



좌표평면과 그래프

1. 좌표와 그래프
2. 정비례와 반비례



66

자전거를 타고 일정한 거리를 갈 때, 걸리는 시간은 속력에 따라 달라진다.

또 휴대 전화의 데이터 사용 요금은 사용량에 따라 달라진다. 이와 같이 서로 함께 변하는 두 양 사이의 관계를 그래프와 식으로 나타내면 다양한 변화 현상 속의 수학적 관계를 시각적이고 간결하게 표현하여 여러 문제를 해결하는 데 도움을 준다.



배운 내용

- 꺾은선그래프, 규칙과 대응, 비와 비율, 비례식과 비례배분(초등)

이 단원에서는

- III-1 순서쌍과 좌표
그래프와 그 해석
- III-2 정비례
반비례

배울 내용

- 일차함수와 그래프(중2)
- 이차함수와 그래프(중3)

| 준비 학습 |

- 1 다음 표는 □와 △ 사이의 대응 관계를 나타낸 것이다. 표의 빈칸을 알맞게 채우고, □와 △ 사이의 대응 관계를 식으로 나타내시오. 초등

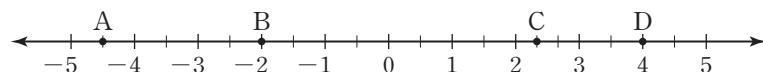
□	1	2	3	4	5	6
△	6	7	8			11

- 2 다음 비례식에서 빈칸에 알맞은 수를 쓰시오. 초등

$$(1) 4 : 5 = 12 : \boxed{}$$

$$(2) \boxed{} : 54 = 8 : 9$$

- 3 다음 수직선 위의 네 점 A, B, C, D에 대응하는 수를 각각 구하시오. 중1



대단원
포트폴리오

이 단원을 학습하면서 다음 중에서 하나를 선택하여 작성해 보자.

수학 독후감

수학 글짓기

수학 신문

수학 만화

수학 마인드맵

수학 일기

1

좌표와 그래프

수학 + 환경

지구 온난화란 지구의 평균 기온이 올라가는 현상을 말한다. 지구 온난화의 영향으로 생태계가 변화하거나 빙하가 녹아 해수면이 높아지는 등의 문제가 일어날 수 있다.

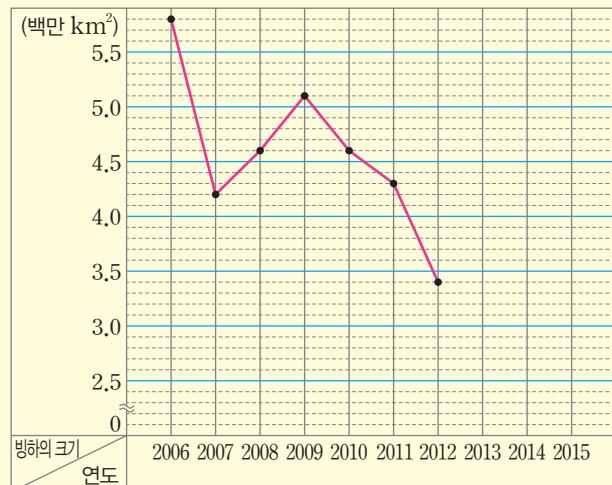
지금과 같은 추세로 지구 온난화가 계속되면 미래에는 지구의 모든 빙하가 녹게 되고, 해수면이 상승하여 육지가 물에 잠기게 된다고 한다. 지구 온난화를 완화하기 위해 인류는 유엔 기후 변화 협약을 맺는 등 많은 노력을 하고 있다.



• 단원 활동

연도별 북극 빙하의 크기를 나타낸 꺾은선그래프를 해석해 보자.

연도	빙하의 크기(백만 km ²)
2006	
2007	
2008	4.6
2009	5.1
2010	4.6
2011	4.3
2012	3.4
2013	5.0
2014	5.0
2015	4.4



(출처: 미국 국립빙설자료센터, 2015)

활동 1 위의 꺾은선그래프를 보고, 2006년도와 2007년도의 북극 빙하의 크기를 각각 적어 보자.

활동 2 2015년까지 꺾은선그래프를 완성하고, 북극 빙하의 크기가 어떻게 변화했는지 말해 보자.

다양한 상황을
나타내는 그래프를
알아볼까?



위의 활동으로 알게 된 것과 나의 학습 계획을 적어 보자.

■ 알게 된 것

- ▶ 꺾은선그래프를 보고, 어느 연도의 북극 빙하의 크기를 읽을 수 있다.
- ▶ 꺾은선그래프를 그리고, 북극 빙하의 크기 변화를 말할 수 있다.

예 아니요

예 아니요

■ 학습할 내용

- ▶ 순서쌍과 좌표
- ▶ 그래프와 그 해석

■ 학습 계획

작업 계획안 예시

- 예습과 복습을 열심히 하겠다.
- 수업 시간에 집중하겠다.
- 수학에 대한 자신감을 키우겠다.
- 모든 활동에 적극적으로 참여하겠다.

01

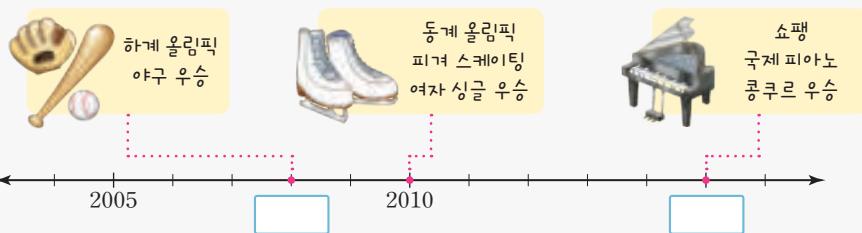
순서쌍과 좌표

• 순서쌍과 좌표를 이해한다.

◆ 수직선 위의 점의 위치는 어떻게 나타낼까?

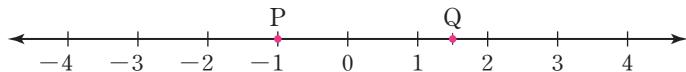
개념열기

다음은 국제 대회에서 우리나라가 최초로 우승한 연도를 수직선 위에 나타낸 것이다.



- 1 빈칸에 알맞은 수를 쓰시오.
- 2 우리나라가 최초로 국제 수학 올림피아드(IMO)에서 종합 우승을 한 연도는 2012년이다. 이를 위의 수직선 위에 나타내시오.

다음 수직선 위의 두 점 P, Q에 대응하는 수는 각각 -1 , $\frac{3}{2}$ 이다.



이와 같이 수직선 위의 한 점에 대응하는 수를 그 점의 **좌표**라 하고, 점 P의 좌표가 a 일 때, 이것을 기호로

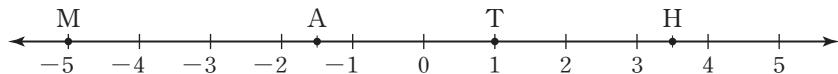
$$P(a)$$

와 같이 나타낸다.

위의 수직선 위의 두 점 P, Q의 좌표를 각각 기호로 나타내면 $P(-1)$, $Q\left(\frac{3}{2}\right)$ 이다.

문제 01

다음 수직선 위의 네 점 M, A, T, H의 좌표를 각각 기호로 나타내시오. 또 세 점 $F(-4)$, $U(2)$, $N\left(\frac{9}{2}\right)$ 를 각각 수직선 위에 나타내시오.



◆ 평면 위의 점의 위치는 어떻게 나타낼까?

개념 열기

백두 대간

우리 민족 고유의 지리 인식 체계로서 행정 경계로 이용되었고, 각 지역의 언어와 풍습을 나누는 기준이 되었다.

백두 대간은 한반도의 뼈대를 이루는 산줄기로 오른쪽 그림과 같이 백두산에서 시작하여 지리산까지 이어진다.

1 태백산의 대략적인 위치는 동경 129° , 북위 37° 이다. 오른쪽 그림의 (가)~(라) 중에서 태백산을 찾으시오.

2 백두산의 대략적인 위치를 말하시오.



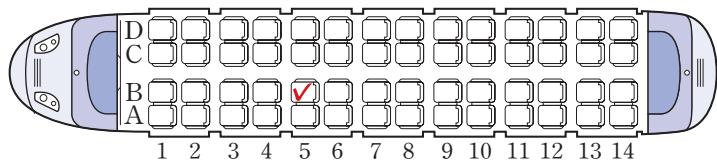
위의 개념 열기 2에서 백두산은 동경 128° , 북위 42° 에 위치하는데 이 위치를 동경과 북위 각각을 순서대로 써서 나타내면 백두산의 위치는 $(128, 42)$ 로 나타낼 수 있다.

이와 같이 순서를 생각하여 두 수를 짹 지어 나타낸 것을 **순서쌍**이라고 한다.

이때 순서쌍은 두 수의 순서를 생각한 것이므로 $(128, 42)$ 은 순서를 바꾼 $(42, 128)$ 과 서로 다르다.

문제 02

어떤 고속열차의 좌석 번호는 다음 그림과 같이 숫자 1, 2, 3, …과 문자 A, B, C, D로 나타낸다. 좌석 번호 8A를 순서쌍 $(8, A)$ 로 나타낼 때, 물음에 답하시오.



(1) ✓ 표시된 좌석 번호를 순서쌍으로 나타내시오.

(2) 순서쌍 $(11, D)$ 에 해당하는 좌석을 위의 그림에 표시하시오.

열린 문제 03

고속열차의 좌석 번호와 같이 우리 생활 주변에서 순서쌍이 이용되는 예를 찾으시오.

순서쌍을 이용하여 평면 위의 점의 위치를 나타내 보자.



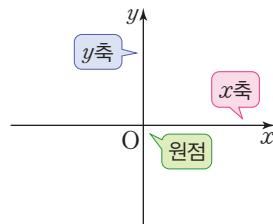
데카르트

(Descartes, R.,

1596~1650)

프랑스의 수학자. 좌표를 처음으로 생각하였다.

오른쪽 그림과 같이 두 수직선이 점 O에서 서로 수직으로 만날 때 가로의 수직선을 **x축**, 세로의 수직선을 **y축**이라 하고, 이 두 축을 통틀어 **좌표축**이라고 한다. 또 두 좌표축의 교점 O를 **원점**이라 하고, 좌표축이 정해져 있는 평면을 **좌표평면**이라고 한다.

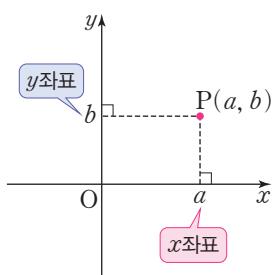


좌표평면 위의 한 점 P에서 x축, y축에 각각 수선을 긋고 이 수선이 x축, y축과 만나는 점에 대응하는 수를 각각 a, b라고 할 때, 순서쌍 (a, b) 를 점 P의 좌표라 하고, 이것을 기호로

$$P(a, b)$$

와 같이 나타낸다.

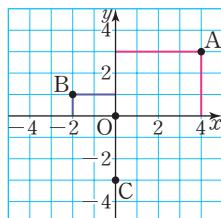
이때 a를 점 P의 **x좌표**, b를 점 P의 **y좌표**라고 한다.



• 스스로 확인하기 •

빈칸에
알맞은 것을
써넣어 보자.

오른쪽 좌표평면에서 점 A의 x좌표는 4, y좌표는 3이므로 점 A의 좌표는 $(4, 3)$ 이다. 또 점 B의 좌표는 $(-2, \boxed{\quad})$ 이고, 점 C의 좌표는 $(\boxed{\quad}, \boxed{\quad})$ 이다.
한편 원점 O의 좌표는 $(\boxed{\quad}, \boxed{\quad})$ 이다.



문제 04

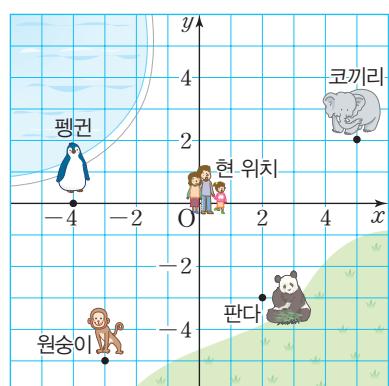
오른쪽 그림은 동물원의 약도를 좌표평면 위에 그린 것이다.

(1) 각 동물의 위치를 나타낸 점의 좌표를 구하시오.

코끼리: _____ 펭귄: _____

원숭이: _____ 팬다: _____

(2) 기린의 위치는 $(0, 5)$ 이고 얼룩말의 위치는 $(-3, -1)$ 일 때, 기린과 얼룩말의 위치를 나타내는 점을 오른쪽 좌표평면 위에 각각 나타내시오.



좌표평면은 오른쪽 그림과 같이 좌표축에 의하여 네 부분으로 나뉜다. 이때 그 각각을 **제1사분면**, **제2사분면**, **제3사분면**, **제4사분면**이라고 한다.



각 사분면 위에 있는 점의 x 좌표와 y 좌표의 부호는 각각 다음과 같다.



	제1사분면	제2사분면	제3사분면	제4사분면
x 좌표의 부호	+	-	-	+
y 좌표의 부호	+	+	-	-

| 주의 | 좌표축 위의 점은 어느 사분면에도 속하지 않는다.

문제 05

다음 점은 제몇 사분면 위의 점인지 구하시오.

(1) A(-5, 2)

(2) B(-1, -4)

(3) C(7, 3)

(4) D $\left(6, -\frac{1}{2}\right)$

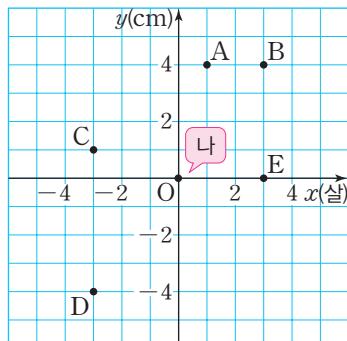
추론

수학 역량 기르기

추론할 때는

- ✓ 관찰과 추측으로 수학적 사실을 이끌어 낸다.
- ✓ 추측한 내용이 참인지 확인한다.

다음은 ‘나’를 원점으로 하여 각 학생과 나의 나이 차이와 키 차이를 각각 x 좌표, y 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타낸 것이다.



- 윤아는 나보다 나이가 3살 더 적고, 키가 4cm 더 작다.
- 진우는 나보다 나이가 더 많고, 나와 키가 같다.
- 나연이는 동하보다 나이가 더 많고, 동하와 키가 같다.
- 희애는 윤아와 나이가 같고, 윤아보다 키가 5cm 더 크다.

1 위의 글을 읽고, 각 학생을 나타낸 점의 좌표를 기호로 나타내시오.

윤아: _____

진우: _____

나연: _____

동하: _____

희애: _____

2 나는 도윤이보다 나이가 4살 더 적고, 키가 2cm 더 크다. 도윤이를 나타내는 점을 위의 좌표평면 위에 나타내시오.

02

그래프와 그 해석

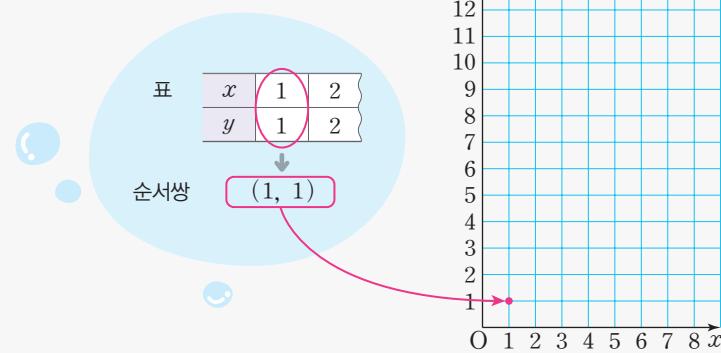
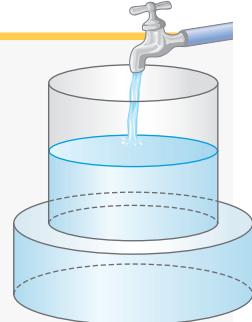
- 다양한 상황을 그래프로 나타내고, 주어진 그래프를 해석할 수 있다.

◆ 그래프는 무엇일까?

개념 열기

다음 표는 오른쪽 그림과 같은 모양의 용기에 일정하게 물을 넣을 때, x 초 후 물의 높이 y cm를 나타낸 것이다. 순서쌍 (x, y) 를 좌표로 하는 점을 아래의 좌표평면 위에 나타내시오.

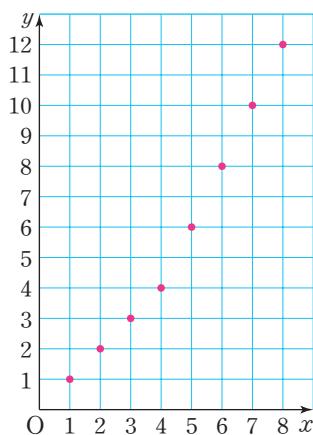
x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	1	2	3	4	6	8	10	12



위의 개념 열기에서 x 의 값은 $1, 2, 3, \dots, 8$ 로 변하고, y 의 값은 $1, 2, 3, \dots, 12$ 로 변한다. 이때 x, y 와 같이 여러 가지로 변하는 값을 나타내는 문자를 **변수**라고 한다.

한편 위의 개념 열기에서 두 변수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

이와 같이 서로 함께 변하는 두 변수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 를 좌표로 하는 점 전체를 좌표평면 위에 나타낸 것을 **그래프**라고 한다.

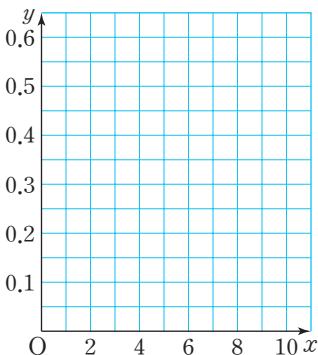


문제 01



선우는 갓 태어난 강아지의 몸무게를 2일 간격으로 측정하였다. 다음 표는 태어난 지 x 일 후 강아지의 몸무게 y kg을 나타낸 것이다. 두 변수 x , y 에 대한 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

x	2	4	6	8	10
y	0.15	0.2	0.25	0.35	0.55

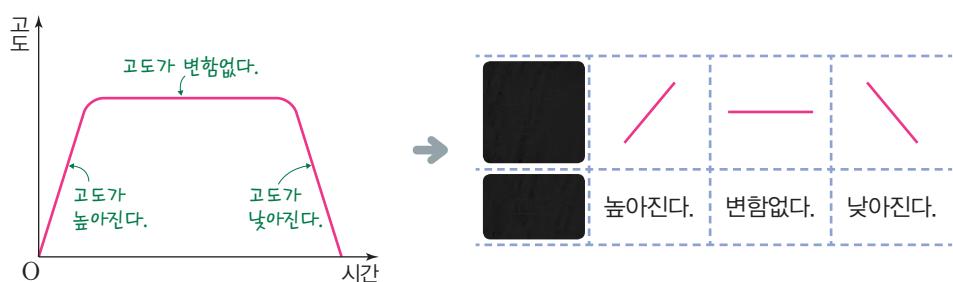


◆ 다양한 상황을 나타내는 그래프를 어떻게 해석할까?

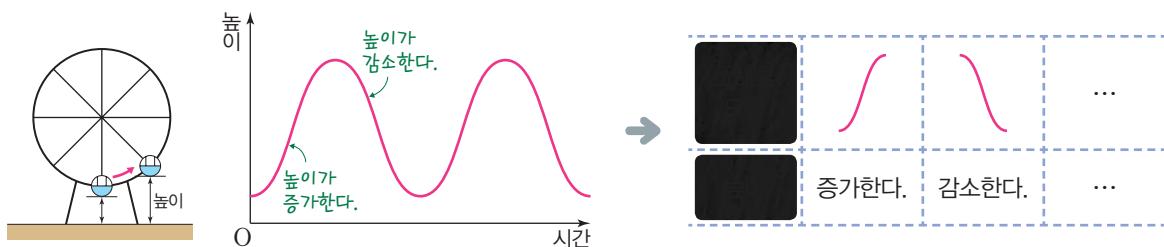
우리 생활 주변에서 일어나는 다양한 상황은 점, 선, 꺾은선, 곡선 등의 그래프로 나타낼 수 있다. 또 그래프를 해석하면 그 그래프가 나타내는 상황을 알 수 있다.

- 그래프를 해석할 때는 먼저 x 축, y 축이 각각 무엇을 나타내는지 확인한다.

다음 그래프는 비행기의 고도를 시간에 따라 나타낸 것이다. 이 그래프에서 고도의 변화를 해석하면 다음과 같다.



한편 다음 그래프는 대관람차에서 어느 한 칸의 지면으로부터의 높이를 시간에 따라 나타낸 것이다. 이 그래프에서 높이의 변화를 해석하면 다음과 같다.



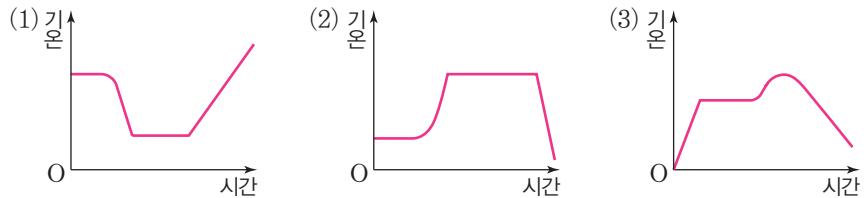
위의 그래프와 같이 증가와 감소가 같은 형태로 반복되는 것을 주기적 변화라고 한다.

다양한 상황을 나타내는 그래프의 모양을 알아보자.

예제
1

다음은 하루 동안 기온 변화를 나타낸 글이다. 이 상황에 알맞은 그래프를 찾으시오.

오전 몇 시간 동안 기온은 변함이 없었다. 그 후 기온이 오르다가 다시 몇 시간 동안 변함이 없었고, 해가 지면서 기온이 떨어졌다.



풀이 그래프 (1), (2), (3)에서 x 축은 시간, y 축은 기온을 나타내므로 상황에 알맞게 그래프의 모양을 생각하면 다음과 같다.

상황	기온이 변함없다.	기온이 올라간다.	기온이 변함없다.	기온이 떨어진다.
그래프 모양	수평이다.	오른쪽 위로 향한다.	수평이다.	오른쪽 아래로 향한다.

따라서 위의 그래프 모양의 순서대로 그려진 그래프는 (2)이다.

답 (2)

문제 **02**

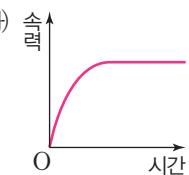
다음 각 상황에 알맞은 그래프를 찾아 연결하시오.

(1)

승호는 속력을 올렸다 내렸다를 반복하면서 뛰고 있다.



(가)

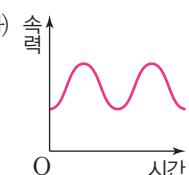


(2)

지연이는 속력을 올리며 뛰다가 일정하게 속력을 유지하며 뛰고 있다.



(나)

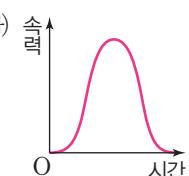


(3)

서윤이는 속력을 올리며 뛰다가 도중에 속력을 내려 뛴 후 멈추었다.



(다)

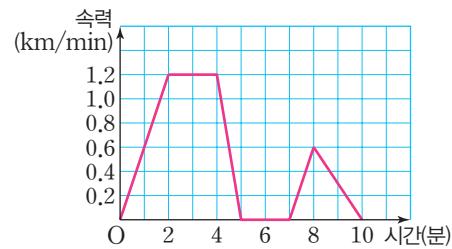


그래프에서 좌표를 읽어 그 그래프를 해석해 보자.

예제 2

오른쪽 그래프는 현준이가 자동차를 타고 학교에서 출발하여 도서관에 도착할 때 까지 자동차의 속력을 시간에 따라 나타 낸 것이다.

- (1) 자동차가 가장 빨리 달릴 때 속력은 분속 몇 km인지 구하시오.
- (2) 학교에서 출발하여 도서관에 도착할 때까지 자동차는 몇 분 동안 정지했는지 구하시오.
- (3) 자동차의 속력이 처음으로 감소하기 시작한 때는 출발한 지 몇 분 후인지 구하시오.



풀이

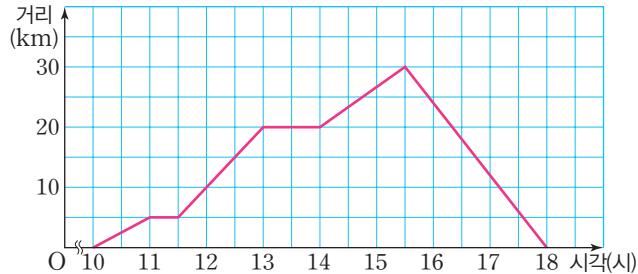
그래프에서 x 축은 시간, y 축은 속력을 나타낸다.

- (1) 자동차가 가장 빨리 달릴 때는 출발한 지 2분 후부터 4분 후까지이고, 이때 속력은 분속 1.2 km이다.
- (2) 자동차가 정지했을 때는 속력이 분속 0 km이므로 출발한 지 5분 후부터 7분 후까지 2분 동안 정지했다.
- (3) 자동차의 속력이 처음으로 감소하기 시작한 때는 그래프가 처음으로 오른쪽 아래로 향하기 시작한 때이므로 출발한 지 4분 후이다.

답 (1) 분속 1.2 km (2) 2분 (3) 4분 후

문제 03

다음 그래프는 민아가 집에서 출발하여 하루 동안 자전거를 타고 여행을 다녀왔을 때, 집에서 떨어진 거리를 시간에 따라 나타낸 것이다.



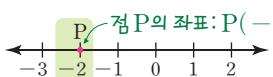
- (1) 민아가 출발한 지 2시간 후에 집에서 떨어진 거리를 구하시오.
- (2) 민아가 1시간 동안의 휴식을 시작한 시각을 구하시오.
- (3) 민아가 집으로 돌아가기 시작한 시각을 구하시오.

중단원 학습 점검

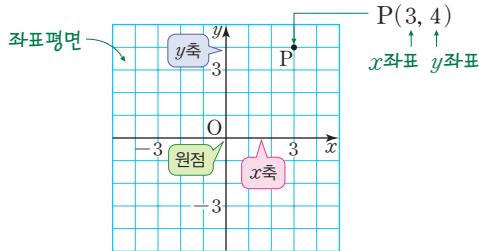
개념 정리

좌표

수직선에서 점 P의 좌표: 점 P에 대응하는 수



좌표평면



순서쌍

(3, 5)

순서를 생각하여 두 수를
짝지어 나타낸 것

그래프

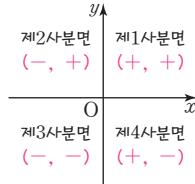
여러 가지로 변하는 값을 나타내는 문자
서로 함께 변하는 두 변수 x 와 y 의 순서쌍 (x, y) 를 좌표로 하는 점 전체를
좌표평면 위에 나타낸 것

o, X 문제

다음 문장이 옳으면 O, 옳지 않으면 X를
() 안에 쓰시오.

1 두 순서쌍 $(4, 6)$ 과 $(6, 4)$ 는 서로 다
르다. ()

2 좌표평면에서 원점의 좌표는 0이다. ()



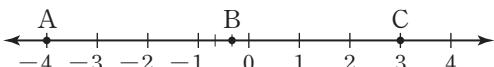
3 점 $(-2, 3)$ 에서 x 좌표는 -2 , y 좌표
는 3 이다. ()

4 x 축 위의 점은 x 좌표가 0이다. ()

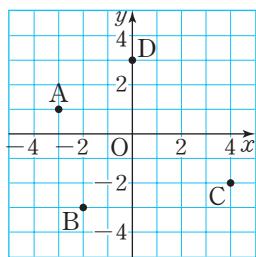
5 점 $(1, 0)$ 은 제1사분면 위의 점이다.
()

기초 문제

- 1 다음 수직선 위의 세 점 A, B, C의 좌표를 각각 기호로 나타내시오.



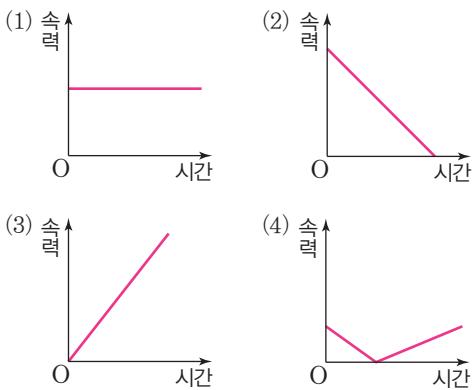
- 2 다음 좌표평면 위의 네 점 A, B, C, D의 좌표를 각각 기호로 나타내시오.



- 3 다음 점은 제몇 사분면 위의 점인지 구하시오.

- (1) P $(-4, 3)$ (2) Q $(-5, -1)$
(3) R $(8, -1)$ (4) S $(1, 2)$

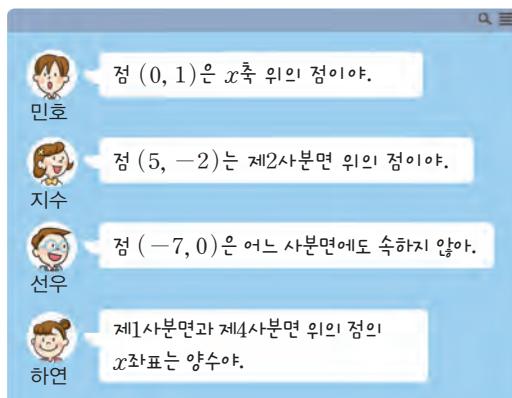
- 4 수현이가 일정한 속력으로 걸을 때, 다음 중에서 수현이의 속력을 시간에 따라 나타낸 그 래프를 찾으시오.



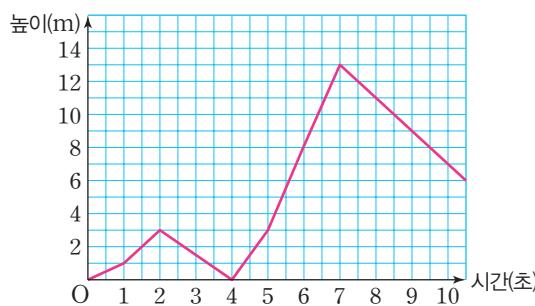
기본 문제

- 5** 두 순서쌍 $(2-a, 5), (3, 2b-5)$ 가 서로 같을 때, a, b 의 값을 각각 구하시오.

- 6** 다음 중에서 옳게 설명한 학생을 모두 찾으시오.



- 7** 다음 그래프는 우재가 공원에서 무인기(드론)를 날렸을 때, 무인기의 지면으로부터의 높이를 시간에 따라 나타낸 것이다.



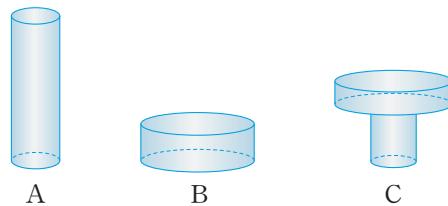
- (1) 무인기가 지면에 닿았다가 다시 떠오른 것은 몇 초 후인지 구하시오.
 (2) 무인기가 가장 높게 날았을 때의 높이를 구하시오.

도전 문제

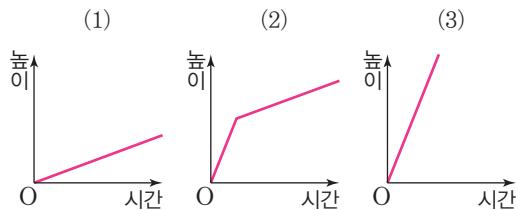
- 8** 점 $P(a, b)$ 가 제2사분면 위의 점일 때, 다음 점은 제몇 사분면 위의 점인지 구하시오.

- (1) $Q(-a, b)$
- (2) $R(-b, -a)$
- (3) $S(a, -b)$
- (4) $T(b-a, ab)$

- 9** 다음 그림과 같은 세 물병 A, B, C가 있다.



아래 그래프는 세 물병 A, B, C에 일정하게 물을 채울 때, 물의 높이를 시간에 따라 나타낸 것이다. 각 물병에 알맞은 그래프를 찾고, 그 이유를 설명하시오.



수행 과제

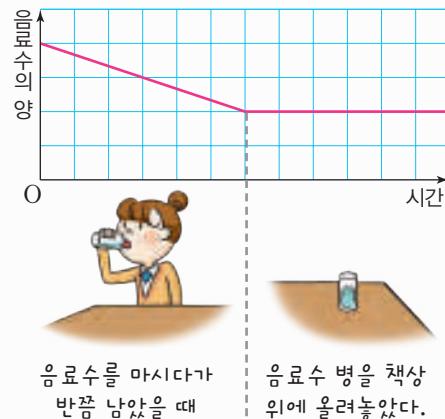
그래프의 변화를 글로 어떻게 표현할까?

추론

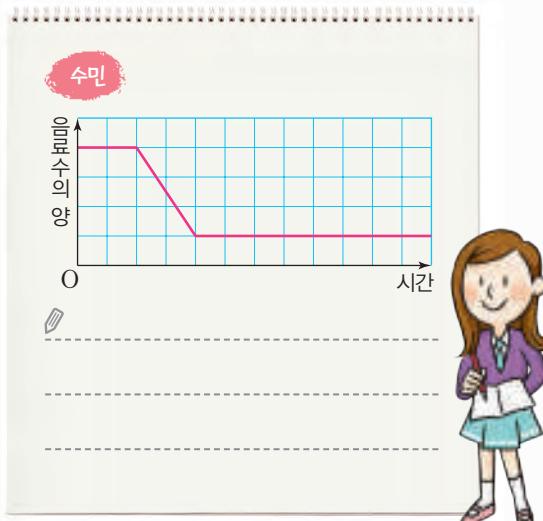
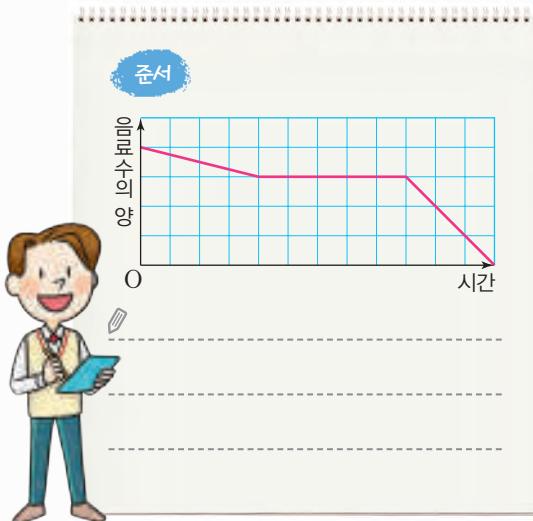
의사 소통

활동 목표 그래프를 보고 상황을 추측하여 글로 표현할 수 있다.

- 오른쪽은 하연이가 병에 남아 있는 음료수의 양을 시간에 따라 나타낸 그래프를 보고, 그 상황을 글로 표현한 것이다. 다음 문제를 해결해 보자.

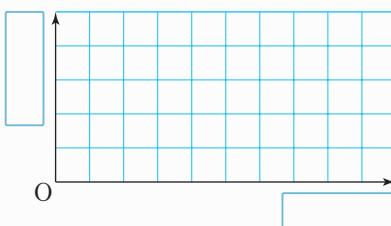


- 다음 그래프를 보고, 준서와 수민이가 음료수를 마시는 상황을 각각 글로 표현해 보자.



- 다음과 같은 순서로 그래프의 해석에 대한 문제를 만들고, 친구와 바꾸어 풀어 보자.

- 그래프로 나타낼 수 있는 상황을 생각한다.
- x 축, y 축을 정한다.
- ①의 상황을 그래프로 나타낸다.
- 친구와 ③의 그래프를 바꾸어 본다.
- 친구가 그린 그래프가 나타내는 상황을 글로 표현한다.



노벨 경제학상을 받은 수학자들

사회 과학의 한 분야인 경제학에서는 생산자나 소비자가 합리적이고 효율적으로 경제 활동을 한 자료를 분석하여 수학적 모델로 설명한다.

경제 현상을 설명할 때는 그래프로 나타내고 해석하는 등 수학적 분석 방법을 많이 사용하기 때문에 노벨 경제학상 수상자 중에는 수학자들이 많다.

다음은 노벨 경제학상을 받은 수학자들이다.

● 1975년

레오니트 칸토로비치
(Kantorovich, L. V.,
1912~1986) – 러시아

티알링 코프만스
(Koopmans, T. C.,
1910~1985) – 네덜란드

● 1994년

존 내시
(Nash, J. F.,
1928~2015) – 미국

● 2012년

로이드 셔플리
(Shapley, L. S.,
1923~2016) – 미국

2012년에 노벨 경제학상을 수상한 로이드 셔플리 교수는 안정적인 분배 이론을 설계한 공로로 상을 받고 나서 다음과 같이 말하였다고 한다.

“나 자신을 수학자로 생각해 왔기 때문에 경제학자들에게 주는 상인 노벨 경제학상을 탈 줄은 몰랐다. 나는 경제학 강의를 한 번도 들은 적이 없다.”

오늘날 경제학의 많은 이론이 수학적으로 표현되기 때문에 수학 내용을 잘 알고 있으면 경제학적 의미도 쉽게 이해할 수 있다.

(참고 자료: 노벨 재단, 2016)



2

정비례와 반비례

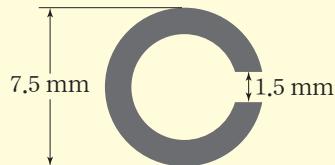
수학 + 의학

시력 검사표에는 원 모양의 고리인 랜돌트 고리(Landolt Ring)가 있다. 랜돌트 고리는 시력 측정에 이용되는 국제 표준 시표이다. 시력이 1.0이라는 것은 끊어진 부분의 길이가 1.5 mm인 랜돌트 고리를 5 m 거리에서 정확하게 식별할 수 있음을 의미한다.

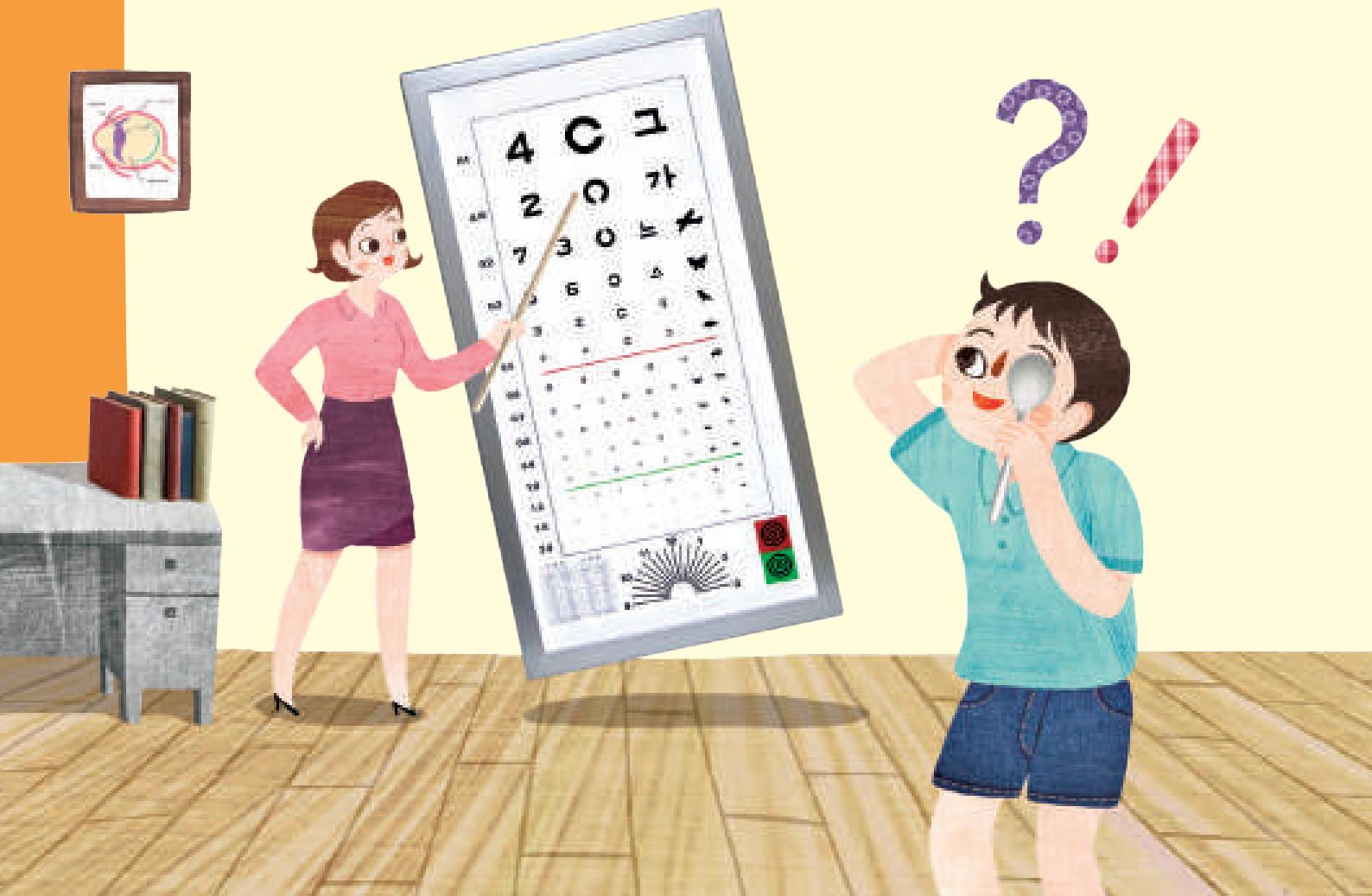
이때 랜돌트 고리에서 끊어진 부분의 길이는 바깥쪽

원의 지름의 길이의 $\frac{1}{5}$ 이다.

예를 들어 바깥쪽 원의 지름의 길이가 7.5 mm이면
끊어진 부분의 길이는 1.5 mm이다.



(참고 자료: 한천석, “시시력표에 관한 연구”)



• 단원 활동

시력 검사표의 랜돌트 고리에서 비례 관계를 알아보자.

활동 1

다음 표는 랜돌트 고리에서 바깥쪽 원의 지름의 길이가 x mm일 때 끊어진 부분의 길이 y mm를 나타낸 것이다. 이 표에서 x 와 y 사이의 관계를 말해 보자.

x	5	10	15	20	25	30
y	1	2	3	4	5	6

활동 2

다음 표는 시력이 x 인 사람이 5 m의 거리에서 정확하게 식별할 수 있는 랜돌트 고리의 끊어진 부분의 길이 y mm를 나타낸 것이다. 이 표에서 x 와 y 사이의 관계를 말해 보자.

x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
y	15	7.5	5	3.75	3	2.5

비 또는 곱이 일정한
두 변수의 관계를
알아볼까?



위의 활동으로 알게 된 것과 나의 학습 계획을 적어 보자.

| 알게 된 것

- ▶ 랜돌트 고리의 지름과 끊어진 부분의 길이 사이의 관계를 말할 수 있다.
- ▶ 시력과 랜돌트 고리의 끊어진 부분의 길이 사이의 관계를 말할 수 있다.

예 아니요

예 아니요

| 학습할 내용

- ▶ 정비례
- ▶ 반비례

| 학습 계획

작성 공간

학습 계획안 예시

- 예습과 복습을 열심히 하겠다.
- 수업 시간에 집중하겠다.
- 수학에 대한 자신감을 키우겠다.
- 모든 활동에 적극적으로 참여하겠다.

01

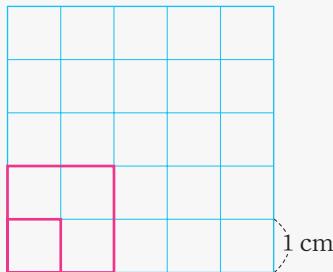
정비례

• 정비례 관계를 이해하고 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.

◆ 정비례 관계는 무엇일까?

개념 열기

다음 모눈종이 위에 정사각형을 한 변의 길이가 1 cm씩 늘어나도록 그리고, 물음에 답하시오.

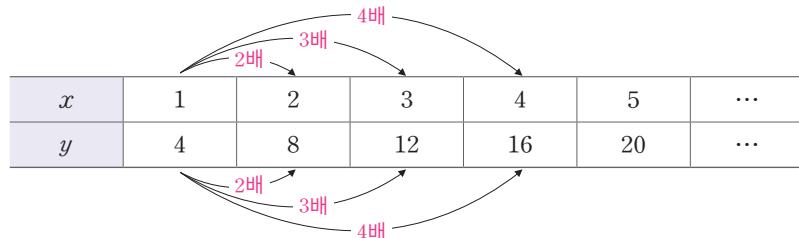


- 1 다음 표는 정사각형의 한 변의 길이 x cm와 둘레의 길이 y cm 사이의 관계를 나타낸 것이다. 표의 빈칸을 알맞게 채우시오.

x	1	2	3	4	5
y	4	8			

- 2 x 의 값이 2배, 3배, 4배, …로 변함에 따라 y 의 값은 어떻게 변하는지 말하시오.

위의 개념 열기에서와 같이 두 변수 x, y 에 대하여 x 의 값이 2배, 3배, 4배, …로 변함에 따라 y 의 값도 2배, 3배, 4배, …로 변할 때, y 는 x 에 **정비례**한다고 한다.



문제 01

y 가 x 에 정비례할 때, 다음 표의 빈칸을 알맞게 채우시오.

x	1	2	3	4	5	…
y	3	6				…

앞의 개념 열기에서 x 와 y 사이에는

둘레의 길이 변의 개수 한 변의 길이

$$y=4x$$

인 관계가 성립한다.

4	=	4	×	1
8	=	4	×	2
12	=	4	×	3
16	=	4	×	4
y	=	4	×	x

일반적으로 y 가 x 에 정비례하면 x 와 y 사이의 관계식은

일정한 수
 \downarrow
 $y=ax$

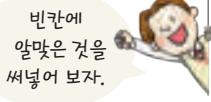
$$y=ax(a \neq 0)$$

로 나타낼 수 있다.

● 스스로 확인하기 ●

빈 통에 매번 5 L씩 물을 부을 때, x 분 후 물의 양을 y L라고 하자. 이때 x 와 y 사이의 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	2	3	4	5	...	x
y	5	10	15	20	25	...	$\square \times x$



따라서 y 는 x 에 정비례하고, x 와 y 사이의 관계식은 $y=\square \times x$ 이다.

문제 02

다음 표의 빈칸을 알맞게 채우고 y 가 x 에 정비례하는지 판별하시오. 이때 y 가 x 에 정비례하면 x 와 y 사이의 관계식을 구하시오.

(1) 병아리 x 마리의 다리 수 y 개



x	1	2	3	4	5	...
y						...

(2) 200쪽짜리 책 한 권을 읽을 때, 읽은 쪽수 x 쪽과 남은 쪽수 y 쪽

x	1	2	3	4	5	...
y						...

(3) 머리카락이 하루에 0.4 mm씩 자랄 때, x 일 동안 자란 머리카락의 길이 y mm

x	1	2	3	4	5	...
y						...

문제 03

의사소통

다음 두 학생의 대화에서 잘못된 부분을 각각 찾고, 그 이유를 설명하시오.



준서

나이를 먹을수록
키가 커지니까
사람이 키는 나이에
정비례해.



하연

동생이 나이를 먹을수록
나도 나이를 먹으니까
내 나이는 동생의 나이에
정비례해.

두 변수 x , y 에 대하여 y 가 x 에 정비례하고, 어떤 x 의 값에 대응하는 y 의 값을 알면 x 와 y 사이의 관계식을 구할 수 있다.

예제
1

주연이는 1000 mL의 수액을 맞고 있는데 2분 동안 10 mL가 투여되었다. 투여 시간을 x 분, 투여량을 y mL라고 할 때, y 는 x 에 정비례한다고 한다.

- (1) x 와 y 사이의 관계식을 구하시오.
- (2) 수액이 모두 투여될 때까지 걸리는 시간을 구하시오.

풀이

(1) y 가 x 에 정비례하므로 $y = ax (a \neq 0)$ 이다.

이 식에 $x=2$, $y=10$ 을 대입하면 $10=2a$, $a=5$

따라서 x 와 y 사이의 관계식은 $y=5x$ 이다.

(2) $y=5x$ 에 $y=1000$ 을 대입하면 $1000=5x$

이 식의 양변을 5로 나누면 $x=200$

따라서 수액이 모두 투여될 때까지 걸리는 시간은 200분이다.

답 (1) $y=5x$ (2) 200분

문제 04

어떤 빵 15개를 만드는 데 밀가루 600 g이 필요하다고 한다.

이 빵 x 개를 만드는 데 필요한 밀가루의 양을 y g이라고 할 때, y 는 x 에 정비례한다.

- (1) x 와 y 사이의 관계식을 구하시오.
- (2) 빵 12개를 만드는 데 필요한 밀가루의 양을 구하시오.



◆ 정비례 관계의 그래프는 어떻게 그릴까?

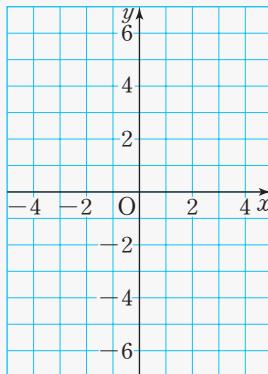
개념 열기

정비례 관계 $y=2x$ 에 대한 다음 물음에 답하시오.

- 1 다음 표에서 x 의 각 값에 대응하는 y 의 값을 빈칸에 알맞게 쓰시오.

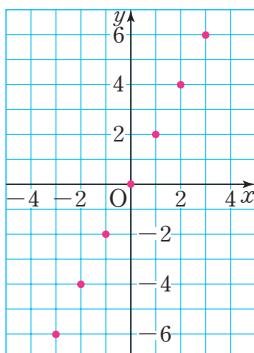
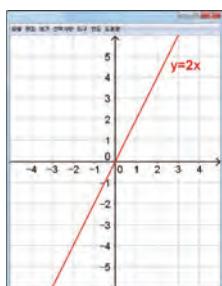
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

- 2 1에서 순서쌍 (x, y) 를 좌표로 하는 점을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내시오.

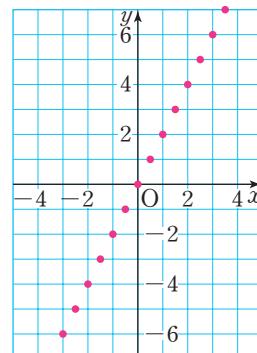


위의 개념 열기에서 x 의 값이 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 일 때, 정비례 관계 $y=2x$ 의 그래프는 <그림 1>과 같다. 또 x 의 값의 간격을 점점 작게 하면 그래프는 <그림 2>와 같이 점점 촘촘하게 나타나고, x 의 값의 범위를 수 전체로 확장하면 그래프는 <그림 3>과 같이 원점을 지나는 직선이 된다.

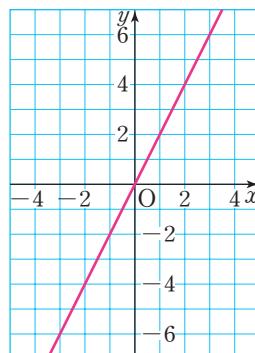
- ◉ 공학적 도구를 이용하여 정비례 관계 $y=2x$ 의 그래프를 그리면 다음과 같다.



<그림 1>



<그림 2>

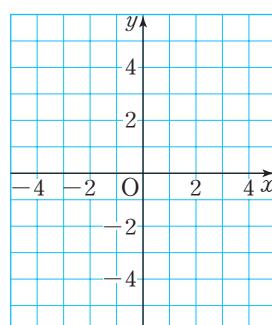


<그림 3>

문제 05

x 의 값이 다음과 같을 때, 정비례 관계 $y=-2x$ 의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

- (1) $-2, -1, 0, 1, 2$
- (2) $-2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2$
- (3) 수 전체

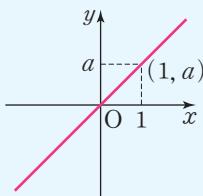


일반적으로 x 의 값의 범위가 수 전체일 때, 정비례 관계 $y=ax(a\neq 0)$ 의 그레프의 성질은 다음과 같다.

정비례 관계 $y=ax(a\neq 0)$ 의 그레프의 성질

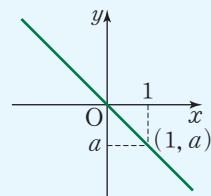
정비례 관계 $y=ax$ 의 그래프는 원점을 지나는 직선이다.

① $a>0$ 일 때



제1사분면과 제3사분면을 지난다.

② $a<0$ 일 때



제2사분면과 제4사분면을 지난다.

| 참고 | 특별한 말이 없으면 정비례 관계 $y=ax(a\neq 0)$ 에서 x 의 값의 범위는 수 전체로 생각한다.

문제 06

다음 정비례 관계의 그래프는 제몇 사분면을 지난는지 구하시오.

$$(1) y=5x$$

$$(2) y=-\frac{1}{7}x$$

정비례 관계 $y=ax(a\neq 0)$ 의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로 원점 O와 그래프가 지나는 다른 한 점을 찾아 직선으로 이으면 쉽게 그릴 수 있다.

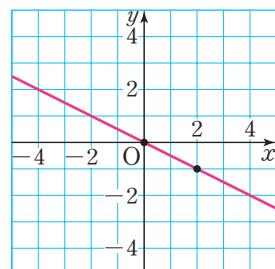
예제 2

정비례 관계 $y=-\frac{1}{2}x$ 의 그래프를 그리시오.

풀이 정비례 관계 $y=-\frac{1}{2}x$ 에서 $x=2$ 일 때, $y=-1$ 이므로

이 정비례 관계의 그래프는 점 $(2, -1)$ 을 지난다.

따라서 정비례 관계 $y=-\frac{1}{2}x$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 원점과 점 $(2, -1)$ 을 곧게 이은 직선이다.



답 그래프 참고

문제 07

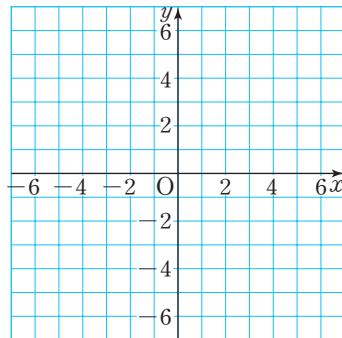
다음 빈칸에 알맞은 수를 써넣고, 오른쪽 좌표평면 위에 정비례 관계의 그래프를 그리시오.

(1) 정비례 관계 $y = \frac{2}{3}x$ 의 그래프는 원점과

점 $(3, \boxed{\quad})$ 을 지나는 직선이다.

(2) 정비례 관계 $y = -\frac{3}{5}x$ 의 그래프는 원점과

점 $(5, \boxed{\quad})$ 을 지나는 직선이다.

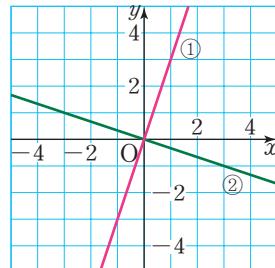


문제 08

정비례 관계 $y = ax$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음을 구하시오.

(1) 그래프 ①에 대한 a 의 값

(2) 그래프 ②에 대한 a 의 값



문제 해결 | 창의·융합

수학 **역량** 기르기

다음 정비례 관계의 상황을 표, 식, 그래프로 나타내시오. 또 우리 생활 주변에서 정비례 관계의 상황을 찾아 문장으로 표현한 후 표, 식, 그래프로 나타내시오.

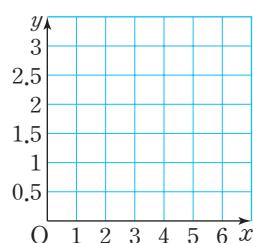
생활에서 찾은 정비례

초속 0.5 m 로 움직이는 무빙워크에 서 있는 사람이 x 초 동안 이동한 거리 $y\text{ m}$

① 표

x	1	2	3	4	5
y					

③ 그래프



② 식

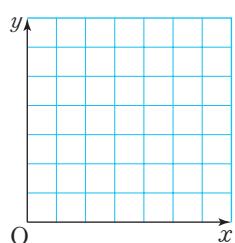
$y = \boxed{\quad}$

내가 찾은 정비례

① 표

x				
y				

③ 그래프



② 식

$y = \boxed{\quad}$

02

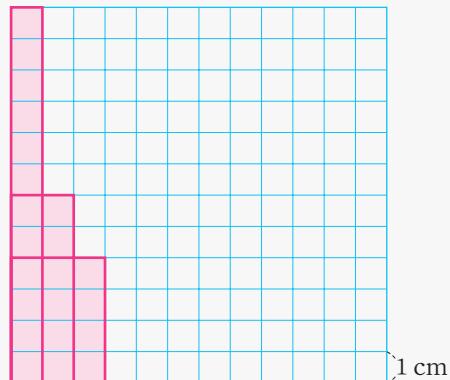
반비례

• 반비례 관계를 이해하고 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.

◆ 반비례 관계는 무엇일까?

개념 열기

다음 모눈종이 위에 넓이가 12 cm^2 인 직사각형을 그리고, 물음에 답하시오.

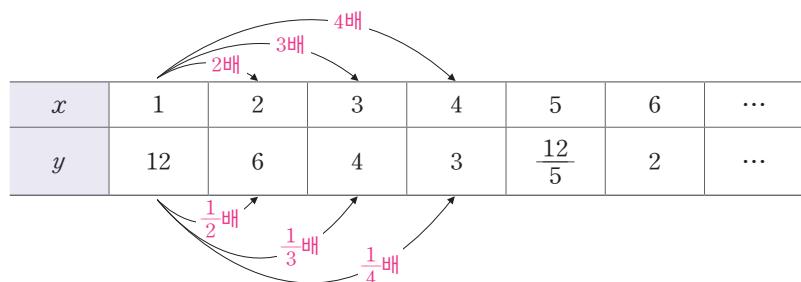


- 1 다음 표는 직사각형의 가로의 길이 $x \text{ cm}$ 와 세로의 길이 $y \text{ cm}$ 사이의 관계를 나타낸 것이다. 표의 빈칸을 알맞게 채우시오.

x	1	2	3	4	5	6	...
y	12	6					...

- 2 x 의 값이 2배, 3배, 4배, …로 변함에 따라 y 의 값은 어떻게 변하는지 말하시오.

위의 개념 열기에서와 같이 두 변수 x, y 에 대하여 x 의 값이 2배, 3배, 4배, …로 변함에 따라 y 의 값이 $\frac{1}{2}$ 배, $\frac{1}{3}$ 배, $\frac{1}{4}$ 배, …로 변할 때, y 는 x 에 **반비례**한다고 한다.



문제 01

y 가 x 에 반비례할 때, 다음 표의 빈칸을 알맞게 채우시오.

x	1	2	3	4	5	...
y	30	15				...

앞의 개념 열기에서 x 와 y 사이에는

$$y = \frac{12}{x}$$

인 관계가 성립한다.

세로의 길이 넓이 가로의 길이

$$\begin{array}{rcl} 12 & = & 12 \div 1 \\ 6 & = & 12 \div 2 \\ 4 & = & 12 \div 3 \\ 3 & = & 12 \div 4 \\ y & = & 12 \div x \end{array}$$

일반적으로 y 가 x 에 반비례하면 x 와 y 사이의 관계식은

일정한 수
↓
 $y = \frac{a}{x}$

$$y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$$

로 나타낼 수 있다.

● 스스로 확인하기 ●

용량이 200 L인 빈 통에 매번 x L씩 물을 부을 때, 물이 가득 찰 때까지 걸리는 시간을 y 분이라고 하자. 이때 x 와 y 사이의 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	2	3	4	5	...	x
y	200	100	$\frac{200}{3}$	50	40	...	$\frac{\square}{x}$

빈칸에
알맞은 것을
써넣어 보자.



따라서 y 는 x 에 반비례하고, x 와 y 사이의 관계식은 $y = \frac{\square}{x}$ 이다.

문제 02

다음 표의 빈칸을 알맞게 채우고 y 가 x 에 반비례하는지 판별하시오. 이때 y 가 x 에 반비례하면 x 와 y 사이의 관계식을 구하시오.

(1) 학생 60명을 몇 모둠으로 똑같이 나눌 때, 모둠의 수 x 개와 한 모둠의 학생 수 y 명

x	1	2	3	4	5	...
y						...

(2) 둘레의 길이가 20 cm인 직사각형의 가로의 길이 x cm와 세로의 길이 y cm

x	1	2	3	4	5	...
y						...

문제 03

의사소통

민호는 길이가 20 cm인 양초가 1분에 0.3 cm씩 타는 것을 보고 다음과 같이 말하였다.
민호의 말에 대한 자신의 생각을 말하시오.



두 변수 x , y 에 대하여 y 가 x 에 반비례하고, 어떤 x 의 값에 대응하는 y 의 값을 알면 x 와 y 사이의 관계식을 구할 수 있다.

예제
1

같은 온도에서 기체의 부피 $y \text{ cm}^3$ 는 압력 x 기압에 반비례한다. 어떤 기체의 부피가 20 cm^3 일 때, 압력은 4기압이다.

- (1) x 와 y 사이의 관계식을 구하시오.
- (2) 이 기체의 부피가 16 cm^3 일 때, 압력을 구하시오.

보일 법칙

1660년에 영국의 화학자 보일(Boyle, R., 1627~1691)이 같은 온도에서 기체의 압력과 부피는 서로 반비례하는 것을 발견했는데, 이를 ‘보일 법칙’이라고 한다.

풀이

$$(1) y \text{가 } x \text{에 반비례하므로 } y = \frac{a}{x} (a \neq 0) \text{이다.}$$

이 식에 $x=4$, $y=20$ 을 대입하면 $20 = \frac{a}{4}$, $a=80$

따라서 x 와 y 사이의 관계식은 $y = \frac{80}{x}$ 이다.

$$(2) y = \frac{80}{x} \text{에 } y=16 \text{을 대입하면 } 16 = \frac{80}{x}, x=5$$

따라서 이 기체의 부피가 16 cm^3 일 때 압력은 5기압이다.

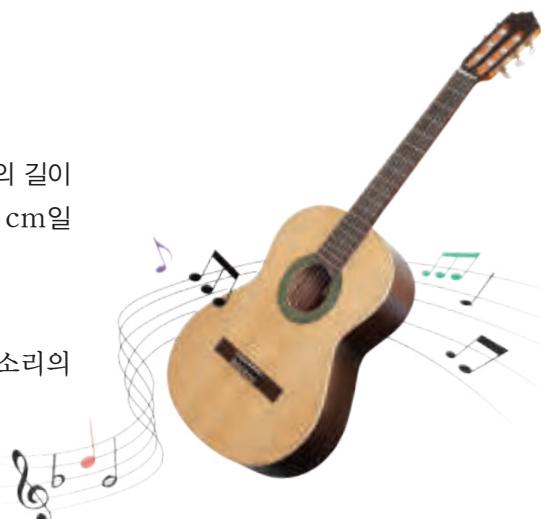
답 (1) $y = \frac{80}{x}$ (2) 5기압

문제 04

수학+음악

기타 소리의 주파수 $y \text{ Hz}$ (헤르츠)는 기타 줄의 길이 $x \text{ cm}$ 에 반비례한다. 기타 줄의 길이가 20 cm일 때, 기타 소리의 주파수는 120 Hz이다.

- (1) x 와 y 사이의 관계식을 구하시오.
- (2) 기타 줄의 길이가 30 cm일 때, 기타 소리의 주파수를 구하시오.



◆ 반비례 관계의 그래프는 어떻게 그릴까?

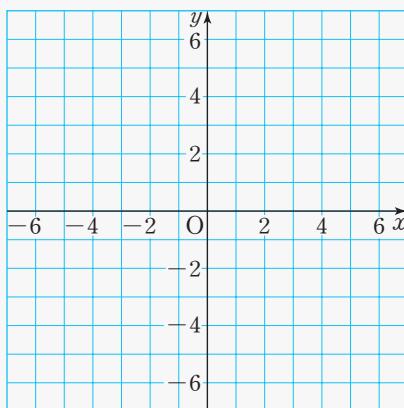
개념 열기

반비례 관계 $y = \frac{6}{x}$ 에 대한 다음 물음에 답하시오.

1 다음 표에서 x 의 각 값에 대응하는 y 의 값을 빈칸에 알맞게 쓰시오.

x	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
y								

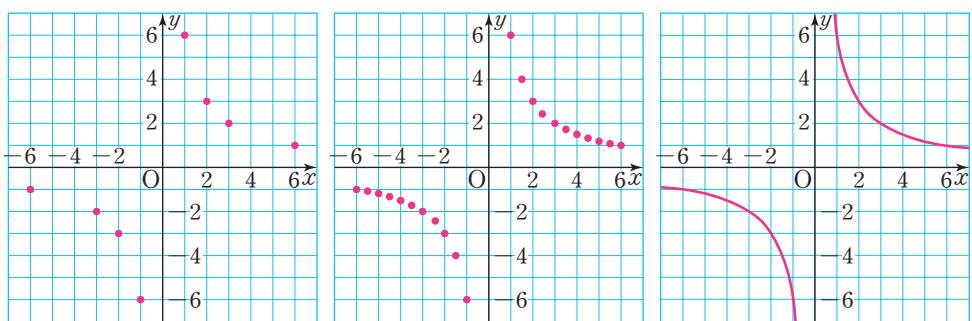
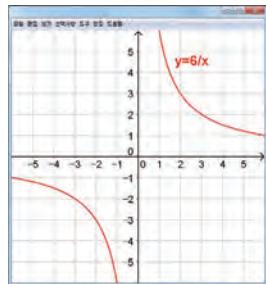
2 1에서 순서쌍 (x, y) 를 좌표로 하는 점을 아래의 좌표평면 위에 나타내시오.



위의 개념 열기에서 x 의 값이 $-6, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 6$ 일 때, 반비례 관계 $y = \frac{6}{x}$ 의 그래프는 <그림 1>과 같다. 또 x 의 값의 간격을 점점 작게 하면 그 그래프는 <그림 2>와 같이 점점 촘촘하게 나타나고, x 의 값의 범위를 0이 아닌 수 전체로 확장하면 그래프는 <그림 3>과 같이 좌표축에 가까워지면서 한없이 뻗어 나가는 한 쌍의 매끄러운 곡선이 된다.

● 공학적 도구를 이용하여

반비례 관계 $y = \frac{6}{x}$ 의 그래프를 그리면 다음과 같다.



<그림 1>

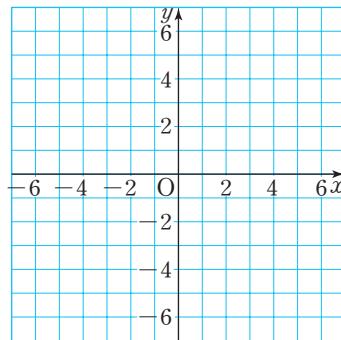
<그림 2>

<그림 3>

문제 05

x 의 값이 다음과 같을 때, 반비례 관계 $y = -\frac{6}{x}$ 의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

- (1) $-6, -2, -1, 1, 2, 6$
- (2) $-6, -3, -2, -1.5, -1, 1, 1.5, 2, 3, 6$
- (3) 0이 아닌 수 전체

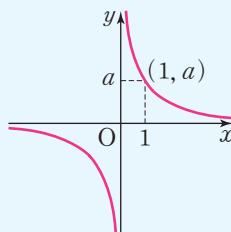


일반적으로 x 의 값의 범위가 0이 아닌 수 전체일 때, 반비례 관계 $y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$ 의 그래프의 성질은 다음과 같다.

반비례 관계 $y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$ 의 그래프의 성질

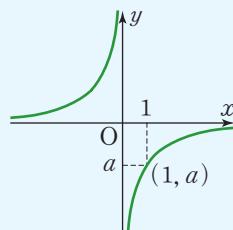
반비례 관계 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프는 한 쌍의 곡선이다.

① $a > 0$ 일 때



제1사분면과 제3사분면을 지난다.

② $a < 0$ 일 때



제2사분면과 제4사분면을 지난다.

| 참고 | 특별한 말이 없으면 반비례 관계 $y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$ 에서 x 의 값의 범위는 0이 아닌 수 전체로 생각한다.

문제 06

다음 반비례 관계의 그래프는 제몇 사분면을 지나는지 구하시오.

(1) $y = -\frac{5}{x}$

(2) $y = -\frac{10}{x}$

문제 07

다음 중에서 반비례 관계 $y = -\frac{15}{x}$ 의 그래프를 잘못 설명한 학생을 찾으시오.



선우
한 쌍의
곡선이다.



지수
점 $(-3, 5)$ 를
지난다.



준서
원점을 지난다.



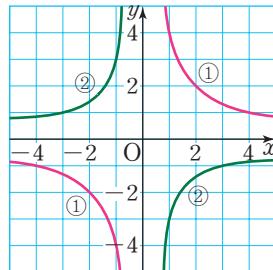
수민
제2사분면과
제4사분면을 지난다.

문제 08

반비례 관계 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때,

다음을 구하시오.

- (1) 그래프 ①에 대한 a 의 값
- (2) 그래프 ②에 대한 a 의 값



문제 해결 | 창의·융합

수학 **역량** 기르기

다음 반비례 관계의 상황을 표, 식, 그래프로 나타내시오. 또 우리 생활 주변에서 반비례 관계의 상황을 찾아 문장으로 표현한 후 표, 식, 그래프로 나타내시오.

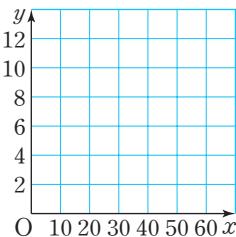
생활에서 찾은 반비례

자동차가 120 km의 거리를 시속 x km로 갈 때, 걸리는 시간 y 시간

① 표

x	10	20	30	40	50
y					

③ 그래프



② 식

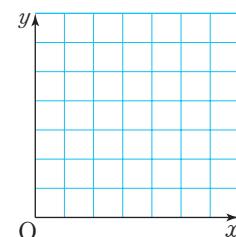
$y = \frac{120}{x}$

내가 찾은 반비례

① 표

x				
y				

③ 그래프



② 식

$y = \frac{1}{x}$

중단원 학습 점검

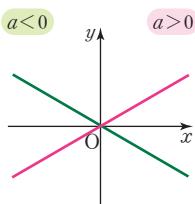
개념 정리

정비례

두 변수 x, y 에 대하여 x 의 값이 2배, 3배, 4배, …로 변함에 따라 y 의 값도 2배, 3배, 4배, …로 변하는 관계

$$\rightarrow y = ax (a \neq 0)$$

정비례 관계 $y = ax (a \neq 0)$ 의 그래프

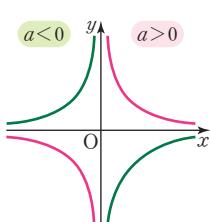


반비례

두 변수 x, y 에 대하여 x 의 값이 2배, 3배, 4배, …로 변함에 따라 y 의 값은 $\frac{1}{2}$ 배, $\frac{1}{3}$ 배, $\frac{1}{4}$ 배, …로 변하는 관계

$$\rightarrow y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$$

반비례 관계 $y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$ 의 그래프



O, X 문제

다음 문장이 옳으면 O, 옳지 않으면 X를 () 안에 쓰시오.

1 y 가 x 에 정비례할 때, $\frac{y}{x} (x \neq 0)$ 의 값은 항상 일정하다. ()

2 $y = ax$ 에서 $a < 0$ 이면 그래프는 제3사분면을 지난다. ()

3 $y = -\frac{1}{2}x$ 일 때, y 는 x 에 반비례한다. ()

4 $y = \frac{a}{x}$ 에서 $a > 0$ 이면 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다. ()

기초 문제

1 다음에 해당하는 것을 보기에서 모두 찾으시오.

• 보기 •

- ㄱ. 한 걸음마다 3 cm씩 이동하는 장난감 로봇이 x 걸음 걸었을 때, 걸은 거리 y cm
- ㄴ. 하루 중 낮의 길이가 x 시간일 때, 밤의 길이 y 시간
- ㄷ. 어느 음악 사이트에서 한 곡에 600원인 음악 x 곡을 내려받을 때, 지불 금액 y 원
- ㄹ. 길이가 100 cm인 끈을 x 개로 똑같이 나누었을 때, 끈 한 개의 길이 y cm

(1) 정비례 관계: _____

(2) 반비례 관계: _____

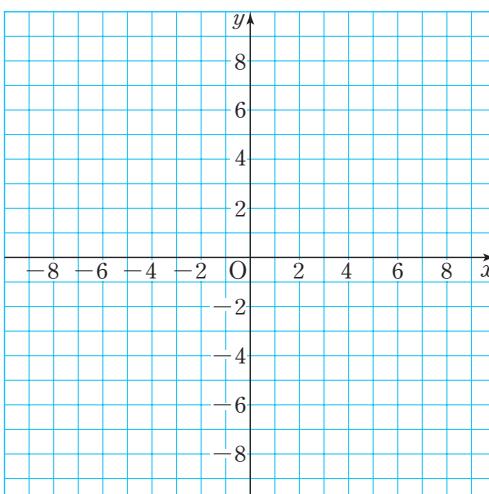
(3) 정비례도 반비례도 아닌 관계: _____

2

다음 관계식의 그래프를 아래의 좌표평면 위에 그리시오.

$$(1) y = -\frac{5}{4}x$$

$$(2) y = \frac{9}{x}$$



기본 문제

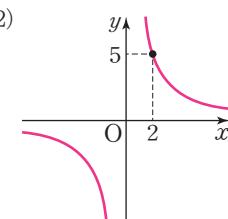
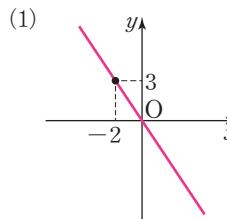
3 다음 대화를 읽고, 물음에 답하시오.



- (1) 번개가 치고 천둥소리가 들릴 때까지 걸린 시간을 x 초, 번개가 친 곳까지 거리를 y m라고 할 때, x 와 y 사이의 관계식을 구하시오.
- (2) 번개가 치고 3초 후에 천둥소리가 들렸을 때, 번개가 친 곳은 현재 위치에서 몇 m 떨어진 곳인지 구하시오.

4 자동차를 타고 집에서 150 km 떨어진 할머니집까지 시속 x km로 가는 데 걸리는 시간을 y 시간이라고 할 때, x 와 y 사이의 관계식을 구하고, 2시간 만에 도착하려면 시속 몇 km로 가야 하는지 구하시오.

5 다음은 각각 정비례, 반비례 관계의 그래프이다. 두 변수 x 와 y 사이의 관계식을 구하시오.



6 다음 보기의 관계식 중에서 그 그래프가 제4사분면을 지나는 것을 모두 찾으시오.

• 보기 •

ㄱ. $y = -3x$

ㄴ. $y = \frac{3}{4}x$

ㄷ. $y = \frac{6}{x}$

ㄹ. $y = -\frac{7}{x}$

7 다음을 만족시키는 a, b 의 값을 각각 구하시오.

(1) 정비례 관계 $y = ax$ 의 그래프가 두 점

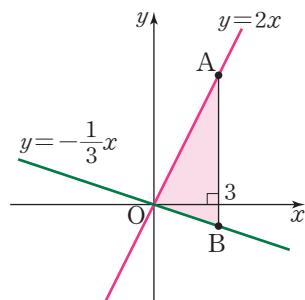
$(4, -2), (3, b)$ 를 지난다.

(2) 반비례 관계 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프가 두 점

$(3, -4), (b, 2)$ 를 지난다.

도전 문제

8 두 정비례 관계 $y = 2x$, $y = -\frac{1}{3}x$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 x 좌표가 3인 점 A, B를 각각 지날 때, 삼각형 AOB의 넓이를 구하시오.



수행 과제

까마귀는 어떻게 물을 마셨을까?

문제
해결

활동 목표 글에서 정비례나 반비례 관계의 상황을 찾아 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.

- ▣ 다음은 수현이가 “까마귀와 물병”을 읽고, 수학 글짓기를 한 것이다. 글을 읽고 아래 문제를 해결해 보자.

몹시 더운 날, 까마귀 한 마리가 목이 말라 물을 찾아 여기저기 돌아다니고 있었습니다.

“어이구, 물 한 모금만 마시면 살 것 같은데 어디에서 물을 구하지?”

까마귀는 지쳐서 날지도 못하고 종종 걸어 다녔습니다. 까마귀는 한참 걷다가 들에서 물병을 발견하고 얼른 물병 속으로 부리를 집어넣었습니다. 그러나 물이 병 밑바닥에 조금밖에 없어서 부리가 닿질 않았습니다. 까마귀는 무슨 좋은 방법이 없을까 생각하다가 잠시 후 주변에서 작은 돌멩이를 물고 돌아와 물병 속에 집어넣었습니다.

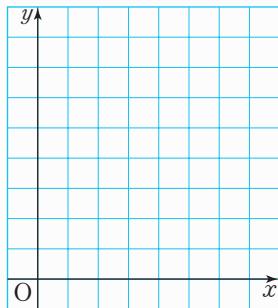
크기가 같은 돌멩이를 하나씩 넣을 때마다 물의 높이는 $\frac{3}{2}$ cm씩

높아졌습니다. 계속해서 돌멩이를 넣자 물은 까마귀의 부리가 닿는 곳까지 찼고 까마귀는 시원하게 목을 축일 수 있었답니다.



- 1 위의 글에서 서로 함께 변하는 두 양을 찾아 변수 x , y 를 정해 보자.

- 2 1의 두 변수 x 와 y 사이의 관계식을 구하고, 그 그래프를 그려 보자.



- 3 정비례나 반비례 관계의 상황을 넣어 수학 글짓기를 하고, 문제를 만들어 풀어 보자.

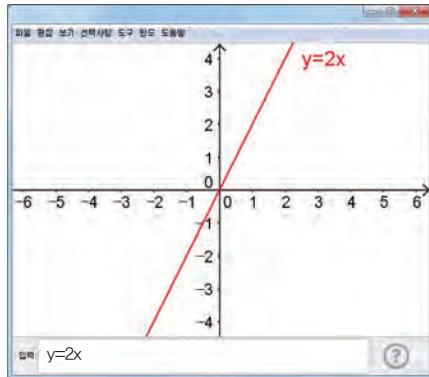


공학적 도구를 이용한 수학

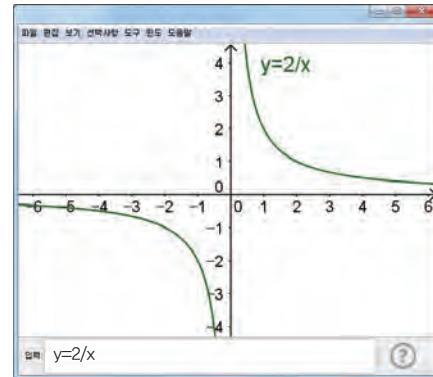
■ 공학적 도구를 이용하여 정비례 관계와 반비례 관계의 그래프를 그리고, 그 성질을 알아보자.

① 정비례 관계 $y=2x$, 반비례 관계 $y=\frac{2}{x}$ 의 그래프를 그려 보자.

① 입력 창에 ' $y=2x$ '를 입력한다.



② 입력 창에 ' $y=2/x$ '를 입력한다.



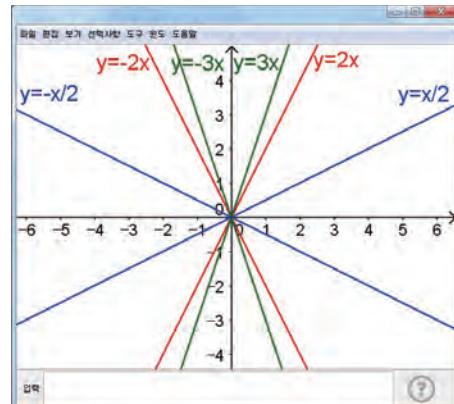
② 정비례 관계 $y=ax(a\neq 0)$ 의 그래프가 a 의 절댓값에 따라 어떻게 변하는지 확인해 보자.

공학적 도구를 이용하여 정비례 관계

$$y = \frac{1}{2}x, \quad y = 2x, \quad y = 3x,$$

$$y = -\frac{1}{2}x, \quad y = -2x, \quad y = -3x$$

의 그래프를 한 좌표평면 위에 그리면 오른쪽 그림과 같다. 이때 정비례 관계 $y=ax$ 의 그래프는 a 의 절댓값이 커질수록 y 축에 가까워짐을 알 수 있다.



스스로
해 보기

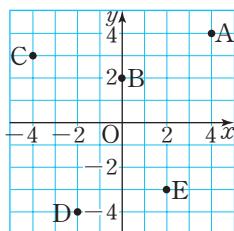
공학적 도구를 이용하여 반비례 관계

$$y = \frac{1}{x}, \quad y = \frac{2}{x}, \quad y = \frac{3}{x}, \quad y = -\frac{1}{x}, \quad y = -\frac{2}{x}, \quad y = -\frac{3}{x}$$

의 그래프를 한 좌표평면 위에 그리고, 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}(a\neq 0)$ 의 그래프가 a 의 절댓값에 따라 어떻게 변하는지 확인해 보자.

대단원 학습 평가

- 1 다음 중에서 좌표평면 위의 각 점의 좌표를 나타낸 것으로 옳은 것은?



- ① A(4, 3)
- ② B(2, 0)
- ③ C(-3, 2)
- ④ D(-2, -4)
- ⑤ E(3, -4)

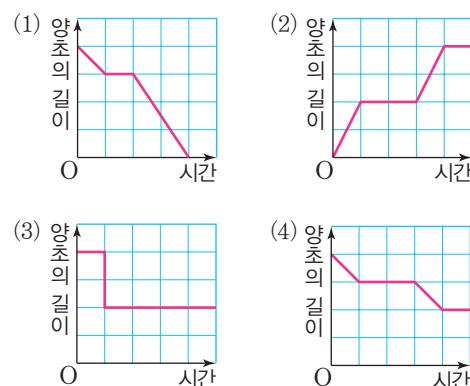
- 2 점 A($-2a, 3a+3$)은 x 축 위에 있고 점 B($2b-4, 5b+3$)은 y 축 위에 있을 때, 두 점 A, B의 좌표를 각각 구하시오.

- 3 다음 중에서 제3사분면 위의 점은?
- ① (2, 1)
 - ② (3, -1)
 - ③ (0, 0)
 - ④ (-6, 0)
 - ⑤ $\left(-\frac{1}{2}, -4\right)$

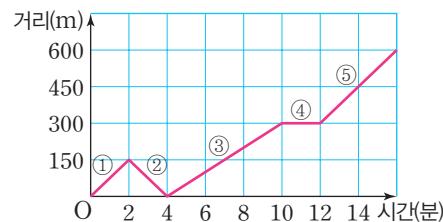
- 4 $a-b < 0, ab < 0$ 일 때, 점 (a, b) 는 제몇 사분면 위의 점인지 구하시오.

- 5 다음 상황에 알맞은 그래프를 찾으시오.

규리는 양초에 불을 붙였다가 잠시 뒤에 껏다.
그리고 조금 있다가 다시 불을 붙이고 양초가 처음 길이의 절반이 되었을 때 불을 껏다.



- 6 다음 그래프는 승호가 집에서 출발하여 학교에 도착할 때까지 집에서 떨어진 거리를 시간에 따라 나타낸 것이다.



- (1) 승호는 놓고 온 물건이 생각나서 집으로 다시 돌아갔다. 이 상황을 나타내는 구간을 ①~⑤ 중에서 찾으시오.
- (2) 승호는 학교에 도착하기 전 문구점에 들러 준비물을 샀다. 이 상황을 나타내는 구간을 ①~⑤ 중에서 찾으시오.
- (3) 집에서 학교까지 거리를 구하시오.

- 7 ●●● 다음은 y 가 x 에 정비례하는 예를 말한 것이다. 옳게 말한 학생을 모두 찾으시오.



지수

한 권에 1000원인 공책 x 권의 가격 y 원

선우

자동차가 시속 x km로 y 시간 동안 달린 거리 70 km

하연

자연수 x 의 3배보다 1만큼 작은 수 y 

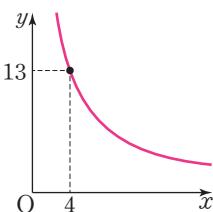
민호

원주율이 3.14일 때, 반지름의 길이가 x cm인 원의 둘레의 길이 y cm

- 8 ●●● 정비례 관계 $y = -\frac{2}{3}x$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 원점을 지난다.
- ② 점 $(9, -6)$ 을 지난다.
- ③ 제2사분면과 제4사분면을 지난다.
- ④ x 의 값이 커지면 y 의 값도 커진다.
- ⑤ 그래프의 모양은 직선이다.

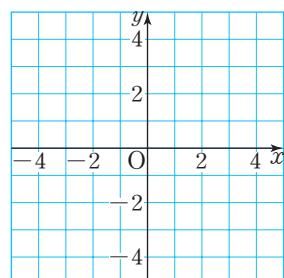
- 9 ●●● 오른쪽 그래프는 넓이가 일정한 삼각형의 밑변의 길이 x cm와 높이 y cm 사이의 관계를 나타낸 것이다. 이 삼각형의 밑변의 길이가 8 cm일 때, 높이를 구하시오.



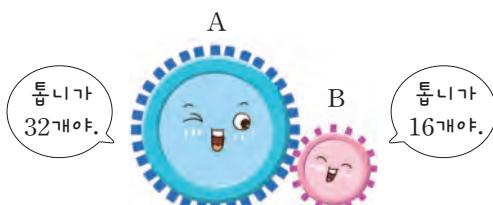
서술형문제

[10~13] 다음 문제의 풀이 과정을 자세히 쓰시오.

- 10 ●●● 네 점 $A(3, 4)$, $B(-1, 4)$, $C(-1, -2)$, $D(3, -2)$ 를 다음 좌표평면 위에 각각 나타내고, 네 점 A , B , C , D 를 꼭짓점으로 하는 사각형 $ABCD$ 의 넓이를 구하시오.



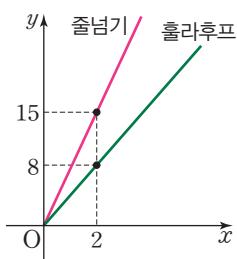
- 11 ●●● 톱니가 각각 32개, 16개인 두 톱니바퀴 A, B가 서로 맞물려 돌고 있다. A가 x 번 회전하면 B가 y 번 회전한다.



(1) x 와 y 사이의 관계식을 구하시오.

(2) A가 10번 회전하면 B는 몇 번 회전하는지 구하시오.

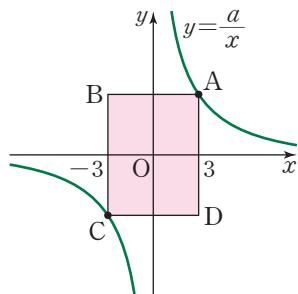
- 12 ●●● 오른쪽 그래프는 훌라후프와 줄넘기를 할 때, 운동 시간 x 분과 소모되는 열량 y kcal 사이의 관계를 각각 나타낸 것이다.



(1) 훌라후프와 줄넘기를 할 때, x 와 y 사이의 관계식을 각각 구하시오.

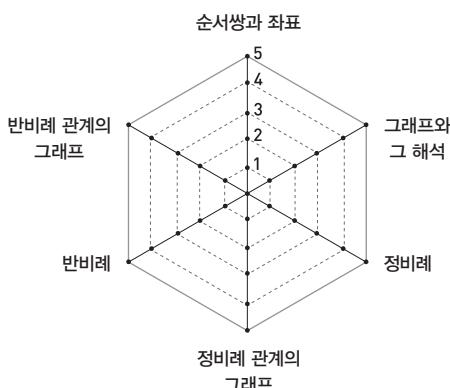
(2) 훌라후프와 줄넘기를 각각 40분 동안 할 때, 소모되는 열량의 차를 구하시오.

- 13 ●●● 다음 그림과 같이 x 좌표가 각각 3, -3인 두 점 A, C가 반비례 관계 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프 위에 있다. 직사각형 ABCD의 넓이가 48일 때, a 의 값을 구하시오. (단, 직사각형 ABCD의 모든 변은 각각 좌표축과 평행하다.)



자기 평가

- 1 이 단원에서 학습한 내용에 대한 나의 성취 수준을 다음 그림에 점으로 표시하고, 이웃한 점을 선으로 연결해 보자.



|성취 수준|

- 1수준: 개념을 이해하기 어려웠다.
- 2수준: 문제를 해결하기 어려웠다.
- 3수준: 문제를 일부 해결하였다.
- 4수준: 문제를 대부분 해결하였다.
- 5수준: 문제를 모두 해결하였다.

이해가 부족한
내용은 본문을 다시 복습!
문제가 더 필요하면
수학 익힘책 ▶ 272쪽

- 2 이 단원을 시작할 때 세운 학습 계획을 잘 실천하였는지 평가해 보고, 이해하기 어려웠던 내용을 적어 보자.



증권 분석사

뉴스나 신문을 보면
주식이나 금융에 대한 기사를
자주 접할 수 있는데, 주식이나
금융과 관련된 직업은
어떤 것이 있을까요?

주식이나 금융과 관련된
직업에는 증권 분석사가 있어.
증권 분석사가 하는 일을
설명해 줄게.



▣ 증권 분석사가 하는 일은?

▶ 증권 분석사는 주식 등과 같은 증권의 가치를 분석한다. 또 투자자가 맡긴 운용 자산을
효율적으로 관리해 최대한의 수익을 올릴 수 있도록 투자 계획을 세운다.

▣ 증권 분석에 수학이 이용되나요?

▶ 일정 기간의 주식 가격 변동은 그래프로 나타낼 수 있으므로 주가 분석을 하기 위해서는
그래프를 해석할 수 있어야 한다. 따라서 증권 분석사는 증권 시장의 흐름을 파악하는 분석
력과 수리 능력을 모두 갖추어야 위험을 효과적으로 관리할 수 있다.
수학자 출신인 미국의 어느 증권 분석사는 2000년대 초 자신이 개발한 프로그램을 증권
투자에 이용하여 수조 원이 넘는 수익을 기록했다고 한다.

(참고 자료: 커리어넷, 2016 / 홍의희, “월가 이야기”)

창의 융합 프로젝트

수학 + 과학

망원경을 최초로 만든 사람은 네덜란드의 리퍼세이(Lippershey, H., 1570~1619)로 알려졌다. 이탈리아의 천문학자 갈릴레이(Galilei, Galileo, 1564~1642)는 이 소식을 듣고 1609년에 망원경을 직접 제작하여 목성의 위성을 발견하였다.

망원경은 경통의 길이가 길어질수록 배율이 높아져 상을 자세하게 관찰할 수 있지만 눈에 보이는 범위가 좁아진다.

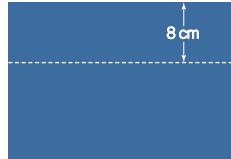
(참고 자료: 이강영, “보이지 않는 세계”)



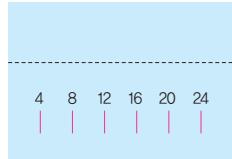
망원경 제작 및 시야 측정 방법



준비물: A4 크기 종이 2장, 투명테이프, 50 cm 자, 펜



〈종이 1〉



〈종이 2〉



- ① 왼쪽 그림과 같이 A4 크기 종이 2장에 8 cm 지점을 각각 접어 표시하고, 한 장에는 왼쪽부터 4 cm 간격으로 눈금을 그린다.

- ② ①의 종이 2장을 각각 아래변이 접은 선과 맞닿도록 말아서 원통 모양을 만든 후 투명테이프로 붙인다. 이때 〈종이 2〉는 표시된 눈금이 보이도록 한다.

- ③ 〈종이 1〉로 만든 원통 안에 〈종이 2〉로 만든 원통을 끼워 망원경을 만든다.

- ④ 벽에 50 cm 자를 붙인다.

- ⑤ 벽에서 3 m 정도 떨어진 지점에서 망원경으로 벽에 붙인 자를 보고 망원경 내부에서 보이는 부분의 자의 눈금을 읽어 시야를 측정한다. (단, 망원경의 시야는 망원경으로 보았을 때 보이는 범위를 말한다.)



망원경의 시야 측정 실험으로 망원경의 길이와 시야 사이의 관계를 추측해 보자.

활동지

망원경의 시야 측정 실험하기

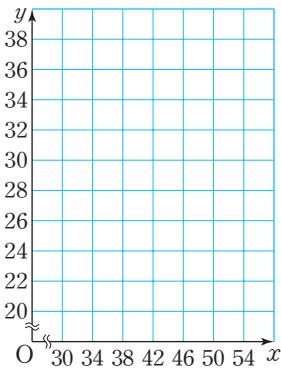
■ 모둠명:

■ 모둠원:

- 1 4 cm씩 표시된 눈금이 보이도록 망원경의 안쪽 원통을 빼면서 시야를 측정하여 표를 작성해 보자.

망원경의 길이(cm)	30	34	38	42	46	50	54
시야(cm)							

- 2 1에서 망원경의 길이를 x cm, 시야를 y cm라고 할 때, 순서쌍 (x, y) 를 좌표로 하는 점을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내 보자.



- 3 망원경의 길이와 시야 사이의 관계를 추측해 보자.

동료 평가

활동에 적극적으로 참여하였는가?

친구의 의견을 잘 듣고 존중하였는가?

활동 과정에서 다양하고 좋은 의견을 많이 냈는가?

활동 과정에서 협력하고 도왔는가?



스스로 푸는 자기 주도 학습

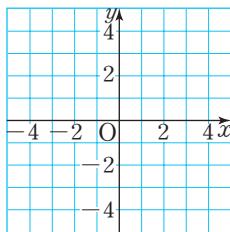
수학 익힘책

- I 수와 연산 268
- II 문자와 식 270
- III 좌표평면과 그래프 272
- IV 기본 도형 274
- V 평면도형과 입체도형 276
- VI 통계 278



- 1 ●●○ 다음 점의 좌표를 구하고, 오른쪽 좌표평면 위에 나타내시오.

(1) x 좌표가 4이고,
 y 좌표가 3인 점 A



(2) x 축 위에 있고, x 좌표가 -2인 점 B
(3) y 축 위에 있고, y 좌표가 -4인 점 C

- 2 ●●○ 좌표평면 위의 세 점 A(-4, -1), B(-2, 4), C(2, -1)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오.

- 3 ●●○ 다음 점이 제몇 사분면 위에 있는지 연결하시오.

- | | | |
|---------------|---|-------------------------|
| (1) A(-2, 5) | • | • (가) 제1사분면 |
| (2) B(-3, -6) | • | • (나) 제2사분면 |
| (3) C(6, 0) | • | • (다) 제3사분면 |
| (4) D(1, -2) | • | • (라) 제4사분면 |
| (5) E(5, 3) | • | • (마) 어느 사분면에도 속하지 않는다. |

- 4 ●●○ 다음 보기 중에서 옳지 않은 것을 모두 찾으시오.

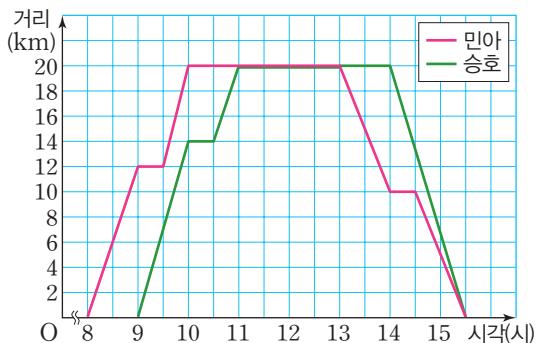
- 보기 •
- ㄱ. 점 (0, -1)은 x 축 위의 점이다.
- ㄴ. 점 (-5, 7)은 제2사분면 위의 점이다.
- ㄷ. y 축 위의 점은 x 좌표가 0이다.
- ㄹ. 제2사분면과 제3사분면 위의 점의 y 좌표는 음수이다.

- 5 ●●○ 점 P(- a , b)가 제1사분면 위의 점일 때, 다음 점은 제몇 사분면 위의 점인지 구하시오.

(1) A($a-b$, $\frac{b}{a}$)

(2) B(- ab , a)

- 6 ●●○ 민아와 승호는 스케이트보드를 타고 집에서 20 km 떨어진 공원을 다녀왔다. 다음 그래프는 민아와 승호의 집에서 떨어진 거리를 시간에 따라 각각 나타낸 것이다. 보기 중에서 옳은 것을 모두 찾으시오.



• 보기 •

- ㄱ. 민아는 승호보다 집에서 먼저 출발했다.
- ㄴ. 승호가 공원까지 가는 데 걸린 시간은 1시간이다.
- ㄷ. 민아와 승호가 공원에 머문 시간은 같다.
- ㄹ. 민아는 집으로 돌아올 때, 공원과 집의 중간 지점에서 쉬었다.
- ㅁ. 승호는 공원을 출발하여 45분 만에 집에 도착했다.

2. 정비례와 반비례

정답 및 해설 ▶ 313쪽

- 1 ●●○ 두 변수 x 와 y 사이의 관계가 다음과 같을 때, 표의 빈칸을 알맞게 채우시오.
- (1) y 가 x 에 정비례한다.

x	1	2	3	4	5
y			15		

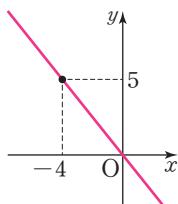
- (2) y 가 x 에 반비례한다.

x	1	2	3	4	5
y				$\frac{5}{4}$	

- 2 ●●○ 물체의 무게를 측정할 때, 지구에서 측정한 무게를 x kg, 달에서 측정한 무게를 y kg이라고 하면 y 는 x 에 정비례한다. 우주복을 입었을 때의 몸무게가 지구에서 180 kg이라면 달에서는 30 kg이라고 한다. 달에서 무게가 10 kg인 물건을 지구에서 측정했을 때의 무게를 구하시오.

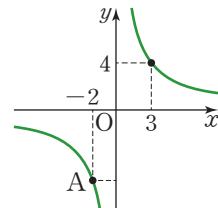


- 3 ●●○ 오른쪽 정비례 관계의 그래프에서 두 변수 x 와 y 사이의 관계식을 구하시오.



- 4 ●●○ 똑같은 기계 30대로 15시간을 작업해야 끝나는 일이 있다. 이 일을 똑같은 기계 x 대로 y 시간 작업해서 끝낸다고 할 때, x 와 y 사이의 관계식을 구하고, 일을 6시간 만에 끝내려면 몇 대의 기계가 필요한지 구하시오.

- 5 ●●○ 반비례 관계 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 점 A의 좌표를 구하시오.



- 6 ●●○ $ab > 0, a+b < 0$ 일 때, 다음 관계식의 그래프는 제몇 사분면을 지나는지 구하시오.

$$(1) y = \frac{b}{x} \quad (2) y = \frac{a}{b}x$$

- 7 ●●○ 다음 그림에서 두 점 A, C는 각각 정비례 관계 $y = 3x$, $y = \frac{1}{3}x$ 의 그래프 위의 점이고, 사각형 ABCD는 한 변의 길이가 6인 정사각형일 때, 점 A의 좌표를 구하시오.
(단, $x \geq 0$ 이고, 두 점 A, B의 x 좌표는 같다.)

