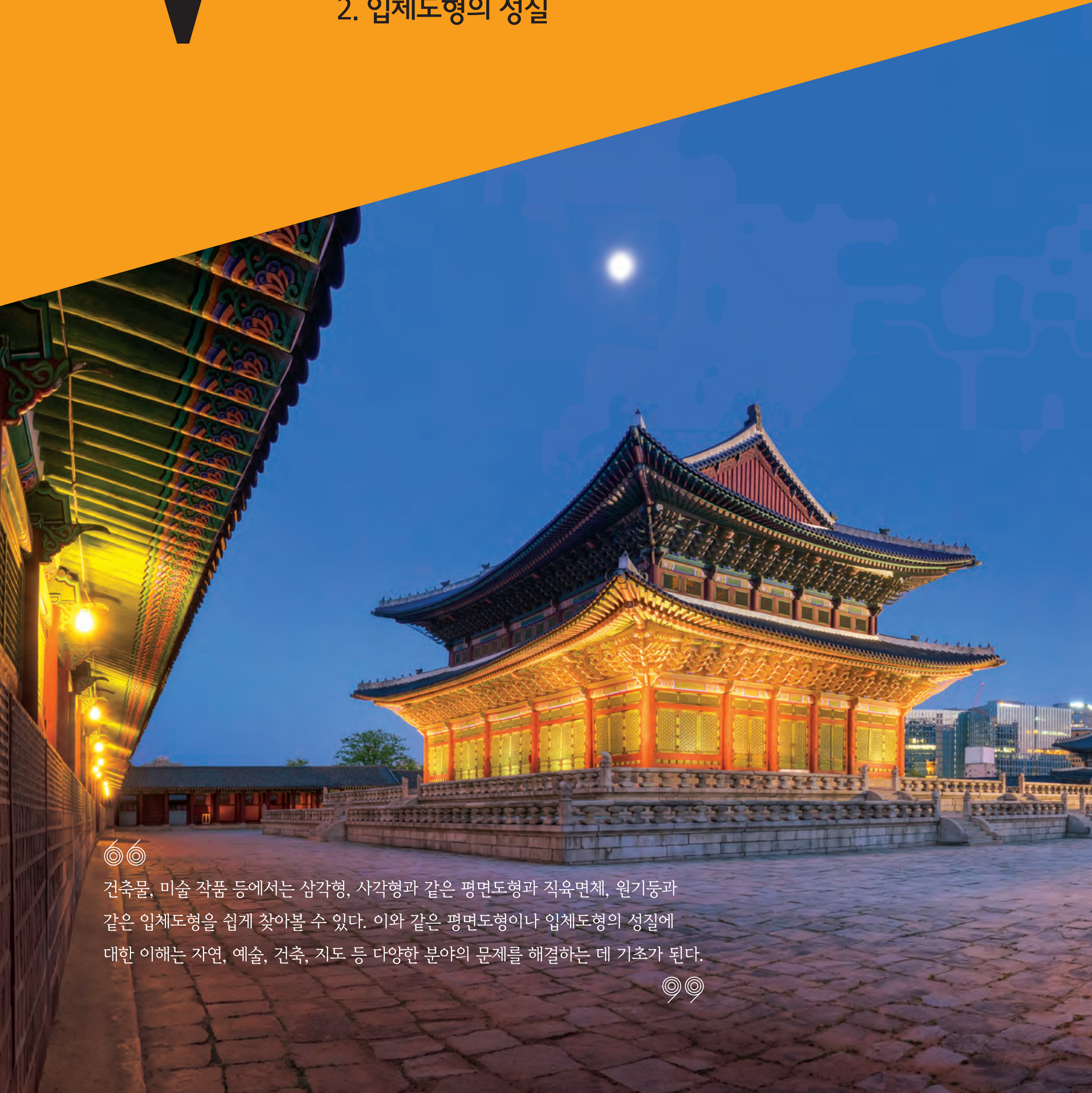
V 평면도형과 입체도형

1. 평면도형의 성질

2. 입체도형의 성질



건축물, 미술 작품 등에서는 삼각형, 사각형과 같은 평면도형과 직육면체, 원기둥과 같은 입체도형을 쉽게 찾아볼 수 있다. 이와 같은 평면도형이나 입체도형의 성질에 대한 이해는 자연, 예술, 건축, 지도 등 다양한 분야의 문제를 해결하는 데 기초가 된다.

배운 내용

- 다각형, 평면도형의 둘레와 넓이, 원주율과 원의 넓이, 직육면체와 정육면체, 각기둥과 각뿔, 원기둥과 원뿔, 입체도형의 겉넓이와 부피 (초등)

이 단원에서는

Ⅴ-1 **다각형**
원과 부채꼴

Ⅴ-2 **다면체**
회전체
입체도형의 겉넓이
입체도형의 부피

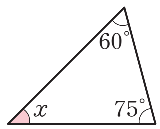
배울 내용

- 피타고라스 정리(중2)
- 삼각비, 원의 성질(중3)

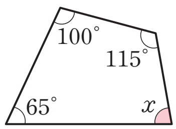
| 준비 학습 |

1 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오. 초등

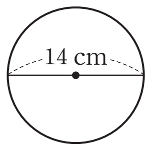
(1)



(2)



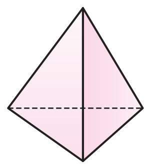
2 오른쪽 그림과 같은 원의 둘레의 길이와 넓이를 각각 구하시오. $\left(\text{단, 원주율은 } \frac{22}{7}\text{로 계산한다.}\right)$ 초등



3 오른쪽 각뿔에서 다음을 구하시오. 초등

(1) 밑면의 모양과 그 개수

(2) 옆면의 모양과 그 개수



대단원 포트폴리오

이 단원을 학습하면서 다음 중에서 하나를 선택하여 작성해 보자.

- ☐ 수학 독후감
- ☐ 수학 글짓기
- ☐ 수학 신문
- ☐ 수학 만화
- ☐ 수학 마인드맵
- ☐ 수학 일기

● 포트폴리오 예시와 길잡이 ▶ 264쪽

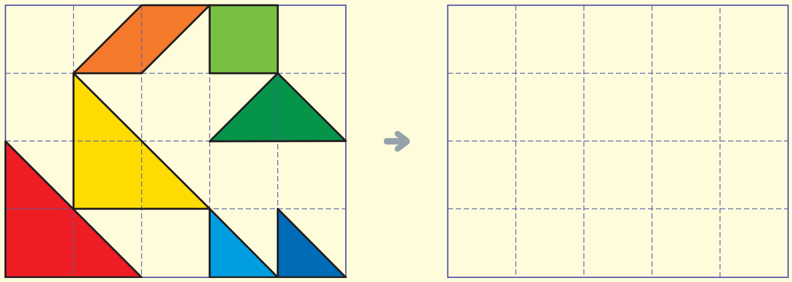
1 평면도형의 성질

수학 + 놀이

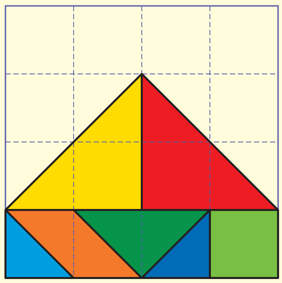
칠교놀이는 정사각형 모양의 판을 잘라 만든 7개의 조각을 이용하여 다양한 모양을 만드는 놀이이다. 고대 중국에서 전해 내려오는 것으로 알려진 이 놀이는 서양에 전파되어 큰 인기를 끌었다. 수천 개의 다양한 모양을 만들 수 있다고 알려진 칠교놀이에서 우리는 각의 크기, 합동 등과 같은 도형의 여러 성질들을 보다 구체적이고 재미있게 탐구해 볼 수 있다.

단원 활동 칠교판으로 만든 다각형에서 각의 크기의 합을 알아보자.

활동 1 다음 칠교판으로 여러 사각형을 만들고 사각형에서 각의 크기의 합을 말해 보자.



활동 2 칠교판으로 다음 그림과 같은 오각형을 만들었을 때, 오각형에서 각의 크기의 합을 말해 보자.



위의 활동으로 **알게 된 것**과 **나의 학습 계획**을 적어 보자.

알게 된 것

▶ 사각형에서 각의 크기의 합이 일정함을 알 수 있다. 예 ☐ 아니요 ☐

▶ 오각형에서 각의 크기의 합을 알 수 있다. 예 ☐ 아니요 ☐

학습할 내용 ▶ 다각형 ▶ 원과 부채꼴

학습 계획

학습 계획안 예시

- 예습과 복습을 열심히 하겠다.
- 수업 시간에 집중하겠다.
- 수학에 대한 자신감을 키우겠다.
- 모둠 활동에 적극적으로 참여하겠다.

01 다각형

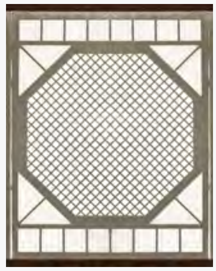
• 다각형의 성질을 이해한다.

다각형의 내각과 외각은 무엇일까?

개 념 열 기

부용정
창덕궁 후원에 있는 연못인 부용지에 지은 정자로 '부용'은 '연꽃'을 뜻한다.

오른쪽 그림은 창덕궁 부용정의 내부 미닫이문이다. 이 문에서 찾을 수 있는 도형을 말하시오.

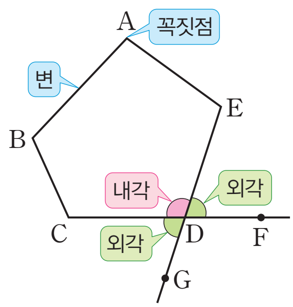


여러 개의 선분으로 둘러싸인 평면도형을 다각형이라고 한다. 이때 선분이 3개, 4개, ⋯, n개인 다각형을 각각 삼각형, 사각형, ⋯, n각형이라 하고 각 선분을 다각형의 변, 변과 변이 만나는 점을 다각형의 꼭짓점이라고 한다.

다각형의 이웃하는 두 변으로 이루어진 각 중에서 안쪽에 있는 각을 다각형의 **내각**이라고 한다.

또 다각형의 각 꼭짓점에 이웃하는 두 변 중에서 한 변과 다른 한 변의 연장선이 이루는 각을 그 내각에 대한 **외각**이라고 한다.

예를 들어 오른쪽 오각형의 변 CD, ED의 연장선 위에 각각 점 F, G를 잡을 때, $\angle$D는 내각이고 $\angle$CDG와 $\angle$EDF는 $\angle$D의 외각이다.



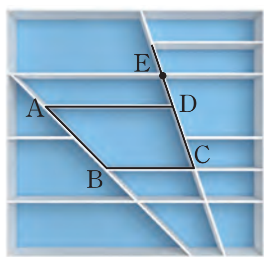
내각과 그 내각에 대한 외각의 크기의 합은 180°이다.

다각형에서 한 내각에 대한 외각은 2개 있지만 그 크기가 같으므로 한 각만 생각한다.

문제 01 오른쪽 책꽂이의 사각형 ABCD에서 다음을 기호로 나타내시오.

(1) 변 AB와 변 BC로 이루어진 내각

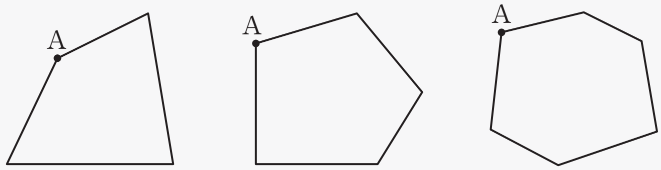
(2) $\angle$D의 외각



다각형의 대각선의 개수는 어떻게 구할까?

개 념 열 기

다음 그림의 사각형, 오각형, 육각형에 대한 물음에 답하시오.



1 각 다각형의 꼭짓점 A에서 그을 수 있는 대각선을 모두 그리시오.

2 표의 빈칸을 알맞게 채우시오.

	사각형	오각형	육각형	⋯	n각형
꼭짓점의 개수	4			⋯	
한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수	1			⋯	
(꼭짓점의 개수)-3	1			⋯	

초등 에서 배웠어요!

다각형의 한 꼭짓점에서 이와 이웃하지 않는 다른 한 꼭짓점을 이은 선분을 대각선이라고 한다.

위의 개념 열기에서 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 (꼭짓점의 개수)-3임을 알 수 있다.

일반적으로 n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선은 꼭짓점 자신과 그와 이웃하는 두 꼭짓점을 제외한 $(n-3)$개이므로 n각형에서 그을 수 있는 대각선은 모두 $n(n-3)$개이다. 이때 각 대각선은 두 번씩 중복하여 세었으므로 대각선의 개수는 $n(n-3)$을 2로 나눈 $\dfrac{n(n-3)}{2}$개이다.

꼭짓점의 개수

한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수

$$\frac{n \times (n-3)}{2}$$

한 대각선을 중복하여 센 횟수

이상을 정리하면 다음과 같다.

n각형의 대각선의 개수

n각형의 대각선의 개수는 $\dfrac{n(n-3)}{2}$개이다.

문제 02

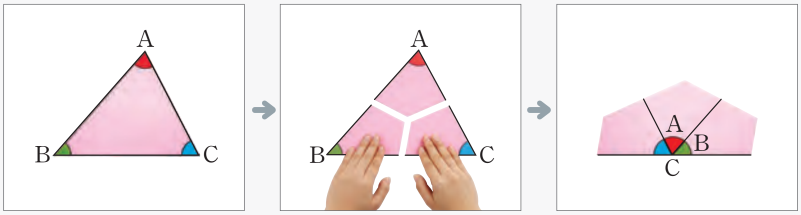
다음 다각형의 대각선의 개수를 구하시오.

(1) 구각형 (2) 십각형

삼각형의 내각과 외각에는 어떤 성질이 있을까?

개 념 열 기

다음은 삼각형 ABC를 오려서 세 내각을 꼭짓점 C에 모으는 활동이다. 빈칸에 알맞은 것을 쓰시오.



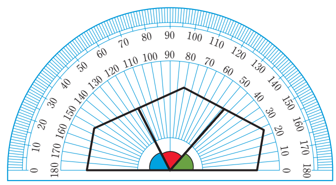
1 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 ☐이다.

2 $\angle$C의 외각의 크기는 $\angle$A+☐와 같다.

위의 개념 열기에서 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°임을 알 수 있다.

한편 $\angle$C의 외각의 크기는 $\angle A+\angle B$와 같으므로 $\angle A+\angle B=180^\circ-\angle C$이다.

즉, 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.



일반적으로 삼각형의 내각과 외각에 대한 성질은 다음과 같다.

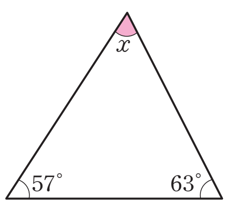
삼각형의 내각과 외각

❶ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이다.

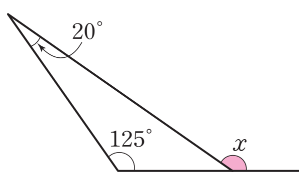
❷ 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

문제 03 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.

(1)



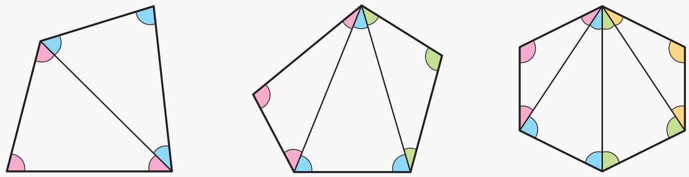
(2)



다각형에서 내각의 크기의 합은 어떻게 구할까?

개 념 열 기

다음 그림은 다각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그어 여러 개의 삼각형으로 나눈 것이다. 표의 빈칸을 알맞게 채우시오.



	사각형	오각형	육각형	$\cdots$	n각형
삼각형의 개수	2			$\cdots$	
내각의 크기의 합	$180^\circ \times 2$			$\cdots$	

위의 개념 열기에서 오각형, 육각형은 각각 3개, 4개의 삼각형으로 나뉘므로 그 내각의 크기의 합은 각각

$$180^\circ \times 3 = 540^\circ, \quad 180^\circ \times 4 = 720^\circ$$

이다.

일반적으로 n각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그으면 $(n-2)$개의 삼각형으로 나뉘므로 n각형에서 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (n-2)$이다.

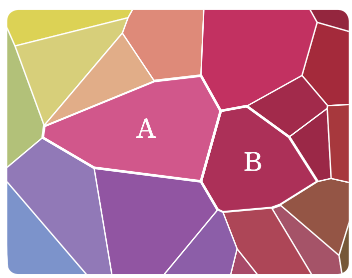
이상을 정리하면 다음과 같다.

n각형에서 내각의 크기의 합

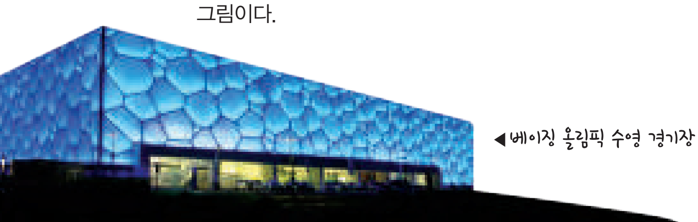
n각형에서 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (n-2)$이다.

문제 04

오른쪽 그림은 건축 디자인, 도시 설계 등에 활용되는 보로노이 다이어그램(Voronoi diagram)의 일부이다. 이 그림에서 다각형 A, B의 내각의 크기의 합을 각각 구하시오.



보로노이 다이어그램은 수학적인 원리에 따라 평면을 여러 모양의 다각형으로 나누는 과정에서 나타나는 그림이다.



◀베이징 올림픽 수영 경기장

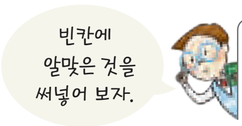
정다각형에서 한 내각의 크기를 알아보자.

초등 에서 배웠어요!
모든 변의 길이가 같고, 모든 내각의 크기가 같은 다각형을 정다각형이라고 한다.

정다각형은 그 내각의 크기가 모두 같으므로 정다각형에서 한 내각의 크기는 내각의 크기의 합을 꼭짓점의 개수로 나눈 것과 같다.

즉, 정n각형에서 한 내각의 크기는 다음과 같다.

$$(\text{정}n\text{각형에서 한 내각의 크기})=\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}$$



스스로 확인하기

정육각형에서 한 내각의 크기는 $\dfrac{180^\circ\times(\square-2)}{6}=\square$이다.

문제 05 다음 정다각형에서 한 내각의 크기를 구하시오.

(1) 정오각형 (2) 정팔각형 (3) 정십이각형

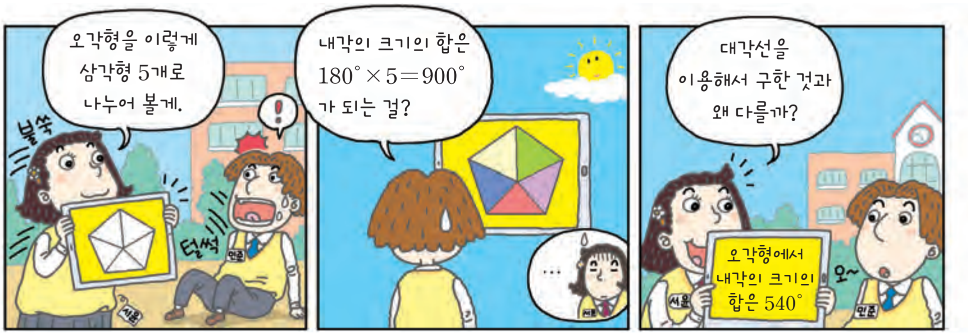
추론 | 의사소통

수학 역량 기르기

추론하고 설명할 때는

- 관찰과 추측으로 수학적 사실을 이끌어 낸다.
- 자신의 의견을 논리적으로 조리 있게 설명한다.

다음은 오각형에서 내각의 크기의 합에 대한 서윤이와 민준이의 대화이다.



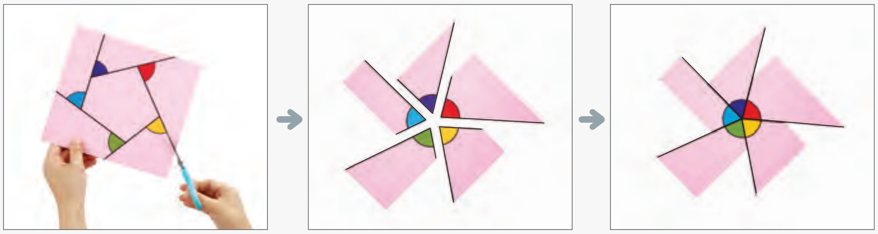
1 민준이의 말에서 잘못된 부분을 말하고, 그 이유를 설명하시오.

2 오각형을 다른 방법으로 나누어 내각의 크기의 합을 구하고, 그 방법을 설명하시오.

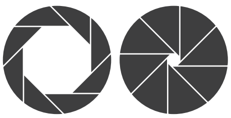
다각형에서 외각의 크기의 합은 얼마일까?

개 념 열 기

다음은 오각형의 외각을 오려서 한 점에 모으는 활동이다.



위의 활동에서 외각의 크기의 합을 말하시오.



사진기의 조리개가 닫히는 모양을 보면 다각형에서 외각의 크기의 합은 360°임을 알 수 있다.

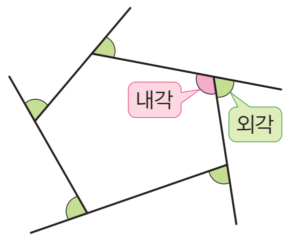
위의 개념 열기에서 오각형의 외각을 한 꼭짓점에 모으면 그 크기의 합은 360°임을 알 수 있다.

이 사실을 오각형에서 내각의 크기의 합을 이용하여 확인해 보자.

한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 180°이므로

$$\begin{aligned}&(\text{내각의 크기의 합})+(\text{외각의 크기의 합})\\&=180^\circ\times5=900^\circ\end{aligned}$$

이다.



그런데 오각형에서 내각의 크기의 합은

$$180^\circ\times(5-2)=540^\circ$$

이므로

$$\begin{aligned}(\text{외각의 크기의 합})&=900^\circ-(\text{내각의 크기의 합})\\&=900^\circ-540^\circ=360^\circ\end{aligned}$$

이다.

일반적으로 n각형에서 외각의 크기의 합은 360°로 일정하다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

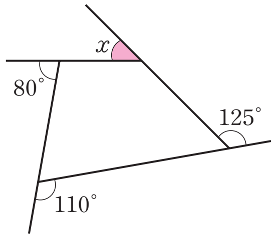
다각형에서 외각의 크기의 합은 변의 개수와 관계없이 360°이다.

n각형에서 외각의 크기의 합

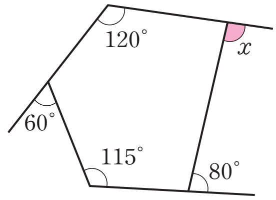
n각형에서 외각의 크기의 합은 360°이다.

문제 06 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.

(1)



(2)



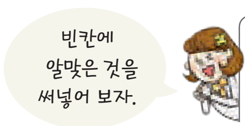
정다각형에서 한 외각의 크기를 알아보자.

정다각형에서 내각의 크기는 모두 같으므로 외각의 크기도 모두 같다.

따라서 정다각형에서 한 외각의 크기는 외각의 크기의 합을 꼭짓점의 개수로 나눈 것과 같다.

즉, 정n각형에서 한 외각의 크기는 다음과 같다.

$$(\text{정}n\text{각형에서 한 외각의 크기})=\frac{360^\circ}{n}$$



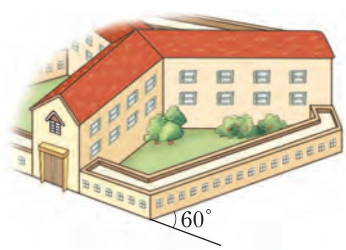
스스로 확인하기

정오각형에서 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{\square}=\square$이다.

문제 07 다음 정다각형에서 한 외각의 크기를 구하시오.

(1) 정팔각형 (2) 정구각형 (3) 정십각형

문제 08 오른쪽 그림은 어느 건물의 일부분이다. 이 건물은 각 바깥벽의 연장선이 이웃한 바깥벽과 이루는 각의 크기가 모두 60°라고 한다. 바깥벽의 길이가 모두 같을 때, 바깥벽이 이루는 모양은 어떤 다각형인지 구하시오.



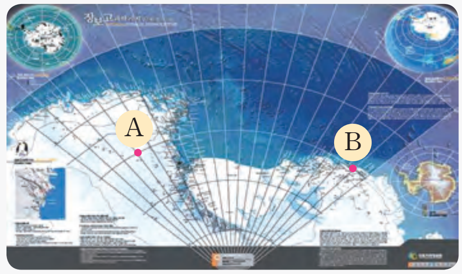
02 원과 부채꼴

•부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이해하고, 이를 이용하여 부채꼴의 넓이와 호의 길이를 구할 수 있다.

부채꼴은 무엇일까?

개 념 열 기

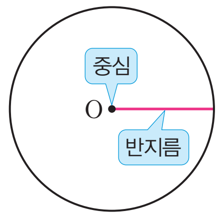
오른쪽 그림은 남극 부근 지도이다. 이 지도에서 곡선은 위도선을, 직선은 경도선을 나타낼 때, 점 A에서 점 B를 잇는 위도선을 그리시오.



(출처: 국토지리정보원, 2013)

평면 위의 한 점 O에서 일정한 거리에 있는 모든 점으로 이루어진 도형을 원이라 하고, 이것을 원 O로 나타낸다.

이때 점 O는 원의 중심이고, 중심에서 원 위의 한 점을 이은 선분이 원의 반지름이다.

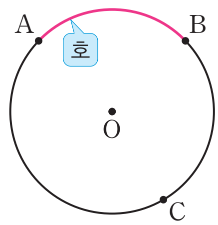


원 O 위에 두 점 A, B를 잡으면 원은 오른쪽 그림과 같이 두 부분으로 나뉘는데 이 두 부분을 각각 **호**라고 한다.

이때 양 끝 점이 A, B인 호를 호 AB라 하고, 이것을 기호로

$$\overset{\frown}{\mathbf{AB}}$$

와 같이 나타낸다.



별의 일주 운동에서 호를 찾을 수 있다.

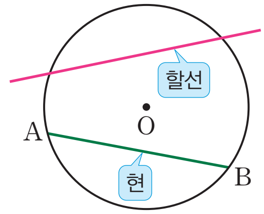
일반적으로 $\overset{\frown}{AB}$는 길이가 짧은 쪽의 호를 나타내고, 길이가 긴 쪽의 호를 나타낼 때는 그 호 위의 한 점 C를 잡아

$$\overset{\frown}{ACB}$$

와 같이 나타낸다.

원 위의 두 점을 지나는 직선을 **할선**, 두 점을 이은 선분을 **현**이라 하고, 양 끝 점이 A, B인 현을 현 AB라고 한다.

특히 원의 중심을 지나는 현은 그 원의 지름이다.

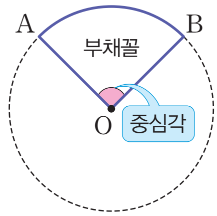


원의 지름은 그 원에서 가장 긴 현이다.

오른쪽 그림과 같이 원 O에서 호 AB와 두 반지름 OA, OB로 이루어진 도형을 **부채꼴** AOB라고 한다.

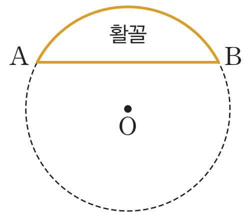
부채꼴 AOB에서 ∠AOB를 호 AB에 대한 **중심각** 또는 부채꼴 AOB의 중심각이라고 한다.

또 $\overset{\frown}{AB}$를 ∠AOB에 대한 호라고 한다.



우리나라의 전통 부채에서 부채꼴 모양을 찾을 수 있다.

한편 오른쪽 그림과 같이 원 O에서 현 AB와 호 AB로 이루어진 도형을 **활꼴**이라고 한다.



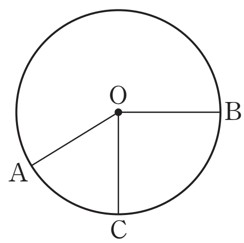
문제 01

오른쪽 그림의 원 O에서 다음을 기호로 나타내시오.

(1) $\overset{\frown}{BC}$에 대한 중심각

(2) ∠AOB에 대한 호

(3) 부채꼴 AOC의 중심각



수학 역량 기르기 추론

다음 두 학생의 대화를 읽고, 부채꼴과 활꼴이 같아지는 경우를 생각해 보시오. 이때 부채꼴의 중심각의 크기를 구하시오.

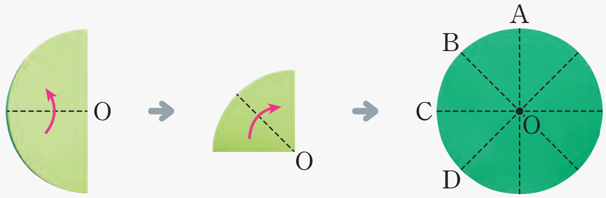
추론할 때는

✔ 자신의 지식과 경험을 바탕으로 수학적 추측을 논리적으로 이끌어 낸다.

부채꼴에는 어떤 성질이 있을까?

개 념 열 기

다음은 원 모양의 종이를 세 번 접었다 펴는 활동이다.



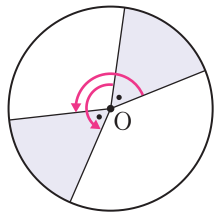
1 ∠AOD의 크기는 ∠AOB의 크기의 몇 배인지 말하시오.

2 호 AD의 길이는 호 AB의 길이의 몇 배인지 말하시오.

3 부채꼴 AOD의 넓이는 부채꼴 AOB의 넓이의 몇 배인지 말하시오.

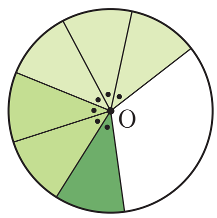
원 O에서 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴이 있을 때, 오른쪽 그림과 같이 한 부채꼴을 점 O를 중심으로 회전시키면 다른 부채꼴에 완전히 포갤 수 있으므로 두 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 같다.

또 한 원에서 호의 길이와 넓이가 각각 같은 두 부채꼴은 그 중심각의 크기가 같다.



한편 오른쪽 그림과 같이 한 원에서 부채꼴의 중심각의 크기가 2배, 3배, …가 되면 호의 길이와 넓이도 각각 2배, 3배, …가 된다.

즉, 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 중심각의 크기에 정비례한다.



다트 판에서 부채꼴의 성질을 알 수 있다.

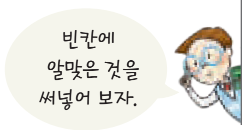
이상을 정리하면 다음과 같다.

부채꼴의 성질

한 원 또는 합동인 두 원에서

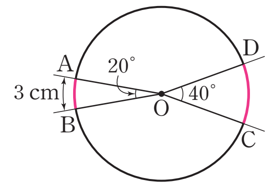
❶ 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 같다.

❷ 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 중심각의 크기에 정비례한다.



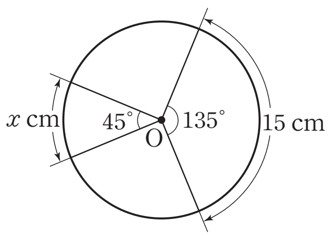
스스로 확인하기

오른쪽 그림과 같이 호 CD에 대한 중심각의 크기 40°는 호 AB에 대한 중심각의 크기 20°의 $\boxed{}$배이므로 호 AB의 길이가 3 cm이면 호 CD의 길이는 $\boxed{}$ cm이다.

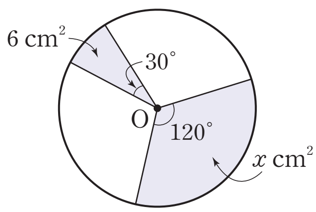


문제 02 다음 그림에서 x의 값을 구하시오.

(1)



(2)

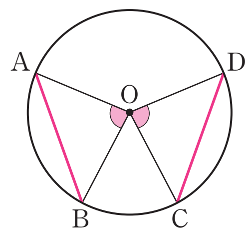


부채꼴에서 현의 성질을 알아보자.

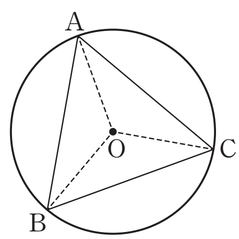
부채꼴에서 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지만 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.

오른쪽 그림의 원 O에서 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴 AOB와 COD는 서로 포갤 수 있으므로 두 현 AB, CD의 길이는 같다.

한편 원 O에서 길이가 같은 두 현 AB, CD에 대한 중심각의 크기는 같다.

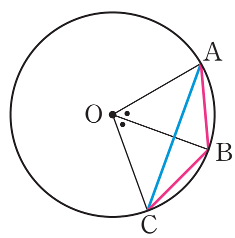


문제 03 오른쪽 그림에서 △ABC가 정삼각형일 때, 호 AB에 대한 중심각의 크기를 구하시오.



문제 04 의사소통

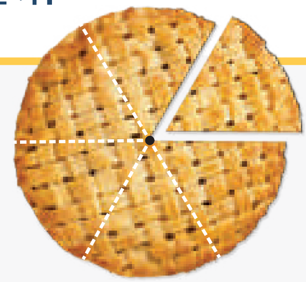
오른쪽 그림을 이용하여 한 원에서 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는 이유를 설명하시오.



부채꼴의 호의 길이와 넓이는 어떻게 구할까?

개념 열기

오른쪽 그림은 원 모양의 과자를 6조각의 똑같은 크기의 부채꼴 모양으로 자른 것이다. 전체 과자의 둘레의 길이가 120 cm일 때, 과자 한 조각의 호의 길이를 구하시오.



초등에서 배웠어요!

(원주율)
=(원주)÷(지름의 길이)

초등학교 때는 지름의 길이에 대한 원의 둘레의 길이의 비의 값인 원주율을 3.14로 계산했지만 이 값은

3.14159265358979323846⋯

과 같이 한없이 계속되는 것으로 알려졌다.

이제부터는 원주율을 기호로

π

와 같이 나타내고, 이것을 ‘파이’라고 읽는다.

초등에서 배웠어요!

(원의 둘레의 길이)
=2×(반지름의 길이)
×(원주율)
(원의 넓이)
=(반지름의 길이)
×(반지름의 길이)
×(원주율)

반지름의 길이가 r인 원의 둘레의 길이를 l, 넓이를 S라고 할 때, 이것을 π를 사용하여 나타내면 다음과 같다.

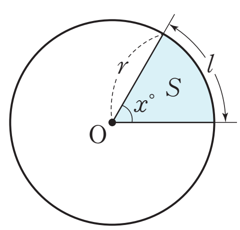
$$l=2\pi r,\quad S=\pi r^2$$

문제 05 원의 반지름의 길이가 5 cm일 때, 다음을 π를 사용하여 나타내시오.

(1) 둘레의 길이　　(2) 넓이

부채꼴의 호의 길이와 넓이를 π를 사용하여 나타내 보자.

반지름의 길이가 r이고, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 호의 길이 l과 넓이 S는 각각 중심각의 크기에 정비례하므로 다음이 성립한다.



$l : 2\pi r = x° : 360°$에서　$l=2\pi r\times\dfrac{x}{360}$

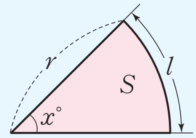
$S : \pi r^2 = x° : 360°$에서　$S=\pi r^2\times\dfrac{x}{360}$

이상을 정리하면 다음과 같다.

부채꼴의 호의 길이와 넓이

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 호의 길이 l과 넓이 S는 각각

$$l=2\pi r\times\frac{x}{360},\quad S=\pi r^2\times\frac{x}{360}$$

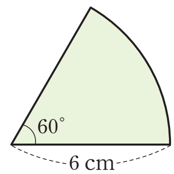


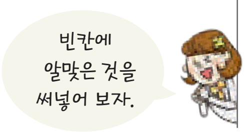
스스로 확인하기

반지름의 길이가 6 cm이고, 중심각의 크기가 60°인 부채꼴의 호의 길이 l과 넓이 S는 각각

$$l=2\pi\times\square\times\frac{60}{360}=\square(\mathrm{cm})$$

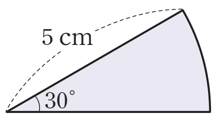
$$S=\pi\times6^2\times\frac{\square}{360}=\square(\mathrm{cm}^2)$$





문제 06 다음 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 각각 구하시오.

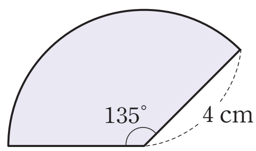
(1)



호의 길이: ______

넓이: ______

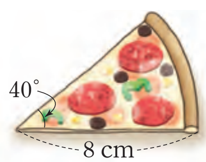
(2)



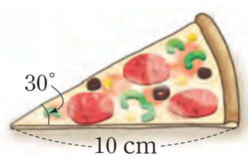
호의 길이: ______

넓이: ______

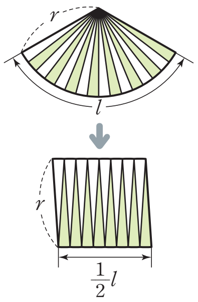
문제 07 다음 그림과 같이 크기가 다른 부채꼴 모양의 피자 조각 A, B 중에서 양이 더 많은 것을 말하시오. (단, 피자의 두께는 일정하다.)



A



B



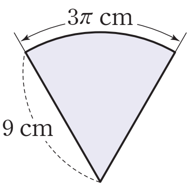
부채꼴의 반지름의 길이와 호의 길이를 알 때, 그 넓이를 구해 보자.

반지름의 길이가 r이고, 호의 길이가 l인 부채꼴의 중심각의 크기를 x°라고 하면 부채꼴의 넓이 S는 다음과 같다.

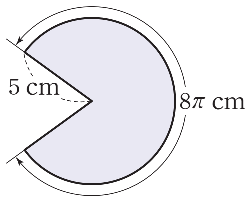
$$S=\pi r^2\times\frac{x}{360}=\frac{1}{2}\times\left(2\pi r\times\frac{x}{360}\right)\times r=\frac{1}{2}lr$$

문제 08 다음 부채꼴의 넓이를 구하시오.

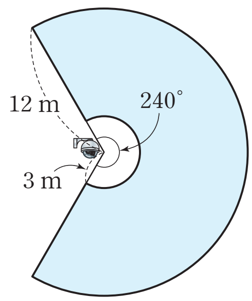
(1)



(2)



문제 09 오른쪽 그림은 어느 방범용 카메라가 물체를 인식할 수 있는 부분을 색칠한 것이다. 색칠한 부분의 둘레의 길이와 넓이를 각각 구하시오.



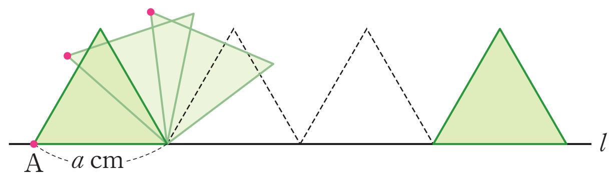
추론 | 문제 해결

수학 역량 기르기

추론하고 문제를 해결할 때는

- 관찰과 추측으로 수학적 사실을 이끌어 낸다.
- 해결 방법을 수립하고 식을 세운다.

다음 그림은 한 변의 길이가 a cm인 정삼각형을 직선 l 위에서 한 바퀴 굴린 것이다.



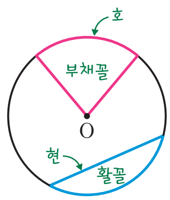
1 꼭짓점 A가 움직이면서 그리는 도형을 위의 그림에 표시하시오.

2 꼭짓점 A가 움직인 거리를 구하시오.

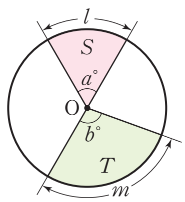
중단원 학습 점검

개념 정리

- n각형의 대각선의 개수
  $\dfrac{n(n-3)}{2}$개
- n각형에서 내각의 크기의 합
  $180^\circ \times (n-2)$
- n각형에서 외각의 크기의 합
  360°로 일정
- 정n각형에서 한 내각의 크기
  $\dfrac{180^\circ \times (n-2)}{n}$
- 정n각형에서의 한 외각의 크기
  $\dfrac{360^\circ}{n}$
- 부채꼴



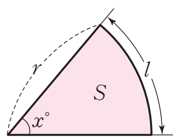
- 부채꼴의 성질



호의 길이
$l : m = a : b$

부채꼴의 넓이
$S : T = a : b$

- 부채꼴의 호의 길이와 넓이



호의 길이
$l = 2\pi r \times \dfrac{x}{360}$

부채꼴의 넓이
$S = \pi r^2 \times \dfrac{x}{360} = \dfrac{1}{2} lr$

O, X 문제

다음 문장이 옳으면 O, 옳지 않으면 X를 ( ) 안에 쓰시오.

1 육각형의 대각선의 개수는 18개이다. ( )

2 정이십각형의 한 외각의 크기는 18°이다. ( )

3 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다. ( )

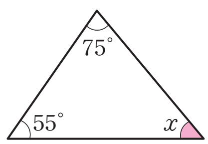
4 부채꼴의 넓이는 반지름의 길이에 정비례한다. ( )

5 반지름과 호의 길이가 모두 2 cm인 부채꼴의 넓이는 4 cm^{2}이다. ( )

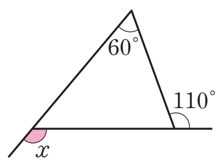
기초 문제

1 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.

(1)



(2)



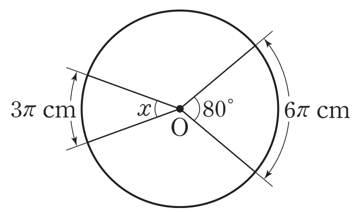
2 정십이각형에서 다음을 구하시오.

(1) 대각선의 개수

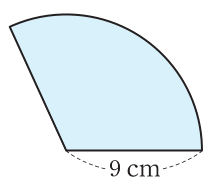
(2) 내각의 크기의 합

(3) 한 외각의 크기

3 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.



4 오른쪽 부채꼴의 넓이가 81 cm^{2}일 때, 호의 길이를 구하시오.

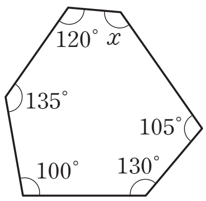


정답 및 해설 ▸ 302쪽

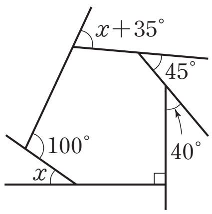
기본 문제

5 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.

(1)

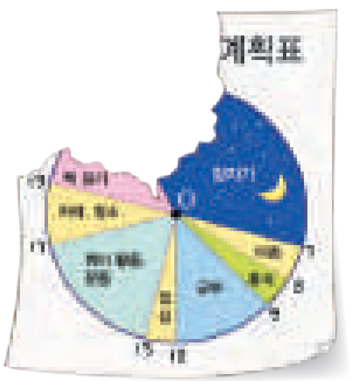


(2)



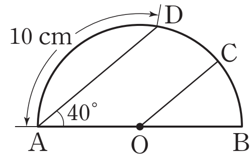
6 한 외각의 크기가 45°인 정다각형의 대각선의 개수를 구하시오.

7 다음 그림은 점 O를 원의 중심으로 하여 하루 24시간을 중심각의 크기에 따라 일정한 간격으로 나눈 방학 생활 계획표이다.

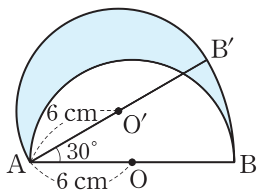


일부가 찢어진 이 계획표에서 '아침'과 '책 읽기'를 나타내는 부채꼴의 중심각의 크기가 각각 15°, 45°일 때, '책 읽기'가 끝나는 시각을 구하시오.

8 다음 그림의 반원 O에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{OC}$일 때, $\overset{\frown}{BC}$의 길이를 구하시오.



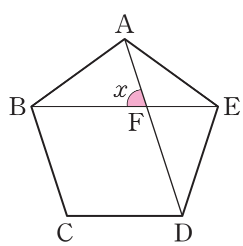
9 다음 그림은 반원 O를 점 A를 중심으로 시계 반대 방향으로 30°만큼 회전시킨 것이다. 이때 색칠한 부분의 둘레의 길이를 구하시오.



도전 문제

10 어떤 정다각형에서 내각과 그 내각에 대한 외각의 크기의 비가 7 : 2일 때, 이 정다각형을 구하시오.

11 다음 정오각형에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.



스스로 푸는 자기 주도 학습 수학 익힘책 ▸ 276쪽

수행 과제 멋진 쪽매맞춤을 디자인해 볼까?

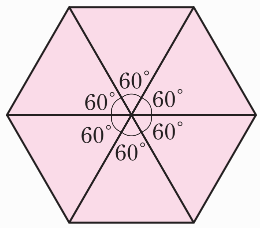
추론

활동 목표 쪽매맞춤을 만드는 활동을 통해 도형의 성질을 이해할 수 있다.

다양한 형태의 도형을 서로 겹치지 않으면서 빈틈없이 채워 평면을 완전히 덮는 것을 쪽매맞춤 또는 테셀레이션(tessellation)이라고 한다. 쪽매맞춤은 스페인의 알람브라 궁전과 같은 건축물, 네덜란드의 화가 에스허르(Escher, M. C., 1898～1972)의 미술 작품과 같은 창작물, 벌집이나 특정한 꽃잎의 배열과 같은 자연 현상에서 찾아볼 수 있다.

▲ 스페인 알람브라 궁전의 타일

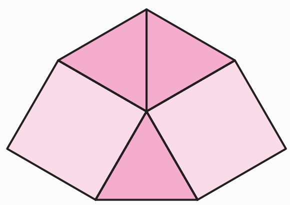
1 정삼각형의 한 내각의 크기는 60°이므로 오른쪽 그림과 같이 한 꼭짓점에 정삼각형 6개를 모으면 쪽매맞춤을 만들 수 있다. 한 가지 정다각형만으로 쪽매맞춤을 만들 때, 다음 정다각형 중에서 쪽매맞춤을 만들 수 있는 정다각형을 말해 보자. 또 쪽매맞춤을 만들 수 있는 정다각형은 한 꼭짓점에 각각 몇 개의 정다각형이 모이는지 말해 보자.



정사각형	정오각형	정육각형

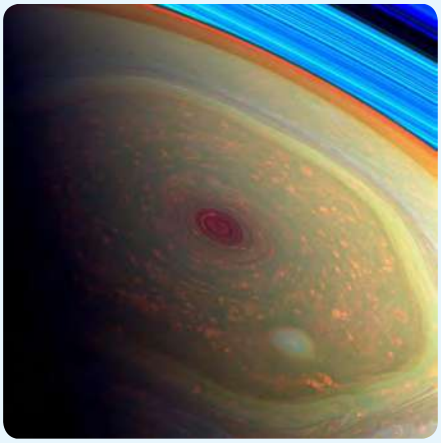
사고 확산하기

2 한 꼭짓점에 정삼각형과 정사각형을 오른쪽 그림과 같이 모으면 쪽매맞춤을 만들 수 있는지 말하고, 그 이유를 설명해 보자. 또 두 가지 이상의 정다각형을 이용하여 만들 수 있는 쪽매맞춤을 디자인해 보자.



수학! 흥미를 더하다

육각형 모양의 폭풍이 부는 토성

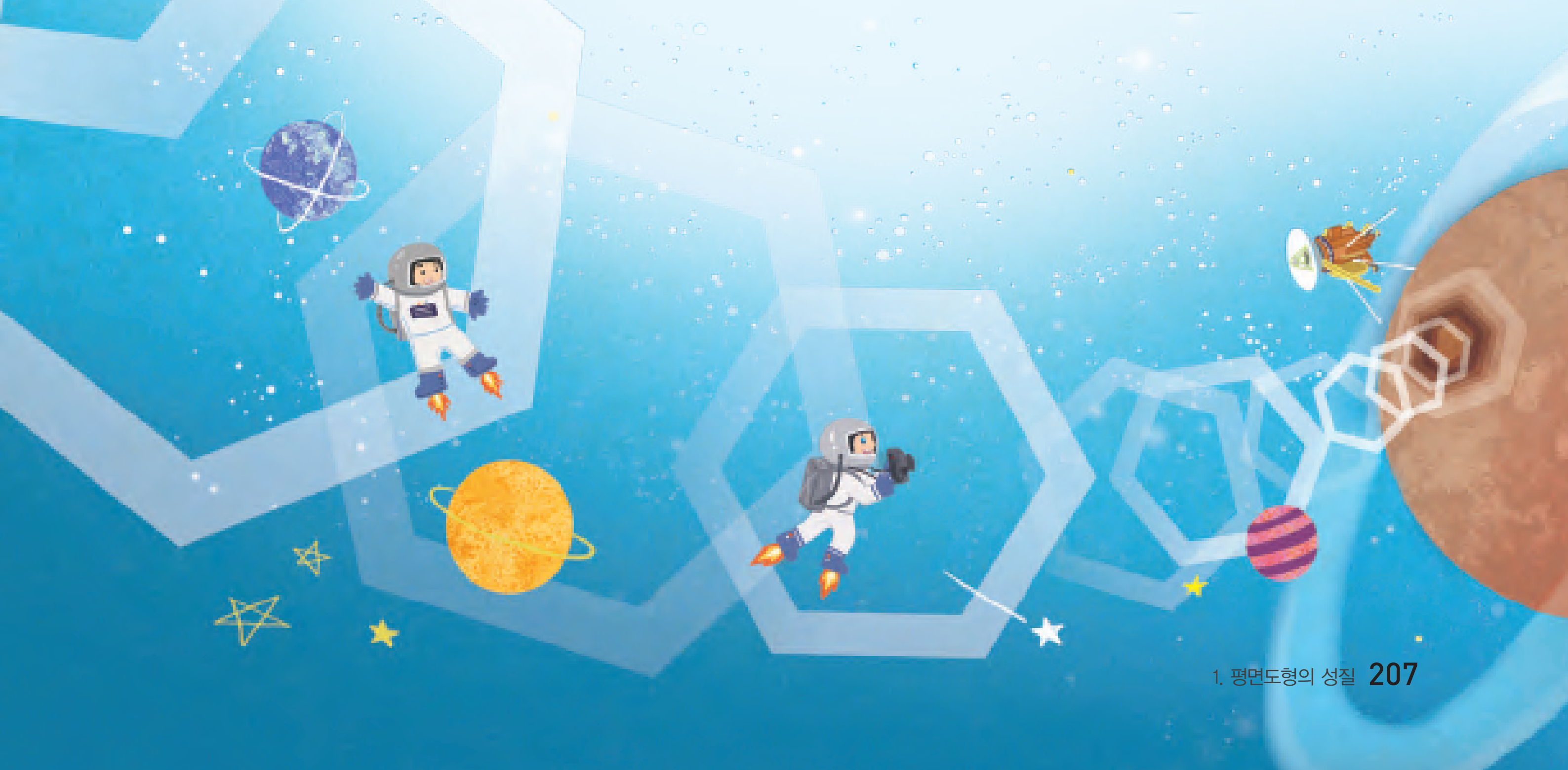


우리는 밤하늘에서 수많은 별을 볼 수 있지만 태양계에는 아직 풀리지 않은 의문점들이 많다.

아름다운 고리로 잘 알려진 토성은 한때 도형에 관한 비밀을 품고 있었다. 30여 년 전 토성 탐사 우주선 보이저호가 보내온 토성 사진에서 과학자들은 육각형 모양의 도형을 발견하였다. 그들은 당연히 육각형 모양의 정체가 무엇인지 의아해하였다. 과학자들은 여러 가설과 실험으로 이 도형을 폭풍이 만들어 낸 구름이라고 추정하였다. 실제로 실험실에서는 폭풍의 조건에 따라 삼각형, 칠각형, 팔각형 등의 다양한 모양의 구름이 나타나기도 하였다.

2013년 미국 항공 우주국(NASA)은 탐사선 카시니호를 토성에 보내 육각형 모양이 실제로 토성에서 발생한 폭풍 기류가 만들어 낸 것이라는 사실을 밝혀냈다.

(참고 자료: 미국 항공 우주국, 2013)



2 입체도형의 성질

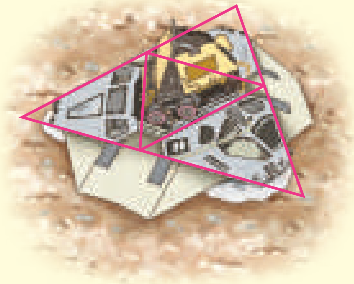
수학 + 과학

화성 탐사에는 화성 표면에서 이동 가능한 특수 탐사체를 이용한다. 미국 항공 우주국에서는 최첨단 기술이 집약된 이 탐사체가 화성 표면에 안전하게 착륙하기 위해, 4개의 삼각형으로 된 입체 모양의 안전판으로 보호하고 이를 다시 공기주머니로 감싸 충격이 줄어들도록 설계하였다고 한다. 착륙 후에는 안전판이 열리고 탐사체가 작동하게 된다.

(참고 자료: 미국 항공 우주국, 2016)

단원 활동 우주 탐사용 장비에서 입체도형과 그 전개도를 알아보자.

활동 1 탐사체의 안전판이 완전히 열리면 오른쪽 그림과 같은 입체도형의 전개도가 된다. 이 전개도를 종이에 그리고, 이를 접어 입체도형을 만들어 보자.



활동 2 오른쪽 그림은 우주 탐사에 사용되는 우주선의 일종이다. 이 우주선의 모양은 원기둥과 원뿔을 붙여 만든 것과 같다. 이 우주선의 전개도를 그려 보자.

위의 활동으로 **알게 된 것**과 **나의 학습 계획**을 적어 보자.

알게 된 것
- ▶ 전개도를 이용하여 입체도형을 만들 수 있다. 예 ☐ 아니요 ☐
- ▶ 입체도형의 전개도를 그릴 수 있다. 예 ☐ 아니요 ☐

학습할 내용 ▶ 다면체 ▶ 회전체 ▶ 입체도형의 겉넓이 ▶ 입체도형의 부피

학습 계획

학습 계획안 예시
- 예습과 복습을 열심히 하겠다.
- 수업 시간에 집중하겠다.
- 수학에 대한 자신감을 키우겠다.
- 모둠 활동에 적극적으로 참여하겠다.

01 다면체

• 다면체의 성질을 이해한다.

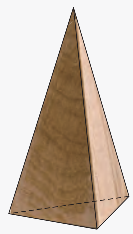
다면체는 무엇일까?

개 념 열 기

다음 중에서 다각형인 면으로만 둘러싸인 입체도형을 모두 찾으시오.

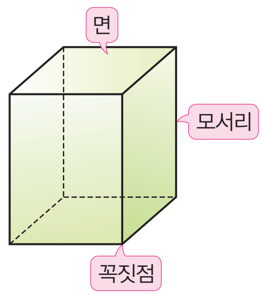
(1)

(2)

(3)

(4)

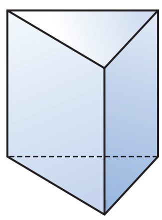
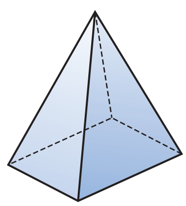

다각형인 면으로만 둘러싸인 입체도형을 **다면체**라 하고, 면이 4개, 5개, 6개, …인 다면체를 각각 사면체, 오면체, 육면체, …라고 한다.

이때 다면체를 둘러싸고 있는 다각형을 다면체의 면, 다각형의 변을 다면체의 모서리, 다각형의 꼭짓점을 다면체의 꼭짓점이라고 한다.



위의 개념 열기에서 (1)의 사각기둥은 육면체이고 모서리가 12개, 꼭짓점이 8개이다. 또 (3)의 삼각뿔은 사면체이고 모서리가 6개, 꼭짓점이 4개이다.

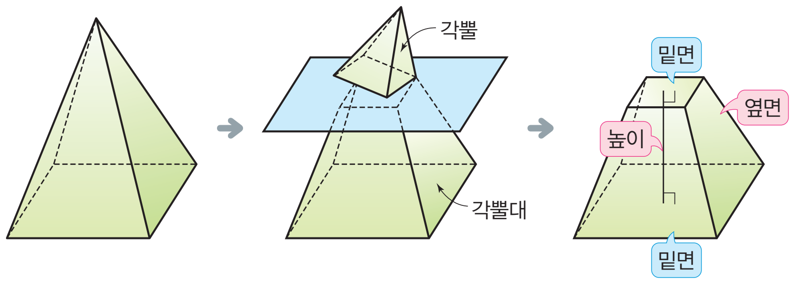
문제 01 다음 입체도형은 몇 면체인지 말하고, 모서리와 꼭짓점의 개수를 각각 구하시오.

(1)

(2)


사면체, 오면체, 육면체, …는 다면체를 면의 개수에 따라 분류한 것이고, 각기둥, 각뿔, 각뿔대는 다면체를 그 모양에 따라 분류한 것이다.

각뿔을 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생기는 두 다면체 중에서 각뿔이 아닌 쪽의 입체도형을 **각뿔대**라 하고, 밑면의 모양에 따라 삼각뿔대, 사각뿔대, 오각뿔대, …라고 한다.

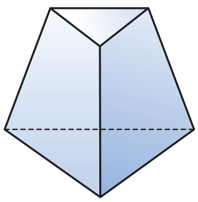
각뿔대에서 서로 평행한 두 면을 밑면이라 하고, 밑면이 아닌 면을 옆면이라고 한다. 또 두 밑면에 수직인 선분의 길이를 각뿔대의 높이라고 한다. 이때 각뿔대의 옆면은 마주 보는 한 쌍의 변이 서로 평행한 사각형이므로 모두 사다리꼴이다.



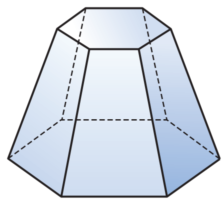
문제 02

다음 각뿔대의 이름을 말하시오.

(1)

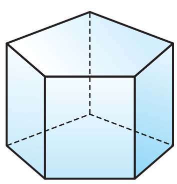
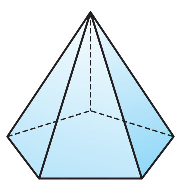
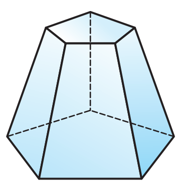


(2)



문제 03 의사소통

다음은 세 입체도형의 겨냥도이다. 표의 빈칸을 알맞게 채우고, 세 입체도형 사이의 공통점과 차이점을 말하시오.

	오각기둥	오각뿔	오각뿔대
겨냥도			
밑면의 모양			
옆면의 모양			
밑면의 개수			
면의 개수			

초등에서 배웠어요!

겨냥도는 입체도형을 여러 방향에서 보고 그린 그림이다.

정다면체는 무엇일까?

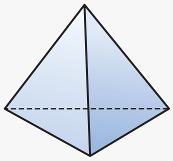
개 념 열 기

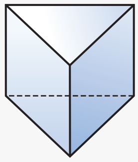
다음 그림은 모든 면이 정다각형인 입체도형이다. 아래 두 조건을 만족시키는 도형을 모두 찾으시오.

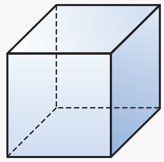
조건

(가) 각 면이 모두 합동이다.

(나) 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 같다.

(1)


(2)


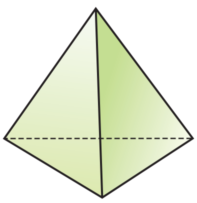
(3)


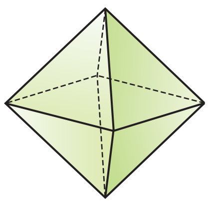
플라톤
(Platon, B.C. 427?~B.C. 347?)
고대 그리스의 철학자이자 수학자. 그는 정육면체, 정사면체, 정팔면체, 정이십면체를 각각 흙, 불, 공기, 물을 이루는 원자의 모형으로, 정십이면체는 우주의 모형으로 여겼다.

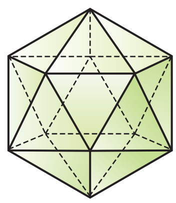
각 면이 모두 합동인 정다각형이고, 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 같은 다면체를 **정다면체**라고 한다.

정다면체는 다음과 같이 정사면체, 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정이십면체의 다섯 가지뿐이라는 사실이 알려졌다.

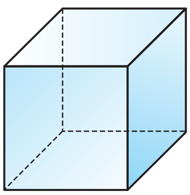
❶ 면이 정삼각형인 경우


정사면체

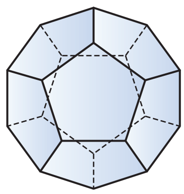

정팔면체


정이십면체

❷ 면이 정사각형인 경우

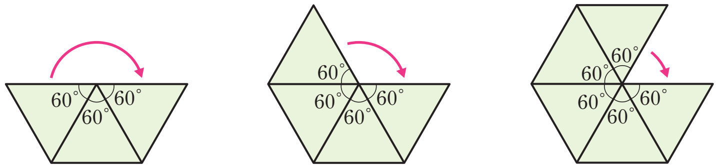

정육면체

❸ 면이 정오각형인 경우


정십이면체

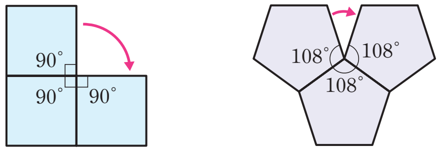
다면체의 한 꼭짓점에 모이는 각의 크기의 합이 360°이면 평면이 되므로 360°보다 작아야 입체도형이 만들어진다.

각 면이 정삼각형인 정다면체는 한 꼭짓점에 모인 면이 3개인 정사면체, 4개인 정팔면체, 5개인 정이십면체뿐이다.



정사면체 정팔면체 정이십면체

또 각 면이 정사각형인 정다면체는 한 꼭짓점에 모인 면이 3개인 정육면체뿐이고, 각 면이 정오각형인 정다면체는 한 꼭짓점에 모인 면이 3개인 정십이면체뿐이다.



정육면체 정십이면체

문제 04

다음 표의 빈칸을 알맞게 채우시오.

	정사면체	정육면체	정팔면체	정십이면체	정이십면체
면의 모양					
한 꼭짓점에 모인 면의 개수					

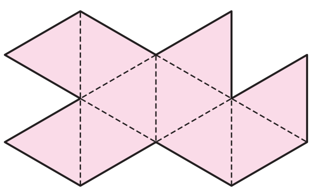
추론 | 의사소통

수학 역량 기르기

추론하고 설명할 때는

- 관찰과 추측으로 수학적 사실을 이끌어 낸다.
- 자신의 의견을 논리적으로 조리 있게 설명한다.

다음 그림은 각 면이 모두 합동인 정다각형이고, 면이 10개인 입체도형의 전개도이다. 이 전개도로 입체도형을 만들어 보고, 만든 입체도형이 정다면체인지 아닌지 판단하시오. 또 그 이유를 설명하시오.



02 회전체

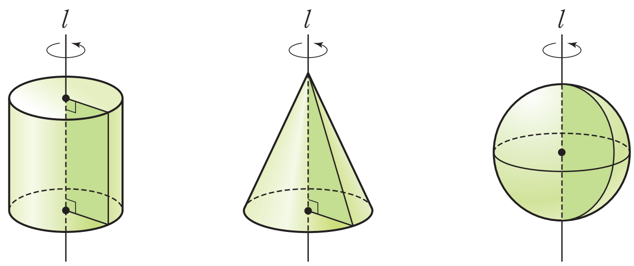
• 회전체의 성질을 이해한다.

회전체는 무엇일까?

개 념 열 기

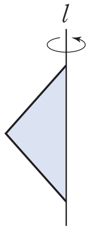
오른쪽 그림과 같이 직사각형, 직각삼각형, 반원 모양의 종이를 각각 막대에 붙이고 막대를 축으로 하여 1회전 시키면 어떤 입체도형이 생기는지 말하시오.

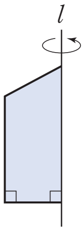
위의 개념 열기에서 직사각형, 직각삼각형, 반원을 막대를 축으로 하여 1회전 시키면 각각 원기둥, 원뿔, 구와 같은 입체도형이 생긴다.

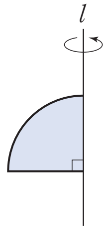


이와 같이 평면도형을 한 직선 l을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형을 **회전체**라 하고, 직선 l을 **회전축**이라고 한다.

문제 01 다음 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 그리시오.

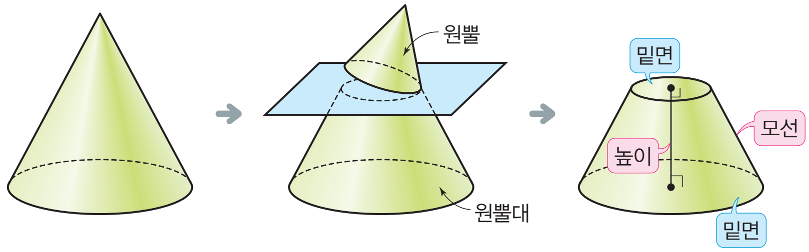
(1) 

(2) 

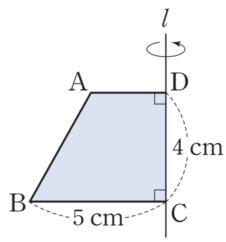
(3) 

원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생기는 두 입체도형 중에서 원뿔이 아닌 쪽의 입체도형을 **원뿔대**라고 한다.

원뿔대에서 서로 평행한 두 면을 밑면이라 하고, 밑면이 아닌 면을 옆면이라고 한다. 또 두 밑면에 수직인 선분의 길이를 원뿔대의 높이라 하고, 회전하여 옆면을 만드는 선분을 모선이라고 한다.



문제 02 오른쪽 그림의 사다리꼴 ABCD를 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 그리고, 그 높이를 말하시오.



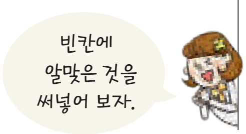
입체도형과 평면도형 사이의 관계를 알아보자.

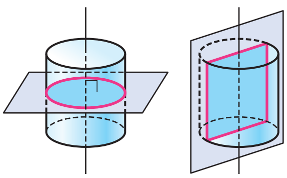
입체도형을 평면으로 자를 때, 잘린 면을 단면이라고 한다. 단면은 자르는 방향에 따라 그 모양이 다르다.

스스로 확인하기

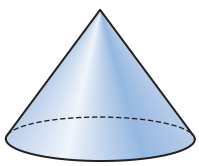
(1) 원기둥을 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 원이다.

(2) 원기둥을 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 ☐이다.





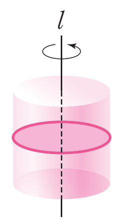
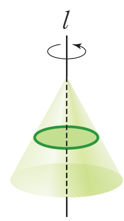
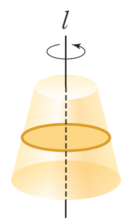
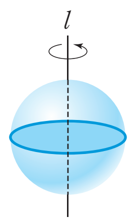
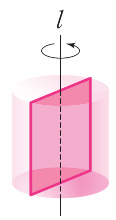
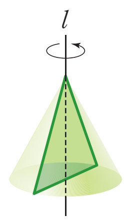
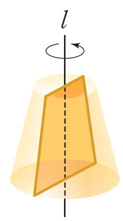
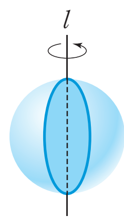
문제 03 오른쪽 원뿔을 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면과 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 각각 어떤 도형인지 말하시오.



원기둥, 원뿔, 원뿔대, 구와 같은 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 원이다. 또 이 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 모두 합동이고 회전축에 대한 선대칭도형이다.

초등에서 배웠어요!

선대칭도형은 어떤 직선으로 접어서 완전히 겹쳐지는 도형이다.

	원기둥	원뿔	원뿔대	구
회전축에 수직인 평면으로 자른 단면	 원	 원	 원	 원
회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면	 직사각형	 이등변삼각형	 사다리꼴	 원

일반적으로 회전체의 성질은 다음과 같다.

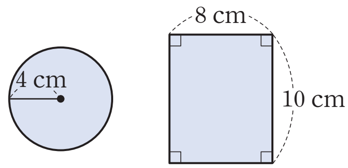
회전체의 성질

❶ 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 경계는 항상 원이다.

❷ 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 모두 합동이고, 회전축에 대한 선대칭도형이다.

문제 04

오른쪽 그림은 어떤 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면과 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면을 각각 그린 것이다. 이 회전체를 그리고, 밑면의 반지름의 길이와 높이를 각각 말하시오.



열린 문제 05

우리 생활 주변에서 원기둥, 원뿔, 구 이외의 회전체를 찾고, 그 회전체를 만들 수 있는 회전축과 평면도형을 그리시오.

03 입체도형의 겉넓이

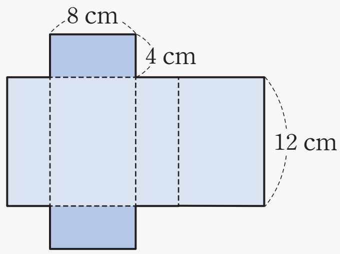
• 입체도형의 겉넓이를 구할 수 있다.

기둥의 겉넓이는 어떻게 구할까?

개념 열기

입체도형의 한 밑면의 넓이를 밑넓이, 옆면 전체의 넓이를 옆넓이라고 한다.

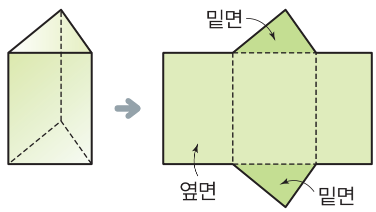
다음은 직육면체의 전개도를 이용하여 직육면체의 겉넓이를 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 수를 쓰시오.



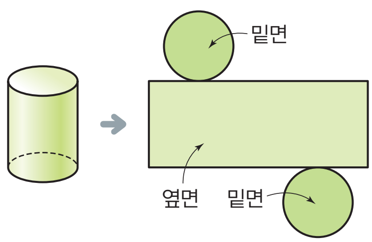
$$\begin{aligned}(\text{겉넓이})&=(\text{밑넓이})\times 2+(\text{옆넓이})\\&=(8\times 4)\times 2+\boxed{}\times 12\\&=\boxed{}\,(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

기둥의 겉넓이는 그 전개도를 이용하여 구할 수 있다.

삼각기둥의 전개도는 오른쪽 그림과 같이 밑면은 합동인 두 개의 삼각형이고 옆면은 세 개의 직사각형으로 이루어졌다. 따라서 삼각기둥의 겉넓이는 그 전개도에서 밑넓이를 2배한 것과 옆넓이의 합으로 구할 수 있다.



원기둥의 전개도는 오른쪽 그림과 같이 합동인 두 개의 원과 직사각형으로 이루어졌다. 따라서 원기둥의 겉넓이도 그 전개도에서 밑넓이를 2배한 것과 옆넓이의 합으로 구할 수 있다.



일반적으로 기둥의 겉넓이는 다음과 같다.

기둥의 겉넓이

(기둥의 겉넓이)$=$(밑넓이)$\times 2+$(옆넓이)

밑면의 반지름의 길이가 r이고, 높이가 h인 원기둥의 겉넓이를 식으로 나타내 보자.

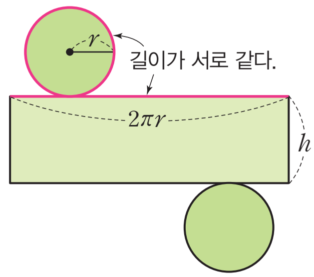
밑면의 반지름의 길이가 r인 원기둥에서 옆면인 직사각형의 가로의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이 $2\pi r$와 같다.

원기둥의 전개도에서 밑면과 옆면은 각각 원과 직사각형 모양이므로 밑넓이와 옆넓이는 각각

(밑넓이)$=\pi r^2$

(옆넓이)$=2\pi rh$

이다.



따라서 원기둥의 겉넓이 S는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S=2\pi r^2+2\pi rh$$

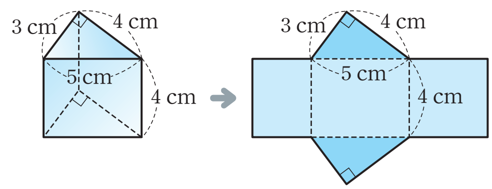
스스로 확인하기

(1) 오른쪽 삼각기둥의 겉넓이 S는

$S=\left(\frac{1}{2}\times 3\times 4\right)\times 2+\square\times 4$

$=12+\square$

$=\square(\text{cm}^2)$

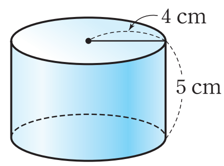


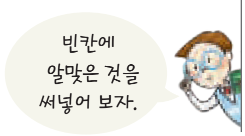
(2) 오른쪽 원기둥의 겉넓이 S는

$S=2\times\pi\times 4^2+2\pi\times 4\times\square$

$=32\pi+\square$

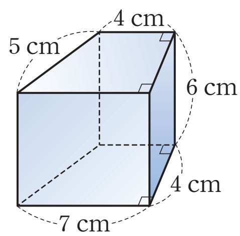
$=\square(\text{cm}^2)$



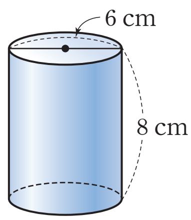


문제 01 다음 기둥의 겉넓이를 구하시오.

(1)



(2)



뿔의 겉넓이는 어떻게 구할까?

개 념 열 기

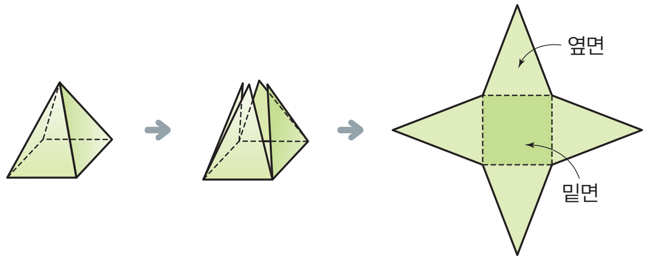
오른쪽 그림은 사각뿔 모양의 선물 상자이다.

1 선물 상자의 밑면은 어떤 평면도형인지 말하시오.

2 선물 상자의 전개도를 그리시오.

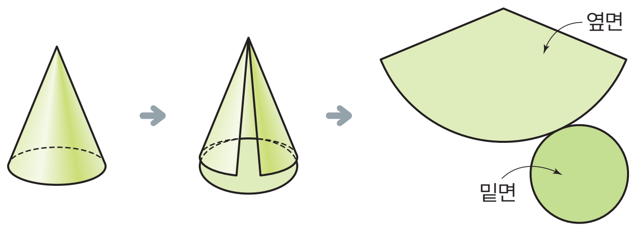
뿔의 겉넓이도 기둥의 겉넓이와 마찬가지로 그 전개도를 이용하여 구할 수 있다.

사각뿔의 전개도는 다음 그림과 같이 밑면이 사각형이고 옆면은 모두 삼각형으로 이루어졌다.



따라서 각뿔의 겉넓이는 그 전개도에서 밑넓이와 옆넓이의 합으로 구할 수 있다.

또 원뿔의 전개도는 다음 그림과 같이 밑면이 원이고 옆면은 부채꼴로 이루어졌다.



따라서 원뿔의 겉넓이도 그 전개도에서 밑넓이와 옆넓이의 합으로 구할 수 있다.

일반적으로 뿔의 겉넓이는 다음과 같다.

뿔의 겉넓이

(뿔의 겉넓이)=(밑넓이)+(옆넓이)

밑면의 반지름의 길이가 r이고, 모선의 길이가 l인 원뿔의 겉넓이를 식으로 나타내 보자.

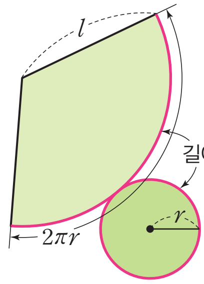
원뿔에서 옆면인 부채꼴의 반지름의 길이는 모선의 길이와 같고, 호의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같다.

원뿔의 전개도에서 밑면과 옆면은 각각 원과 부채꼴 모양이므로 밑넓이와 옆넓이는 각각

$$(\text{밑넓이})=\pi r^2$$

$$(\text{옆넓이})=\frac{1}{2}\times 2\pi r\times l=\pi rl$$

이다.



따라서 원뿔의 겉넓이 S는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

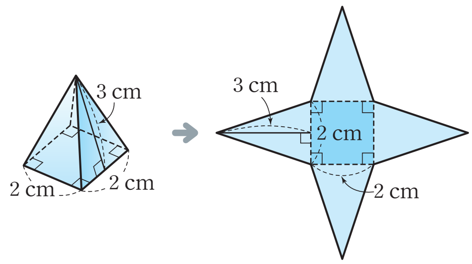
$$S=\pi r^2+\pi rl$$

스스로 확인하기

(1) 옆면이 모두 합동인 오른쪽 사각뿔의 겉넓이 S는

$$S=2\times 2+\left(\frac{1}{2}\times 2\times \boxed{}\right)\times 4$$

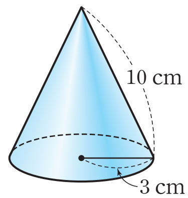
$$=4+\boxed{}=\boxed{}(\text{cm}^2)$$



(2) 오른쪽 원뿔의 겉넓이 S는

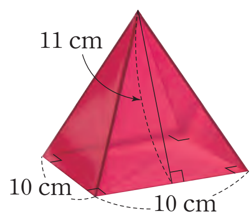
$$S=\pi\times 3^2+\pi\times 3\times \boxed{}$$

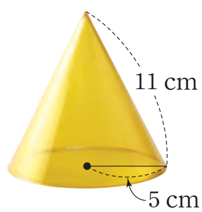
$$=9\pi+\boxed{}=\boxed{}(\text{cm}^2)$$



빈칸에 알맞은 것을 써넣어 보자.

문제 02 투명 필름으로 다음 그림과 같은 사각뿔과 원뿔을 각각 만들려고 한다. 더 적은 양의 필름으로 만들 수 있는 입체도형을 말하시오. (단, 사각뿔의 옆면은 모두 합동이다.)

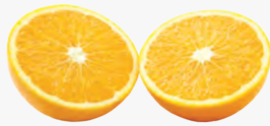


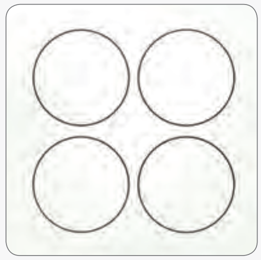


구의 겉넓이는 어떻게 구할까?

개 념 열 기

다음은 구 모양의 오렌지를 이용하여 겉넓이를 추측하는 활동이다.





❶ 구 모양의 오렌지를 반으로 자른다.

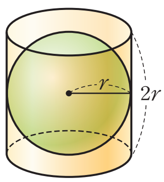
❷ 자른 오렌지의 단면과 크기가 같은 원을 여러 개 그린다.

❸ 오렌지 한 개의 껍질을 잘게 잘라 겹치지 않도록 고르게 원을 채운다.

위의 활동에서 한 개의 오렌지 껍질로 모두 몇 개의 원을 채울 수 있는지 말하시오.

아르키메데스 (Archimedes, B.C. 287?~B.C. 212)는 고대 그리스의 수학자로 구의 겉넓이가 구를 둘러싸는 원기둥의 옆면의 넓이와 같다는 사실을 밝혀냈다. 즉, 구의 겉넓이 S는

$S=4\pi r^2$



위의 개념 열기에서 구 모양의 오렌지 한 개의 껍질로 네 개의 원을 채울 수 있다.

따라서 구의 겉넓이는 구의 중심을 지나는 평면으로 자른 단면의 모양인 원의 넓이의 4배임을 추측할 수 있다.

일반적으로 구의 겉넓이는 다음과 같다.

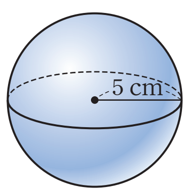
구의 겉넓이

반지름의 길이가 r인 구의 겉넓이 S는

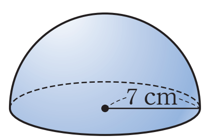
$S=4\times$(반지름의 길이가 r인 원의 넓이)$=4\pi r^2$

문제 03 다음 입체도형의 겉넓이를 구하시오.

(1)



(2)



04 입체도형의 부피

• 입체도형의 부피를 구할 수 있다.

기둥의 부피는 어떻게 구할까?

개 념 열 기

오른쪽 그림은 직육면체 모양의 빵을 반으로 잘라 두 개의 똑같은 삼각기둥 모양을 만든 것이다. 처음 직육면체 모양의 빵은 삼각기둥 모양의 빵의 부피의 몇 배인지 말하시오.

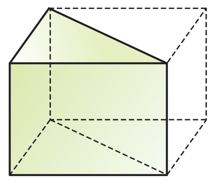
초등에서 배웠어요!

직육면체의 부피는

(부피)=(밑넓이)×(높이)

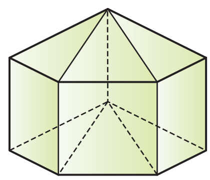
로 구할 수 있다.

오른쪽 그림과 같이 삼각기둥은 직육면체를 반으로 자른 것이므로 그 부피는 다음과 같이 구할 수 있다.



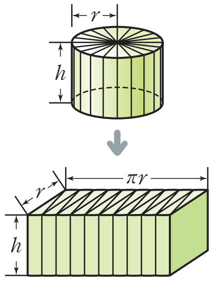
$$\begin{aligned}(\text{삼각기둥의 부피})&=\frac{1}{2}\times(\text{직육면체의 부피})\\&=\frac{1}{2}\times(\text{직육면체의 밑넓이})\times(\text{높이})\\&=(\text{삼각기둥의 밑넓이})\times(\text{높이})\end{aligned}$$

사각기둥, 오각기둥, …과 같은 각기둥은 오른쪽 그림과 같이 2개, 3개, …의 삼각기둥으로 나누어 삼각기둥의 부피의 합으로 구할 수 있다.



이때 각기둥의 밑넓이는 나누어진 삼각기둥의 밑넓이의 합과 같으므로 각기둥의 부피는 다음과 같다.

$$(\text{각기둥의 부피})=(\text{밑넓이})\times(\text{높이})$$



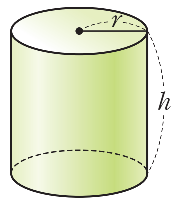
마찬가지로 원기둥의 부피도 각기둥의 부피와 비슷한 방법으로 구할 수 있다.

일반적으로 기둥의 부피는 다음과 같다.

기둥의 부피

(기둥의 부피)=(밑넓이)×(높이)

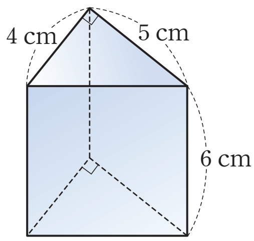
특히 밑면의 반지름의 길이가 r이고, 높이가 h인 원기둥의 부피 V를 식으로 나타내면 다음과 같다.



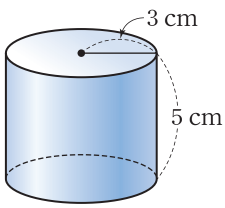
$$V=\pi r^2 h$$

문제 01 다음 기둥의 부피를 구하시오.

(1)



(2)



뿔의 부피는 어떻게 구할까?

오른쪽 그림과 같이 사각뿔 모양의 그릇에 물을 가득 채운 다음, 이 사각뿔과 밑넓이와 높이가 각각 같은 사각기둥 모양의 그릇에 물을 옮겨 부으면 물의 높이는 사각기둥의 높이의 $\frac{1}{3}$이 된다.

즉, 사각뿔의 부피는 사각기둥의 부피의 $\frac{1}{3}$임을 알 수 있다.

마찬가지로 오른쪽 그림과 같이 원뿔 모양의 그릇에 물을 가득 채운 다음, 이 원뿔과 밑넓이와 높이가 각각 같은 원기둥 모양의 그릇에 물을 옮겨 부으면 물의 높이는 원기둥의 높이의 $\frac{1}{3}$이 된다.

즉, 원뿔의 부피는 원기둥의 부피의 $\frac{1}{3}$임을 알 수 있다.

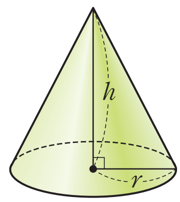
일반적으로 뿔의 부피는 다음과 같다.

뿔의 부피

(뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times$(밑넓이)$\times$(높이)

특히 밑면의 반지름의 길이가 r이고, 높이가 h인 원뿔의 부피 V를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$$



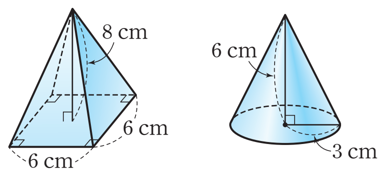
스스로 확인하기

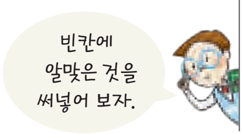
(1) 오른쪽 각뿔의 부피 V는

$$V=\frac{1}{3}\times(6\times6)\times\square=\square(\text{cm}^3)$$

(2) 오른쪽 원뿔의 부피 V는

$$V=\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times\square=\square(\text{cm}^3)$$

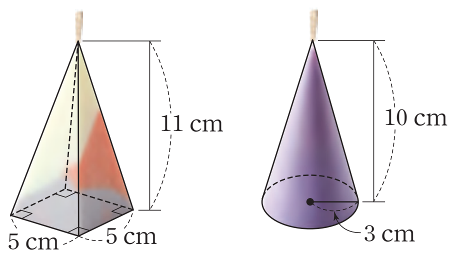




문제 02

오른쪽 그림과 같은 사각뿔, 원뿔 모양의 향초에 동시에 불을 붙였을 때, 더 오래 타는 향초의 모양을 말하시오.

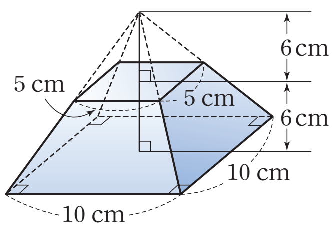
(단, 두 향초는 일정하게 탄다.)



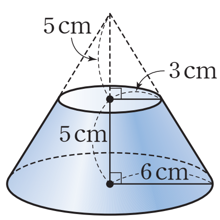
문제 03

다음 뿔대의 부피를 구하시오.

(1)



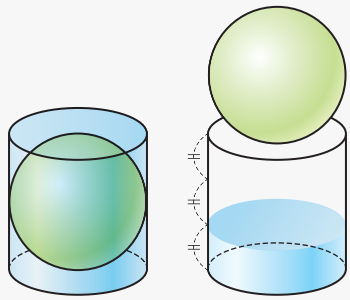
(2)



구의 부피는 어떻게 구할까?

개 념 열 기

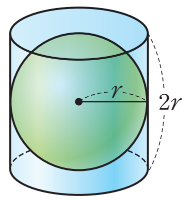
원기둥 모양의 통에 꼭 들어맞는 공이 있다. 오른쪽 그림과 같이 물을 가득 채운 통에 공이 완전히 잠길 때까지 넣었다가 꺼냈을 때, 남아 있는 물의 높이를 재었더니 통의 높이의 $\frac{1}{3}$이었다. 이 공의 부피는 원기둥 모양의 통의 부피의 몇 배인지 말하시오.



위의 개념 열기에서 통 속의 물은 공의 부피만큼 넘치므로 공의 부피는 원기둥 모양의 통의 부피의 $\frac{2}{3}$임을 추측할 수 있다.

실제로 반지름의 길이가 r인 구의 부피는 밑면의 반지름의 길이가 r이고, 높이가 $2r$인 원기둥의 부피의 $\frac{2}{3}$임이 알려졌다.

따라서 반지름의 길이가 r인 구의 부피를 V라고 하면



$$V=(\pi r^2\times 2r)\times\frac{2}{3}$$
$$=\frac{4}{3}\pi r^3$$

이다.

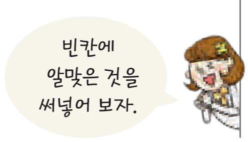
이상을 정리하면 다음과 같다.

구의 부피

반지름의 길이가 r인 구의 부피 V는

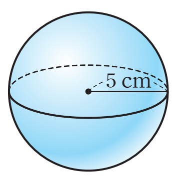
$$V=\frac{4}{3}\pi r^3$$

스스로 확인하기



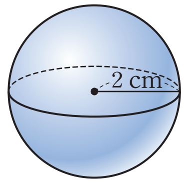
오른쪽 구의 부피 V는

$$V=\boxed{}\times\pi\times 5^3=\boxed{}\,(\mathrm{cm}^3)$$

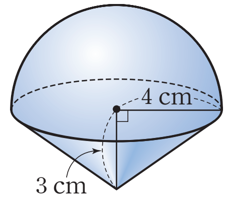


문제 04 다음 입체도형의 부피를 구하시오.

(1)



(2)



문제 05 다음 그림과 같이 구, 원기둥, 원뿔 모양의 용기가 있다. 세 용기에 향수를 가득 채울 때, 가장 적은 양의 향수가 들어가는 용기의 모양을 말하시오.

(단, 용기의 두께는 생각하지 않는다.)

의사소통 | 문제 해결

수학 역량 기르기

토의할 때는

✔ 자신의 생각을 명확하게 전달한다.

문제를 만들 때는

✔ 문제를 의도에 맞게 변형하였는지 확인하고 해결한다.

상자 A에는 반지름의 길이가 10 cm인 수박 5개가 들어 있고, 상자 B에는 반지름의 길이가 15 cm인 수박 2개가 들어 있다. 다음 대화를 읽고, 물음에 답하시오.

1 수박은 구 모양이고 부피만을 고려한다고 할 때, 두 상자 A와 B 중에서 어느 것을 사는 것이 유리한지 토의하시오.

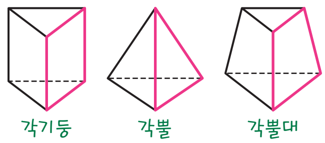
2 각 상자에 들어 있는 수박의 반지름의 길이와 개수를 바꾸어 **1**과 같은 문제를 만들고, 그 문제를 푸시오.

중단원 학습 점검

정답 및 해설 ▸ 304쪽

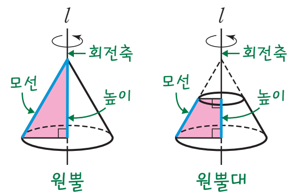
개념 정리

● **다면체**
다각형인 면으로만 둘러싸인 입체도형



● **정다면체**
각 면이 모두 합동인 정다각형이고, 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 같은 다면체 ← 정사면체, 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정이십면체

● **회전체**
평면도형을 한 직선 l을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형
회전축



● **입체도형의 겉넓이**
기둥의 겉넓이: (밑넓이)×2+(옆넓이)
뿔의 겉넓이: (밑넓이)+(옆넓이)
구의 겉넓이: $4\pi r^2$
반지름의 길이

● **입체도형의 부피**
기둥의 부피: (밑넓이)×(높이)
뿔의 부피: $\frac{1}{3}$×(밑넓이)×(높이)
구의 부피: $\frac{4}{3}\pi r^3$
반지름의 길이

O, X 문제

다음 문장이 옳으면 O, 옳지 않으면 X를 (　) 안에 쓰시오.

1 각뿔대의 옆면은 모두 사다리꼴이다. (　)

2 각 면이 정사각형인 정다면체는 정사면체이다. (　)

3 직각삼각형의 한 변을 축으로 하여 1회전 시키면 원뿔이 된다. (　)

4 원뿔대를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 원이다. (　)

5 구의 겉넓이는 구와 반지름의 길이가 같은 원의 넓이의 4배이다. (　)

6 기둥의 부피는 기둥과 밑넓이와 높이가 각각 같은 뿔의 부피의 3배이다. (　)

기초 문제

1 다음 보기의 입체도형을 다면체와 회전체로 구분하시오.

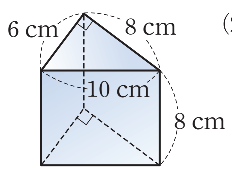
보기

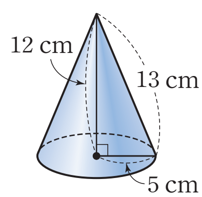
ㄱ. 구	ㄴ. 원기둥	ㄷ. 삼각뿔
ㄹ. 사각기둥	ㅁ. 오각뿔대	ㅂ. 사각뿔
ㅅ. 원뿔대	ㅇ. 정사면체	ㅈ. 원뿔

다면체: ______________

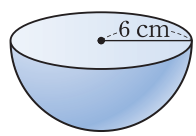
회전체: ______________

2 다음 입체도형의 겉넓이와 부피를 각각 구하시오.

(1)


(2)


3 오른쪽 반구의 겉넓이와 부피를 각각 구하시오.

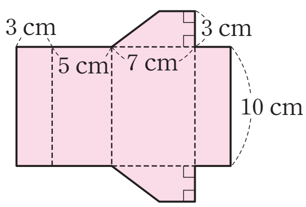


기본 문제

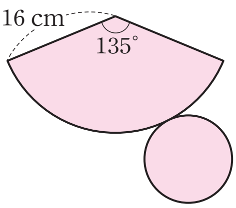
4 다음은 정다면체에 대한 수현, 지연, 민준, 서윤이의 대화이다. 잘못 설명한 학생을 찾으시오.

5 전개도가 다음 그림과 같은 입체도형의 겉넓이를 구하시오.

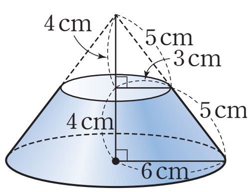
(1)



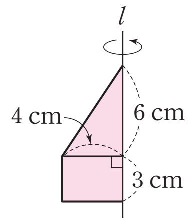
(2)



6 오른쪽 입체도형의 겉넓이와 부피를 각각 구하시오.

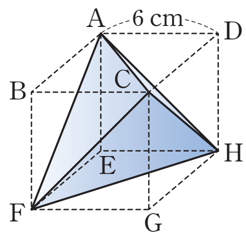


7 오른쪽 그림과 같은 도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형의 부피를 구하시오.

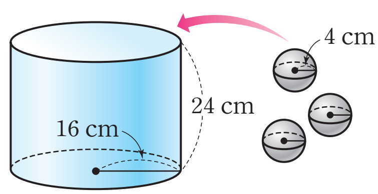


도전 문제

8 오른쪽 그림과 같이 정육면체의 네 꼭짓점 A, C, F, H를 꼭짓점으로 하는 사면체를 만들 때, 이 사면체의 부피를 구하시오.



9 다음 그림과 같이 물이 가득 차 있는 원기둥 모양의 그릇에 크기가 같은 구 모양의 쇠공 3개를 물에 완전히 잠기도록 넣었다가 다시 꺼냈을 때, 원기둥 모양의 그릇에 남아 있는 물의 높이를 구하시오.



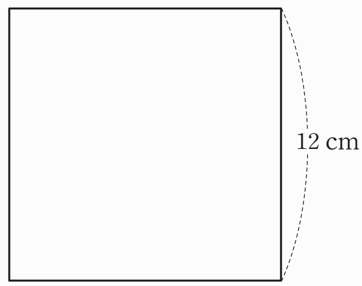
스스로 푸는 자기 주도 학습 수학 익힘책 ▶ 277쪽

수행 과제 종이 한 장으로 삼각뿔을 어떻게 접을까? 추론

활동 목표 평면도형으로 입체도형을 만들고, 입체도형의 각 면의 넓이와 부피를 구할 수 있다.

한 변의 길이가 12 cm인 정사각형 모양의 종이를 접어 삼각뿔을 만들고, 다음 문제를 해결해 보자.
(단, 삼각뿔의 겉넓이는 종이의 넓이와 같다.)

1 완성된 삼각뿔의 전개도를 오른쪽 정사각형에 그려 보고, 각 면의 넓이를 각각 구해 보자.



2 면의 넓이가 가장 작은 면이 밑면일 때 삼각뿔의 부피를 구해 보자. 또 면의 넓이가 가장 큰 면이 밑면일 때 삼각뿔의 높이를 구해 보자.

사고 확산하기

3 마름모, 평행사변형, 직사각형 모양의 종이로 위와 같이 접어 삼각뿔을 만들어 보자. 어떤 사각형 모양의 종이로 삼각뿔을 만들 수 있는지 이야기하고, 이를 만들 수 있는 사각형의 조건을 설명해 보자.

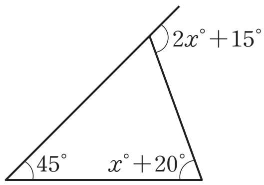
대단원 학습 평가

●●○
1 다음을 모두 만족시키는 다각형에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- 변의 길이는 모두 같다.
- 외각의 크기는 모두 같다.
- 내각의 크기의 합은 $1800°$이다.

① 정십이각형에 대한 설명이다.
② 한 내각의 크기는 $150°$이다.
③ 대각선은 54개이다.
④ 한 외각의 크기는 $45°$이다.
⑤ 외각의 크기의 합은 $360°$이다.

●○○
2 오른쪽 그림에서 x의 값을 구하시오.



●○○
3 다음은 한 원에 대한 학생들의 대화이다. 옳게 설명한 학생을 모두 찾으시오.

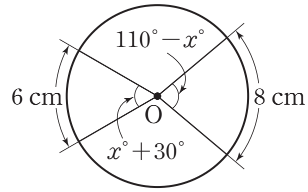

민호
원 위의 두 점을 지나는 직선을 현이라고 해.


하연
중심각의 크기가 $180°$인 부채꼴은 활꼴이야.

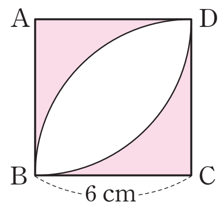

준서
호의 길이는 중심각의 크기에 정비례해.


지수
현의 길이는 중심각의 크기에 정비례해.

●●○
4 다음 그림의 원 O에서 x의 값을 구하시오.



●●○
5 오른쪽 그림은 정사각형 ABCD에서 두 꼭짓점 A, C를 중심으로 반지름의 길이가 6 cm인 부채꼴을 각각 그린 것이다. 이때 색칠한 부분의 둘레의 길이와 넓이를 각각 구하시오.



●○○
6 다음 중에서 면의 개수가 같은 것끼리 짝 지은 것은?

① 삼각뿔, 삼각기둥 ② 사각뿔, 사각기둥
③ 오각뿔, 오각뿔대 ④ 오각뿔, 육각뿔
⑤ 육각기둥, 육각뿔대

●●○
7 모든 면의 모양이 정삼각형이고, 한 꼭짓점에 모인 면이 5개인 정다면체를 구하시오.

정답 및 해설 ▸ 305쪽

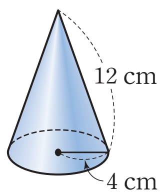
●○○

8 다음 중에서 회전체에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 원기둥, 원뿔, 구는 모두 회전체이다.
② 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 다각형이다.
③ 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 경계는 원이다.
④ 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자르면 원뿔과 원뿔대가 생긴다.
⑤ 구를 평면으로 자른 단면은 항상 원이다.

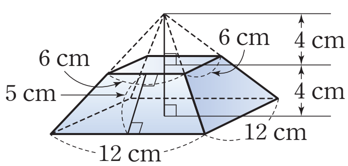
●●○

9 오른쪽 원뿔의 전개도를 그렸을 때, 옆면인 부채꼴의 중심각의 크기를 구하시오.



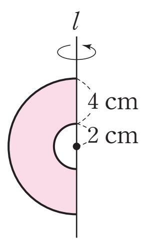
●●○

10 다음 그림과 같이 옆면이 모두 합동인 정사각뿔대의 겉넓이와 부피를 각각 구하시오.



●●○

11 오른쪽 그림의 색칠한 부분을 직선 l을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형의 부피를 구하시오.



서술형문제

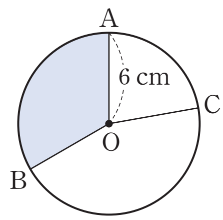
[12~16] 다음 문제의 풀이 과정을 자세히 쓰시오.

●○○

12 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선이 5개인 정다각형의 한 내각의 크기를 구하시오.

●●○

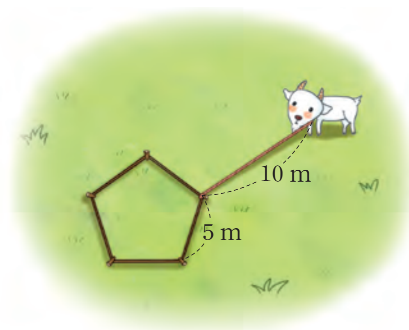
13 오른쪽 그림의 원 O에서 다음을 만족시킬 때, 부채꼴 AOB의 호의 길이와 넓이를 각각 구하시오.



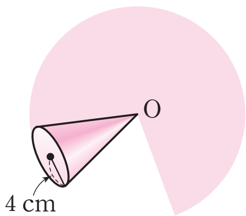
$(\overset{\frown}{AB}$의 길이$):(\overset{\frown}{BC}$의 길이$):(\overset{\frown}{CA}$의 길이$)$ $=3:4:2$

●●●

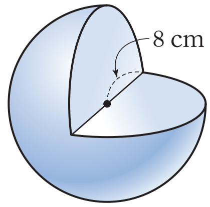
14 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 5 m인 정오각형 모양의 울타리의 꼭짓점에 길이 10 m의 줄로 염소를 매어 놓았다. 이때 염소가 움직일 수 있는 풀밭의 넓이를 구하시오.
(단, 염소와 줄은 울타리를 넘지 못한다.)



15 ●●● 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4 cm이고, 겉넓이가 96π cm^{2}인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 옆면에 페인트를 묻혀 바닥에 대고 점 O를 중심으로 굴릴 때, 몇 바퀴를 돈 후에 제자리로 돌아오는지 구하시오.

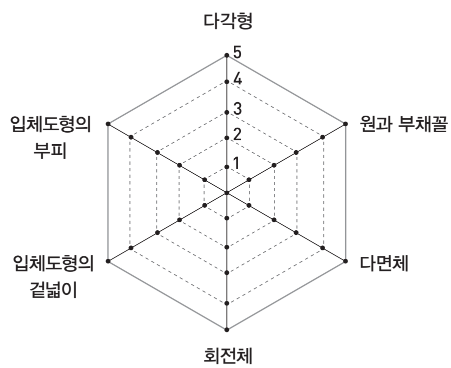


16 ●●○ 다음 입체도형은 반지름의 길이가 8 cm인 구의 $\frac{1}{4}$을 잘라 낸 것이다. 이 입체도형의 겉넓이와 부피를 각각 구하시오.



자기 평가

1 이 단원에서 학습한 내용에 대한 나의 성취 수준을 다음 그림에 점으로 표시하고, 이웃한 점을 선으로 연결해 보자.



| 성취 수준 |

1수준: 개념을 이해하기 어려웠다.
2수준: 문제를 해결하기 어려웠다.
3수준: 문제를 일부 해결하였다.
4수준: 문제를 대부분 해결하였다.
5수준: 문제를 모두 해결하였다.

이해가 부족한 내용은 본문을 다시 복습! 문제가 더 필요하면 **수학 익힘책** ▶ 276쪽

2 이 단원을 시작할 때 세운 학습 계획을 잘 실천하였는지 평가해 보고, 이해하기 어려웠던 내용을 적어 보자.

꿈! 수학과 만나다

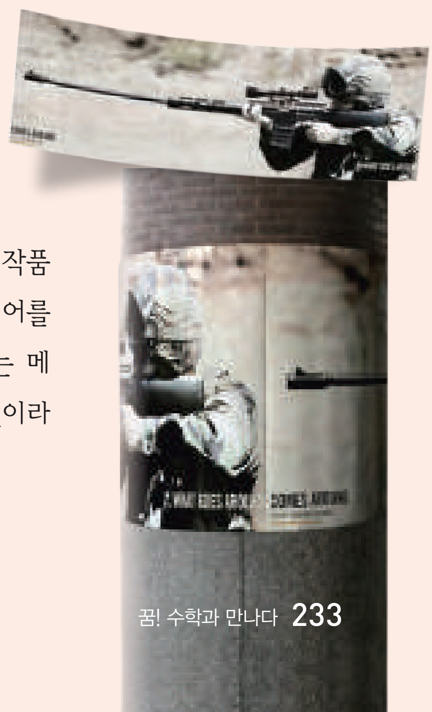
광고 디자이너

광고 디자이너가 하는 일은?

광고 디자이너는 제품의 미적 아름다움뿐만 아니라 효율성, 안전성, 경제성 등을 고려하여 자신만의 창조적인 방법으로 제품의 가치를 부각함으로써 소비자들의 선택을 이끌어내는 일을 한다.

광고 디자인에 수학이 이용되나요?

제품 광고는 제품의 가치에 대한 자신의 생각을 설득하는 과정으로 볼 수 있다. 광고는 제품의 판매를 목적으로 하는 것뿐만 아니라 각자의 생각이나 가치관을 알리고 설득하는 과정을 포함한다. 오른쪽 사진은 몇 년 전 우리나라 디자이너들이 제작에 참여한 작품이다. 이 작품은 단순한 사진 한 장에 입체도형의 아이디어를 적용하여 '폭력의 결과는 결국 스스로에게 돌아간다.'라는 메시지를 간결하면서도 효과적으로 담아낸 창조적인 디자인이라고 할 수 있다.



창의 융합 프로젝트

수학 + 과학

홀로그램(Hologram)이란 빛의 간섭 현상을 활용하여 물체의 형상을 입체적으로 재현하는 3차원 영상이나 그 기술을 말한다.

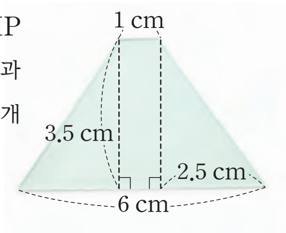
홀로그램이 만드는 생생한 3차원 영상은 사람들에게 자연스러운 현실 감각을 느끼게 한다. 우리나라에는 이미 홀로그램 상설 공연장이 개장된 바 있다.

홀로그램은 가상의 물체를 실제와 같이 3차원 공간에서 초현실적인 장면을 연출하는 기술로 발전하여 게임, 교육, 예술 분야에 상당한 변화를 불러일으킬 것으로 예상된다.

홀로그램 프로젝터 만드는 방법

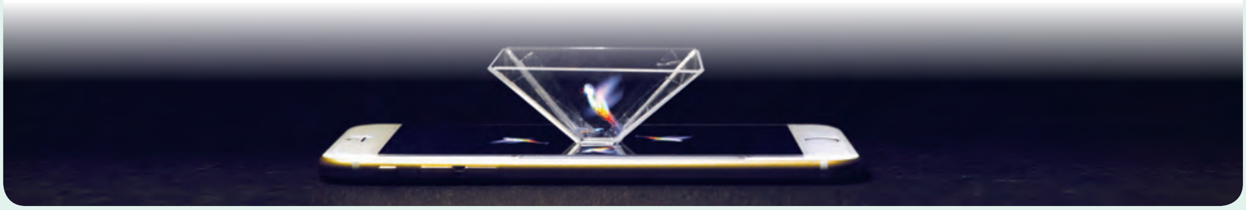
준비물: 투명 아크릴 판(또는 OHP 필름), 자, 가위, 투명테이프, 스마트폰

❶ 투명 아크릴 판(또는 OHP 필름)을 잘라 오른쪽 그림과 같은 사다리꼴 모양을 4개 만든다.



❷ 사다리꼴의 측면의 모서리를 투명테이프로 이어 붙여 각뿔대 모양의 프로젝터를 만든다.

❸ 스마트폰에 홀로그램 영상을 내려받아 어두운 곳에서 상영한다. 스마트폰 위에 프로젝터를 올려놓고 홀로그램이 만들어지는 위치를 찾는다.



홀로그램 프로젝터를 만들어 3차원 영상을 감상해 보자.

활동지

홀로그램 프로젝터 활동 보고서 작성하기

■ 모둠명:

■ 모둠원:

1 홀로그램 프로젝터를 만들어 여러 방향에서 3차원 영상을 감상하고, 이에 대한 생각이나 느낌을 적어 보자.

2 사다리꼴의 각 변의 길이와 높이를 바꾸어 홀로그램 프로젝터를 만들었을 때 영상에 어떤 변화가 있을지 추측해 보자. 또 영상의 변화를 추측한 것과 실제로 영상을 감상한 결과를 비교하여 적어 보자.

- 오른쪽에 각 변의 길이와 높이를 바꾼 사다리꼴의 모양을 그려 보고 영상의 변화 모습을 추측하여 글쓰기

- 추측한 것과 실제로 홀로그램 프로젝터를 만들어 감상한 것을 비교하여 글쓰기

동료 평가	활동에 적극적으로 참여하였는가?
	친구의 의견을 잘 듣고 존중하였는가?
	활동 과정에서 다양하고 좋은 의견을 많이 냈는가?
	활동 과정에서 협력하고 도왔는가?

스스로 푸는 자기 주도 학습

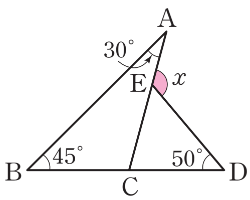
수학 익힘책

●○○

1 한 꼭짓점에서 대각선을 그으면 6개의 삼각형으로 나뉘는 다각형이 있다. 이 다각형의 대각선의 개수를 구하시오.

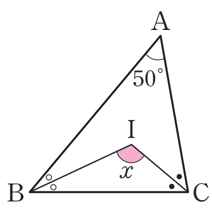
●○○

2 오른쪽 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.



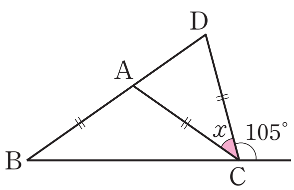
●●○

3 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$에서 두 내각 $\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점을 I라고 할 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



●●○

4 다음 그림에서 $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{CD}$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.

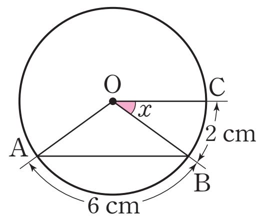


●○○

5 내각의 크기의 합이 $3240°$인 정다각형의 한 외각의 크기를 구하시오.

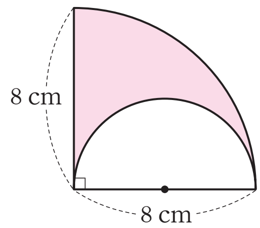
●●○

6 오른쪽 그림의 원 O에서 $\overline{OC} /\!/ \overline{AB}$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



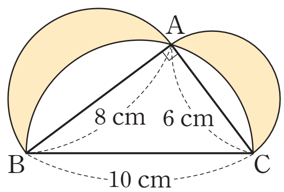
●○○

7 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



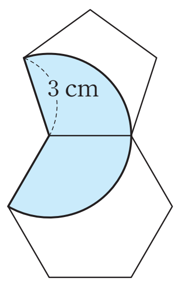
●●○

8 다음 그림은 직각삼각형 ABC에서 세 변이 각각 지름인 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



●●●

9 오른쪽 그림은 한 변의 길이가 3 cm인 정오각형, 정육각형의 안쪽에 각각 부채꼴을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



2. 입체도형의 성질

정답 및 해설 ▸ 315쪽

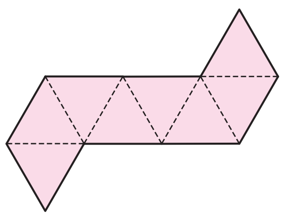
●○○

1 다음 보기의 입체도형 중에서 육면체를 모두 찾으시오.

• 보기 •
삼각기둥, 사각기둥, 사각뿔, 오각뿔
오각기둥, 육각뿔, 사각뿔대, 원기둥

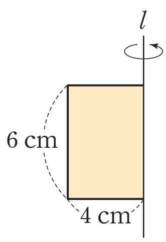
●○○

2 전개도가 다음 그림과 같은 정다면체에서 모서리의 개수와 한 꼭짓점에 모인 면의 개수를 각각 구하시오.



●○○

3 오른쪽 그림의 직사각형을 직선 l을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체에서 다음을 구하시오.

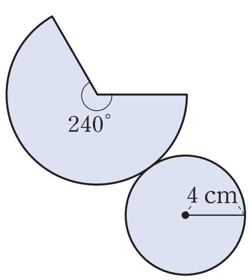


(1) 회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면의 넓이

(2) 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면의 넓이

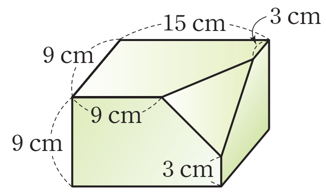
●●○

4 전개도가 오른쪽 그림과 같은 원뿔의 겉넓이를 구하시오.



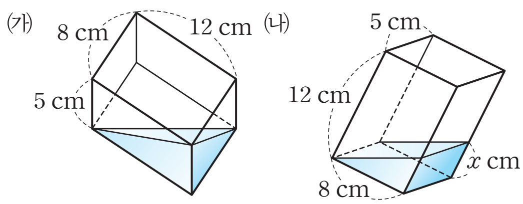
●●○

5 다음 입체도형은 직육면체의 일부를 잘라 낸 것이다. 이 입체도형의 부피를 구하시오.



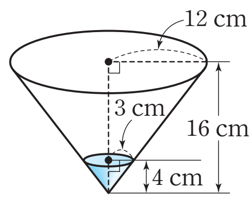
●●●

6 다음 그림과 같은 직육면체 모양의 그릇 (가), (나)에 같은 양의 물이 들어 있다. 이때 x의 값을 구하시오.



●●●

7 오른쪽 그림과 같이 높이가 16 cm인 원뿔 모양의 그릇에 일정하게 물을 넣고 있다. 물의 높이가 4 cm가 될 때까지 물을 채우는 데 1분 걸렸다면 앞으로 몇 분 후에 물이 가득 차는지 구하시오.



●●○

8 반지름의 길이가 9 cm인 구 모양의 쇠공 한 개를 녹여 반지름의 길이가 3 cm인 구 모양의 쇠공 여러 개를 만들려고 한다. 만들 수 있는 쇠공의 최대 개수를 구하시오.