

IV

기본 도형

1. 기본 도형
2. 작도와 합동



종이접기, 그래픽 디자인, 건축 설계 등을 할 때는 도형에 대한 기본 지식이 있어야 한다. 도형을 구성하는 기본 요소인 점, 선, 면의 성질과 이들의 위치 관계를 파악하는 것은 실생활에서의 활용뿐만 아니라 수학의 다른 영역을 학습하는 데 필요하다.



배운 내용

- 직선, 선분, 반직선, 각과 직각, 수직과 평행, 합동과 대칭(초등)

이 단원에서는

- Ⅳ-1 점, 선, 면, 각
점, 직선, 평면의 위치 관계
동위각과 엇각
- Ⅳ-2 삼각형의 작도
삼각형의 합동

배울 내용

- 삼각형과 사각형의 성질, 도형의 닮음, 피타고라스 정리(중2)
- 삼각비(중3)

| 준비 학습 |

1 다음 빈칸에 알맞은 것을 쓰시오. **초등**

- (1) 두 점을 곧게 이은 선은 이다.
- (2) 한 점에서 한쪽으로 끝없이 늘인 곧은 선은 이다.

2 다음 시계의 바늘이 이루는 각을 예각, 직각, 둔각으로 구분하시오. **초등**

(1)



(2)

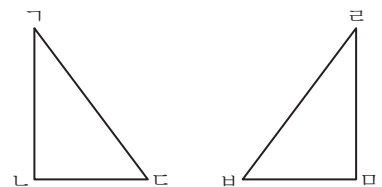


(3)



3 오른쪽 두 삼각형이 합동일 때, 다음을 구하시오. **초등**

- (1) 점 \angle 의 대응점
- (2) 변 \angle 의 대응변
- (3) 각 \angle 의 대응각



대단원
포트폴리오

이 단원을 학습하면서 다음 중에서 하나를 선택하여 작성해 보자.

☐ 수학 독후감

☐ 수학 글짓기

☐ 수학 신문

☐ 수학 만화

☐ 수학 마인드맵

☐ 수학 일기

수학 + 문화

밥상을 덮는 상보로 쓰이면서 무언가를 싸 담는 보자기로도 변신하는 조각보는 그 색상이 화사하고 구성이 절묘하다.

천 조각을 색깔과 모양에 맞추어 바느질하면 기능성과 심미성이 잘 어우러진 기하학적 문양의 조각보를 만들 수 있다. 여러 색상의 자투리 천을 활용한다는 점에서 우리 조상들이 지닌 생활의 지혜가 느껴진다.

(참고 자료: 박차지현, “청소년을 위한 한국미술사”)



• 단원 활동

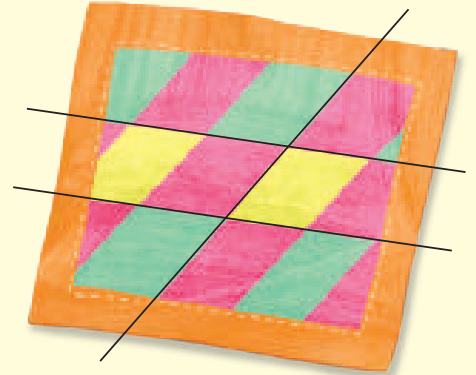
조각보에서 점, 선, 면, 각을 찾는 활동으로 기본 도형의 성질을 알아보자.



조각보에는 점, 선, 면도 있지만
각도 찾을 수 있어.

활동 1 오른쪽 조각보에서 두 직선이 만나는 점을 모두
찾아 표시해 보자.

활동 2 오른쪽 조각보에서 평행한 두 직선이 한 직선과
만날 때 생기는 각을 찾고, 각의 크기를 서로 비
교해 보자.



도형을 이루는
점, 선, 면, 각의 성질을
알아볼까?



위의 활동으로 알게 된 것과 나의 학습 계획을 적어 보자.

■ 알게 된 것

- ▶ 두 직선이 만나는 점을 찾을 수 있다.
- ▶ 평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때 생기는 각의 크기를 비교할 수 있다.

예 ☐ 아니요 ☐

예 ☐ 아니요 ☐

■ 학습할 내용

- ▶ 점, 선, 면, 각
- ▶ 점, 직선, 평면의 위치 관계
- ▶ 동위각과 엇각

■ 학습 계획



학습 계획안 예시

- 예습과 복습을 열심히 하겠다.
- 수업 시간에 집중하겠다.
- 수학에 대한 자신감을 키우겠다.
- 모둠 활동에 적극적으로 참여하겠다.

점, 선, 면, 각

• 점, 선, 면, 각을 이해한다.

◆ 점, 선, 면은 무엇일까?

개 념 열 기

종이 위에 크레파스를 이용하여 도형을 그리려고 한다.

1 크레파스를 세워서 움직이면 어떤 도형이 그려지는지 말하시오.

2 크레파스를 눕혀서 움직이면 어떤 도형이 그려지는지 말하시오.



● 선에는 직선과 곡선이 있고, 면에는 평면과 곡면이 있다.

점이 움직인 자리는 선이 되고, 선이 움직인 자리는 면이 된다.

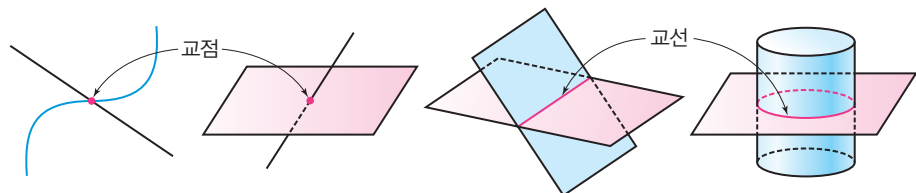


삼각형, 원과 같이 한 평면 위에 있는 도형은 평면도형이고 삼각뿔, 원기둥과 같이 한 평면 위에 있지 않은 도형은 입체도형이다. 평면도형과 입체도형은 모두 점, 선, 면으로 이루어졌다. 따라서 점, 선, 면은 도형을 구성하는 기본적인 요소라고 할 수 있다.



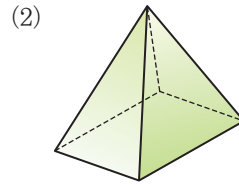
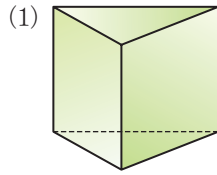
유클리드
(Euclid, B.C. 325?
~ B.C. 265?)
고대 그리스의 수학자. 기하학의 지식을 집대성하여 “원론”을 저술하였다.

점과 선은 두 도형이 만날 때도 생긴다. 선과 선 또는 선과 면이 만나서 생기는 점을 **교점**, 면과 면이 만나서 생기는 선을 **교선**이라고 한다.



문제 01

다음 두 입체도형에서 교점과 교선의 개수를 각각 구하시오.



◆ 직선, 반직선, 선분은 기호로 어떻게 나타낼까?

개 념 열 기

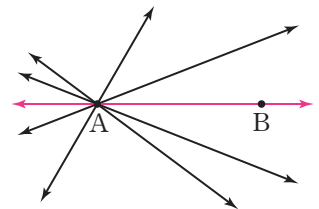
오른쪽 그림은 앞바퀴가 큰 형태의 자전거이다.

- 1 자전거 앞바퀴의 중심점 A를 지나는 직선은 하나뿐인지 말하시오.
- 2 자전거 앞바퀴의 중심점 A와 점 B를 지나는 직선은 하나뿐인지 말하시오.



오른쪽 그림과 같이 한 점 A를 지나는 직선은 무수히 많지만 서로 다른 두 점 A, B를 지나는 직선은 오직 하나뿐이다.

즉, 서로 다른 두 점은 직선 하나를 결정한다.



이때 두 점 A, B를 지나는 직선 AB를 기호로

\overleftrightarrow{AB}

와 같이 나타낸다. 또 이것을 간단히 직선 l 로 나타내기도 한다.

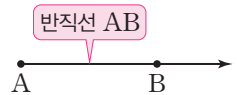


④ \overleftrightarrow{AB} 와 \overleftrightarrow{BA} 는 서로 같은 직선이다.

직선 AB 위의 한 점 A에서 시작하여 점 B의 방향으로 한없이 뻗어 나가는 직선 AB의 부분을 반직선 AB라 하고, 이것을 기호로

\overrightarrow{AB}

와 같이 나타낸다.



④ \overrightarrow{AB} 와 \overrightarrow{BA} 는 서로 다른 반직선이다.



④ \overline{AB} 와 \overline{BA} 는 서로 같은 선분이다.

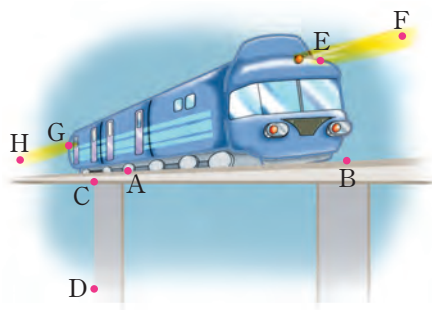
또 직선 AB 위의 두 점 A, B를 포함하여 점 A에서 점 B까지의 부분을 선분 AB라 하고, 이것을 기호로 \overline{AB} 와 같이 나타낸다.



문제 02

오른쪽 그림과 같이 8개의 점이 있을 때, 다음 도형을 그리고, 기호로 나타내시오.

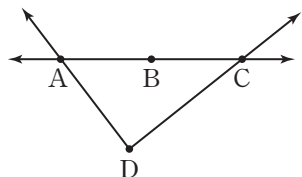
- (1) 직선 AB
- (2) 선분 CD
- (3) 반직선 EF
- (4) 반직선 GH



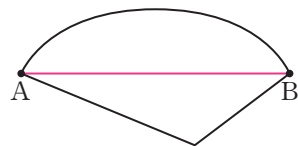
문제 03

오른쪽 그림에서 세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있을 때, 서로 같은 도형끼리 짝 지으시오.

\overline{AC} \overline{AB} \overline{BA} \overline{CD} \overline{DC} \overline{CA} \overline{DC}



서로 다른 두 점 A, B를 잇는 선은 무수히 많지만 그중에서 길이가 가장 짧은 것은 선분 AB이다. 이때 선분 AB의 길이를 **두 점 A, B 사이의 거리**라고 한다.



선분 AB의 길이가 5 cm일 때, 이것을 $\overline{AB}=5\text{ cm}$ 와 같이 나타낸다. 즉, \overline{AB} 는 선분을 나타내기도 하고, 그 선분의 길이를 나타내기도 한다.

두 선분 AB와 CD의 길이가 같을 때, 이것을 기호로

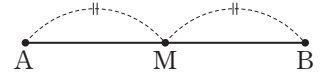
$$\overline{AB}=\overline{CD}$$

와 같이 나타낸다.

오른쪽 그림과 같이 선분 AB 위의 한 점 M에 대하여

$$\overline{AM} = \overline{MB}$$

일 때, 점 M을 선분 AB의 **중점**이라고 한다.

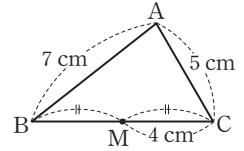


● 스스로 확인하기 ●

오른쪽 삼각형 ABC에서 점 M은 변 BC의 중점일 때,

$$\overline{AB} = 7 \text{ cm}, \overline{AC} = \boxed{} \text{ cm}$$

$$\overline{BM} = \boxed{} \text{ cm}, \overline{BC} = \boxed{} \text{ cm}$$

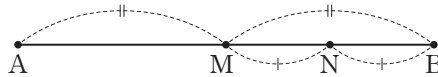


빈칸에
알맞은 것을
써넣어 보자.



문제 04

다음 그림에서 점 M은 \overline{AB} 의 중점이고, 점 N은 \overline{MB} 의 중점일 때, 빈칸에 알맞은 수를 쓰시오.



(1) $\overline{MN} = \boxed{} \overline{AM}$

(2) $\overline{AB} = \boxed{} \overline{NB}$

추론

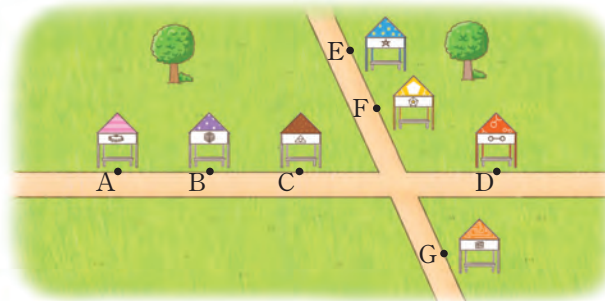
수학 역량 기르기

추론할 때는

- ✓ 관찰과 추측으로 수학적 사실을 이끌어 낸다.
- ✓ 추측한 내용이 참인지 확인한다.

민지는 학교 수학 축제에서 체험관을 운영하게 되었다. 다음을 이용하여 민지의 체험관을 찾으시오.

- (가) 민지의 체험관은 직선 CD 위에 있다.
- (나) 선분 AD의 중점과 선분 AC의 중점에 각각 체험관 C, B가 있다.
- (다) 민지의 체험관에서 체험관 D까지 거리는 민지의 체험관에서 체험관 A까지 거리의 3배이다.



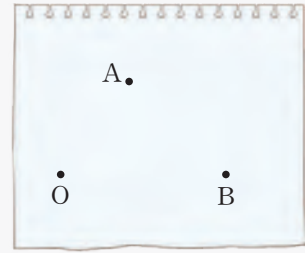
◆ 작은 기호로 어떻게 나타낼까?

개 념 열 기

오른쪽 그림 위에 반직선 OA, OB를 각각 그리고 물음에 답하시오.

1 반직선 OA와 반직선 OB가 만나는 점을 말하시오.

2 반직선 OA와 OB가 이루는 각을 표시하시오.

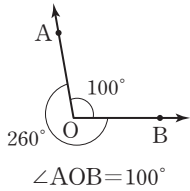


한 점 O에서 시작하는 두 반직선 OA, OB로 이루어진 도형을 각 AOB라고 하고, 이것을 기호로

$\angle AOB$ 또는 $\angle BOA$

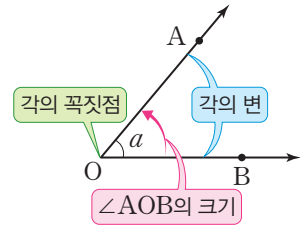
와 같이 나타낸다. 또 간단히 $\angle O$ 또는 $\angle a$ 로 나타내기도 한다.

☞ $\angle AOB$ 는 보통 크기가 작은 쪽의 각을 말한다.



$\angle AOB$ 에서 점 O를 각의 꼭짓점, 두 반직선 OA, OB를 각의 변이라 하고 꼭짓점 O를 중심으로 변 OB가 변 OA까지 회전한 양을 $\angle AOB$ 의 크기라고 한다.

$\angle AOB$ 의 크기가 45° 일 때, 이것을 $\angle AOB = 45^\circ$ 와 같이 나타낸다. 즉, $\angle AOB$ 는 각을 나타내기도 하고, 그 각의 크기를 나타내기도 한다.

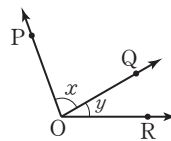


스스로 확인하기

오른쪽 그림에서

(1) $\angle x = \angle POQ = \angle QOP$

(2) $\angle y = \square = \square$



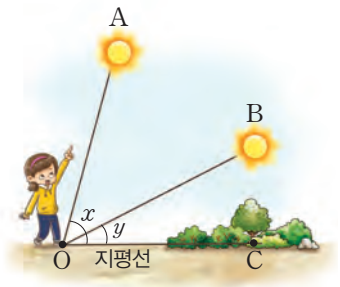
빈칸에 알맞은 것을 써넣어 보자.



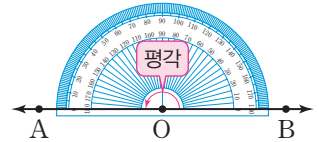
문제 05

+ 수학 + 과학

오른쪽 그림은 어느 지역에서 하룻날과 동짓날 정오에 떠 있는 태양의 위치를 각각 A, B로 나타낸 것이다. 이때 태양의 고도 $\angle x$, $\angle y$ 를 점 A, B, C, O를 사용하여 각각 나타내시오.



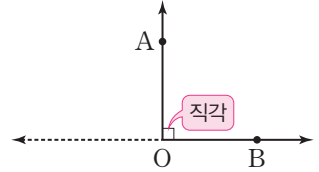
$\angle AOB$ 에서 두 변 OA 와 OB 가 점 O 를 중심으로 서로 반대쪽에 있고 한 직선을 이룰 때, 즉 $\angle AOB = 180^\circ$ 일 때, 이 각을 **평각**이라고 한다.



초등에서 배웠어요!

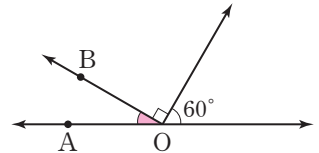
0° 보다 크고 90° 보다 작은 각을 예각, 90° 보다 크고 180° 보다 작은 각을 둔각이라고 한다.

평각의 크기의 $\frac{1}{2}$ 인 각, 즉 크기가 90° 인 각을 직각이라고 한다. 도형에서 직각을 나타낼 때는 오른쪽 그림과 같이 표시한다.



문제 06

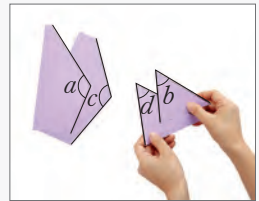
오른쪽 그림에서 $\angle AOB$ 의 크기를 구하시오.



◆ 맞꼭지각은 무엇일까?

개 념 열 기

다음은 두 직선이 만나서 생기는 각의 크기를 비교하는 활동이다.



① 두 직선이 한 점에서 만나도록 그린다.

② 네 각을 표시하고 선을 따라 각을 오린다.

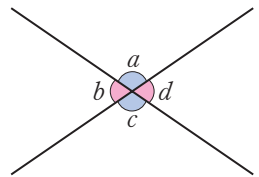
③ 네 각의 크기를 서로 비교한다.

위의 활동에서 크기가 서로 같은 각을 찾으시오.

두 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 네 각 $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$ 를 두 직선의 **교각**이라고 한다. 이 교각 중에서 $\angle a$ 와 $\angle c$, $\angle b$ 와 $\angle d$

와 같이 서로 마주 보는 각을 **맞꼭지각**이라고 한다.

이때 위의 개념 열기에서 맞꼭지각은 서로 포개어지므로 그 크기는 서로 같음을 알 수 있다.



이상을 정리하면 다음과 같다.

맞꼭지각의 성질

맞꼭지각의 크기는 서로 같다.

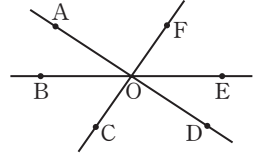
스스로 확인하기

오른쪽 그림과 같이 세 직선이 한 점 O에서 만날 때

(1) $\angle AOB$ 의 맞꼭지각은 $\angle DOE$ 이다.

(2) $\angle AOF$ 의 맞꼭지각은 이다.

(3) $\angle COE$ 의 맞꼭지각은 이다.

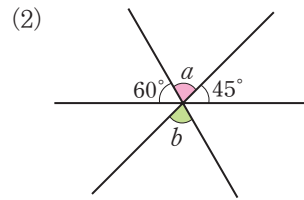
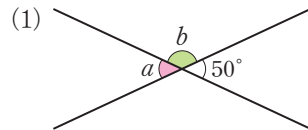


빈칸에
알맞은 것을
써넣어 보자.



문제 07

다음 그림에서 $\angle a$, $\angle b$ 의 크기를 각각 구하시오.



열린 문제 08

다음 그림에서 맞꼭지각을 찾을 수 있는 물건을 표시하시오. 또 이와 같이 우리 생활 주변에서 맞꼭지각을 찾을 수 있는 예를 드시오.



④ 직교(直交)는 '직각으로 만나다.'는 뜻이다.

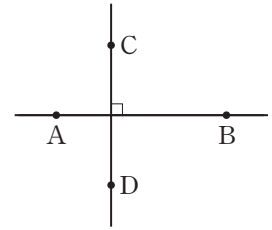
◆ 직교, 수직이등분선, 수선의 발은 무엇일까?

두 직선 AB와 CD의 교각이 직각일 때, 이 두 직선은 **직교**한다고 하고, 이것을 기호로

$$\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$$

와 같이 나타낸다.

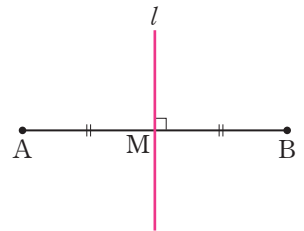
이때 두 직선 AB와 CD는 서로 수직이라고도 하고, 한 직선을 다른 직선의 수선이라고 한다.



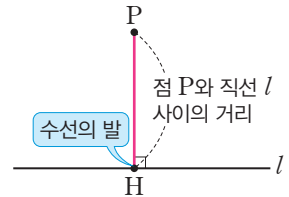
또 오른쪽 그림과 같이 선분 AB의 중점 M을 지나고 선분 AB에 수직인 직선 l 을 선분 AB의 **수직이등분선**이라고 한다. 직선 l 이 선분 AB의 수직이등분선이면

$$l \perp \overline{AB}, \overline{AM} = \overline{MB}$$

이다.



한편 오른쪽 그림과 같이 직선 l 위에 있지 않은 점 P에서 직선 l 에 수선을 그어 생기는 교점을 H라고 할 때, 이 점 H를 점 P에서 직선 l 에 내린 **수선의 발**이라고 한다.



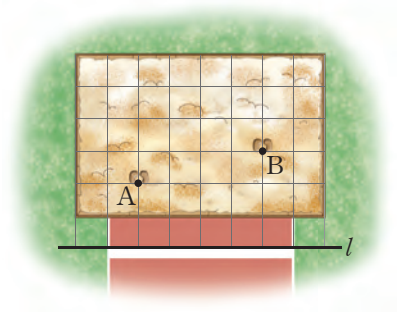
이때 선분 PH는 점 P와 직선 l 위에 있는 점을 잇는 선분 중에서 길이가 가장 짧다. 이 선분 PH의 길이를 점 P와 직선 l 사이의 거리라고 한다.

문제 09 + 수학+스포츠

멀리뛰기 기록은 발뒤꿈치에서 구름판에 내린 수선의 발까지의 거리로 정한다. 오른쪽 그림은 어느 학생이 두 번 멀리뛰기한 결과를 나타낸 것이다.

(단, 눈금의 단위는 1 m이다.)

- (1) 두 점 A, B에서 직선 l 에 내린 수선의 발 P, Q를 각각 오른쪽 그림 위에 나타내고, 두 번의 멀리뛰기 기록을 각각 구하시오.
- (2) 선분 PQ의 수직이등분선을 그리시오.





점, 직선, 평면의 위치 관계

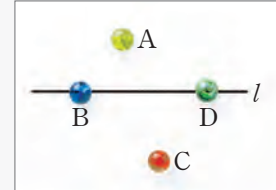
• 점, 직선, 평면의 위치 관계를 설명할 수 있다.

◆ 점과 직선, 평면에서 두 직선은 어떤 위치 관계가 있을까?

개 념 열 기



우리나라 전통 놀이인 ‘구슬 던지기’는 구슬을 선에 가장 가까운 곳에 던진 사람이 이기는 놀이이다. 오른쪽 그림과 같이 구슬을 던졌을 때, 빈칸에 알맞은 것을 쓰시오.



1 직선 l 위에 있는 구슬은 , 이다.

2 직선 l 위에 있지 않은 구슬은 , 이다.

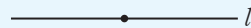
위의 개념 열기에서 구슬 B, D는 직선 l 위에 있고, 구슬 A, C는 직선 l 위에 있지 않다.

일반적으로 점과 직선의 위치 관계는 다음의 두 가지 경우가 있다.

① ‘점이 직선 위에 있다.’는 ‘직선이 점을 지난다.’와 같은 뜻이다. 또 ‘점이 직선 위에 있지 않다.’는 ‘직선이 점을 지나지 않는다.’와 같은 뜻이다.

점과 직선의 위치 관계

① 점이 직선 위에 있다.



② 점이 직선 위에 있지 않다.



문제 01

오른쪽 그림의 네 점 A, B, C, D에 대하여 옳게 말한 학생을 모두 찾으시오.



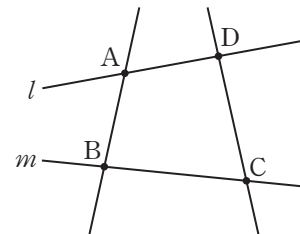
점 A는
직선 l 위에
있다.



점 D는
직선 m 위에
있다.



점 B, C는
직선 l 위에
있지 않다.

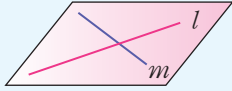


일반적으로 한 평면 위에 있는 두 직선의 위치 관계는 다음의 세 가지 경우가 있다.

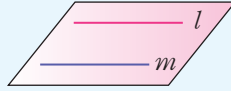
☞ 일치하는 두 직선은 한 직선으로 본다.

평면에서 두 직선의 위치 관계

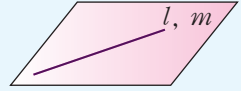
① 한 점에서 만난다.



② 평행하다.



③ 일치한다.



특히 두 직선 l, m 이 서로 만나지 않을 때, 두 직선 l, m 은 서로 평행하다고 하고, 이것을 기호로

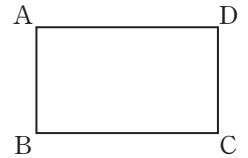
$$l \parallel m$$

과 같이 나타낸다.

이때 평행한 두 직선을 평행선이라고 한다.

문제 02

오른쪽 직사각형 ABCD에서 서로 알맞은 것끼리 모두 연결하시오.



- (1) 변 BC와 한 점에서 만나는 변 •
- (2) 변 AD와 평행한 변 •

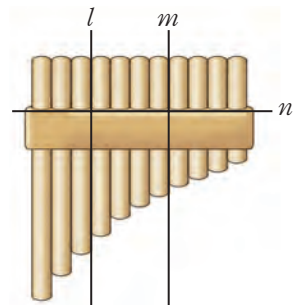
- (가) 변 AB
- (나) 변 BC
- (다) 변 CD
- (라) 변 AD

문제 03

+ 수학+음악

오른쪽 그림은 목관 악기인 팬파이프이다. 팬파이프의 관이 서로 평행할 때, 팬파이프에 표시된 세 직선 l, m, n 에 대하여 다음을 구하시오.

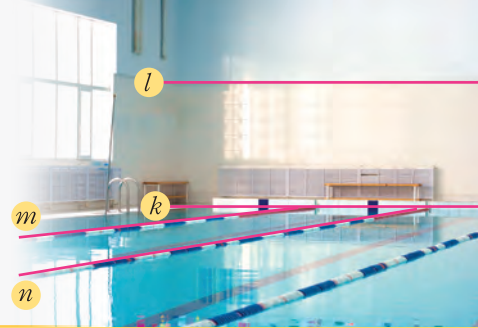
- (1) 직선 l 과 평행한 직선
- (2) 직선 m 과 만나는 직선



◆ 공간에서 두 직선은 어떤 위치 관계가 있을까?

개 념 열 기

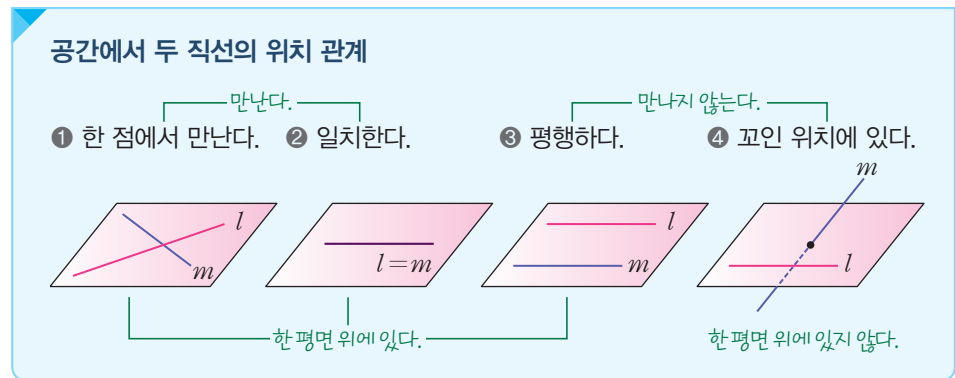
오른쪽 그림과 같이 수영장에 있는 네 선 l, m, n, k 를 직선이라고 생각할 때, 만나지도 않고 평행하지도 않은 두 직선을 말하시오.



한 평면 위의 두 직선은 평행하지 않으면 반드시 만난다. 그러나 공간에서의 두 직선은 서로 만나지도 않고 평행하지도 않은 경우가 있다.

이와 같은 두 직선을 **꼬인 위치**에 있다고 한다. 꼬인 위치에 있는 두 직선은 한 평면 위에 있지 않다.

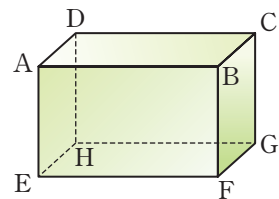
일반적으로 공간에서 두 직선의 위치 관계는 다음의 네 가지 경우가 있다.



문제 04

오른쪽 직육면체에서 다음을 구하시오.

- (1) 모서리 AD와 한 점에서 만나는 모서리
- (2) 모서리 AD와 평행한 모서리
- (3) 모서리 AD와 꼬인 위치에 있는 모서리



열린 문제 05

우리 생활 주변에서 꼬인 위치에 있는 두 직선의 예를 찾으시오.

◆ 공간에서 직선과 평면은 어떤 위치 관계가 있을까?

개 념 열 기

오른쪽 그림과 같이 지면 위에 설치한 텐트의 세 선 l , m , n 을 직선이라고 생각할 때, 물음에 답하시오.

- 1 지면과 한 점에서 만나는 직선을 말하시오.
- 2 지면과 만나지 않는 직선을 말하시오.



과녁에 쏜 화살에서 평면과 한 점에서 만나는 직선을 찾을 수 있다.

평면은 보통 대문자 P 로 나타낸다.

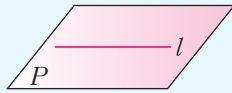
위의 개념 열기에서 직선 l 은 지면과 한 점에서 만나고, 직선 m 은 지면과 만나지 않는다.

한편 직선 n 은 지면에 포함된다.

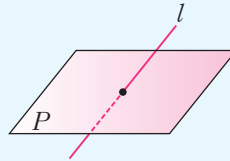
일반적으로 공간에서 직선과 평면의 위치 관계는 다음의 세 가지 경우가 있다.

공간에서 직선과 평면의 위치 관계

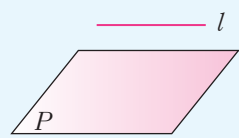
① 포함된다.



② 한 점에서 만난다.



③ 평행하다.



특히 직선 l 과 평면 P 가 만나지 않을 때, 직선 l 과 평면 P 는 서로 평행하다고 하고, 이것을 기호로

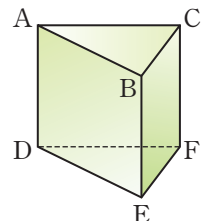
$$l \parallel P$$

와 같이 나타낸다.

문제 06

오른쪽 삼각기둥에서 다음을 구하시오.

- (1) 면 ABC에 포함된 모서리
- (2) 면 ADFC와 한 점에서 만나는 모서리
- (3) 면 DEF와 평행한 모서리

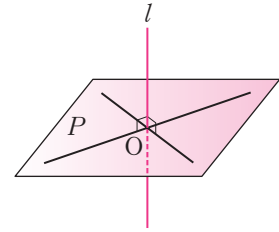


오른쪽 그림과 같이 직선 l 이 평면 P 와 한 점 O 에서 만나고 점 O 를 지나는 평면 P 위의 모든 직선과 수직일 때, 직선 l 과 평면 P 는 서로 수직이다 또는 직교한다고 하고, 이것을 기호로

$$l \perp P$$

와 같이 나타낸다.

이때 직선 l 을 평면 P 의 수선이라고 한다.

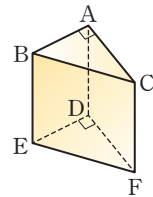


일반적으로 직선 l 이 점 O 를 지나는 평면 P 위의 서로 다른 두 직선과 수직이면 직선 l 과 평면 P 는 수직이다.

스스로 확인하기

오른쪽 삼각기둥에서

- (1) 모서리 AB 는 모서리 AC , AD 와 수직이므로 면 $ADFC$ 와 수직이다.
- (2) 모서리 AC 는 모서리 BC 와 수직이 아니므로 면 $BEFC$ 와 (수직이다./수직이 아니다.)



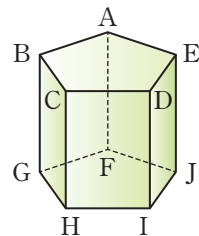
괄호 안의
알맞은 것에
○표를 해 보자.



문제 07

오른쪽 오각기둥에서 다음을 구하시오.

- (1) 모서리 BG 와 수직인 면
- (2) 면 $ABCDE$ 와 수직인 모서리



의사소통

수학 역량 기르기

설명할 때는

- ✓ 수학적 표현의 의미를 이해한다.
- ✓ 자신의 주장을 논리적으로 설명한다.

다음은 지수가 공간에서 직선과 평면의 위치 관계를 정리한 것이다. 지수의 정리 내용 중에서 잘못된 부분을 바르게 고치고, 그 이유를 설명하시오.

1. 한 평면에 수직인 서로 다른 두 직선은 평행하다.
2. 한 평면에 평행한 서로 다른 두 직선은 평행하다.
3. 한 평면에 수직인 직선과 그 평면에 평행한 직선은 서로 평행하다.



동위각과 엇각

•평행선에서 동위각과 엇각의 성질을 이해한다.

◆ 동위각과 엇각은 무엇일까?

개 념 열 기

오른쪽 그림과 같이 어느 지하철역의 출구가 도로 모퉁이에 8개 있다.

- 1 1번 출구는 ⑦에서 왼쪽 위에 있다고 할 때, ④에서 왼쪽 위에 있는 출구를 말하시오.
- 2 2번 출구와 8번 출구가 서로 엇갈린 위치에 있다고 할 때, 3번 출구와 서로 엇갈린 위치에 있는 출구를 말하시오.



오른쪽 그림과 같이 한 평면 위에서 두 직선 l, m 이 한 직선 n 과 만나면 8개의 각이 생긴다. 이때

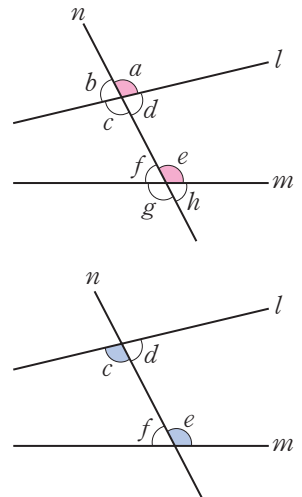
$$\angle a \text{와 } \angle e, \angle b \text{와 } \angle f \\ \angle c \text{와 } \angle g, \angle d \text{와 } \angle h$$

와 같이 같은 위치에 있는 각을 각각 서로 **동위각**이라고 한다.

한편

$$\angle c \text{와 } \angle e, \angle d \text{와 } \angle f$$

와 같이 엇갈린 위치에 있는 각을 각각 서로 **엇각**이라고 한다.

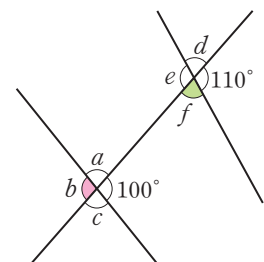


● 동위각에서 '동위(同位)'는 '같은 위치에 있다.'는 뜻이다.

문제 01

오른쪽 그림을 보고 다음 표를 완성하시오.

	기호로 나타내기	각의 크기
(1) $\angle b$ 의 동위각		
(2) $\angle f$ 의 엇각		



◆ 평행선에서 동위각과 엇각에는 어떤 성질이 있을까?

개 념 열 기

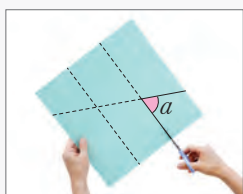
다음은 색종이를 이용하여 평행선과 각을 만드는 활동이다.



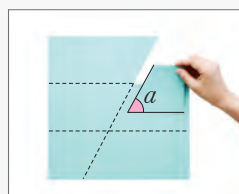
① 색종이를 평행하게 두 번 접은 후 펼친다.



② 색종이를 비스듬하게 한 번 접은 후 펼친다.



③ 접힌 두 선이 이루는 한 각을 $\angle a$ 로 표시하고 $\angle a$ 를 선을 따라 오린다.



④ $\angle a$ 를 다른 각들과 겹쳐 본다.

위의 활동에서 $\angle a$ 와 크기가 같은 각을 모두 찾아 표시하시오.

오른쪽 그림과 같이 평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때 생기는 동위각의 크기는 서로 같다. 즉,

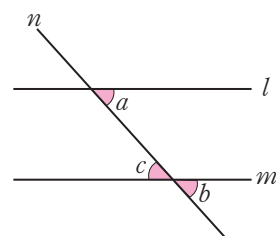
$$l \parallel m \text{이면 } \angle a = \angle b$$

이다. 이때 $\angle b$ 와 $\angle c$ 는 맞꼭지각이므로 $\angle b = \angle c$ 이다.

따라서 $\angle a = \angle c$ 이므로 평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때 생기는 엇각의 크기는 서로 같다. 즉,

$$l \parallel m \text{ 이면 } \angle a = \angle c$$

이다.



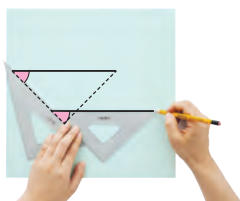
한편 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 동위각의 크기가 같으면 두 직선은 평행하다. 즉,

$$\angle a = \angle b \text{ 이면 } l \parallel m$$

이다. 또 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 엇각의 크기가 같으면 두 직선은 평행하다. 즉,

$$\angle a = \angle c \text{ 이면 } l \parallel m$$

이다.



위의 그림과 같이 삼각자 두 개를 사용하여 그은 두 직선은 동위각의 크기가 같으므로 평행하다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

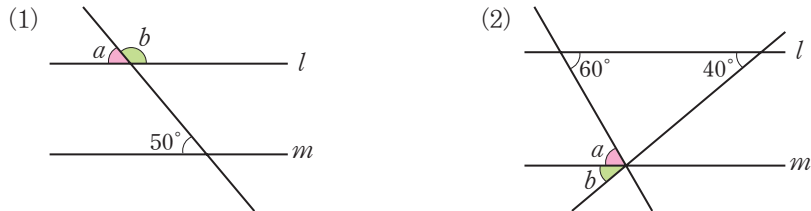
평행선에서 동위각과 엇각의 성질

서로 다른 두 직선이 한 직선과 만날 때,

- ① 두 직선이 평행하면 동위각의 크기는 서로 같다.
- ② 두 직선이 평행하면 엇각의 크기는 서로 같다.
- ③ 동위각의 크기가 같으면 두 직선은 평행하다.
- ④ 엇각의 크기가 같으면 두 직선은 평행하다.

문제 02

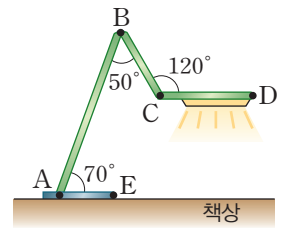
다음 그림에서 $l \parallel m$ 일 때, $\angle a$, $\angle b$ 의 크기를 각각 구하시오.



문제 03

의사소통

오른쪽 그림은 책상 등에서 각의 크기를 나타낸 것이다. \overrightarrow{AE} 와 \overrightarrow{CD} 가 평행한지 판단하고, 그 이유를 설명하시오.



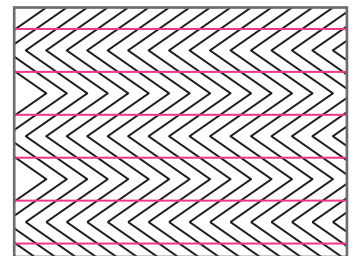
의사소통

수학 기르기

설명할 때는

- ✓ 자신의 생각을 수학적
으로 표현한다.
- ✓ 자신의 의견을 논리적
으로 설명한다.

다음은 오른쪽 그림을 보고 두 학생이 나눈 대화이다. 현준이의 질문에 답하시오.

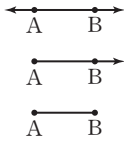


중단원 학습 점검

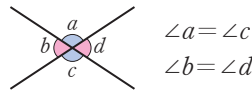
개념 정리

직선, 반직선, 선분

- (1) 직선 $AB: \overleftrightarrow{AB}$
- (2) 반직선 $AB: \overrightarrow{AB}$
- (3) 선분 $AB: \overline{AB}$



맞꼭지각



위치 관계

평면에서 두 직선

- 한 점에서 만난다.
- 평행하다.
- 일치한다.

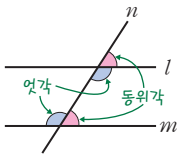
공간에서 두 직선

- 한 점에서 만난다.
- 일치한다.
- 평행하다.
- 꼬인 위치에 있다.

공간에서 직선과 평면

- 포함된다.
- 한 점에서 만난다.
- 평행하다.

동위각, 엇각



서로 다른 두 직선이 한 직선과 만날 때,

- 두 직선이 평행하면 동위각과 엇각의 크기는 각각 서로 같다.
- 동위각과 엇각의 크기가 각각 같으면 두 직선은 평행하다.

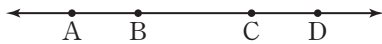
O, X 문제

다음 문장이 옳으면 O, 옳지 않으면 X를 () 안에 쓰시오.

- 선과 선이 만나면 교점이 생긴다. ()
- \overleftrightarrow{AB} 와 \overleftrightarrow{BA} 는 서로 같다. ()
- 맞꼭지각의 크기는 서로 같다. ()
- 공간에서 두 직선이 서로 만나지 않을 때, 두 직선은 꼬인 위치에 있다고 한다. ()
- 서로 다른 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각의 크기는 항상 같다. ()

기초 문제

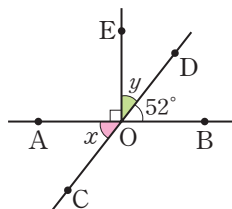
- 1 다음 그림과 같이 한 직선 위에 네 점 A, B, C, D가 있다. 보기에서 같은 것끼리 짝 지어진 것을 모두 찾으시오.



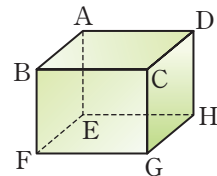
• 보기 •

- ㄱ. \overrightarrow{AB} 와 \overrightarrow{BC} ㄴ. \overrightarrow{AD} 와 \overrightarrow{BD}
- ㄷ. \overrightarrow{DC} 와 \overrightarrow{DA} ㄹ. \overrightarrow{BD} 와 \overrightarrow{CD}

- 2 오른쪽 그림과 같이 \overleftrightarrow{AB} 와 \overleftrightarrow{CD} 가 한 점 O에서 만날 때, $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 각각 구하시오.

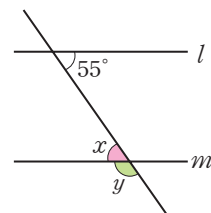


- 3 오른쪽 직육면체에서 다음을 구하시오.



- 모서리 AB를 포함하는 면
- 모서리 EF와 평행한 면
- 모서리 CD와 한 점에서 만나는 면

- 4 오른쪽 그림에서 $l \parallel m$ 일 때, $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 각각 구하시오.

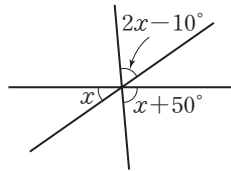


기본 문제

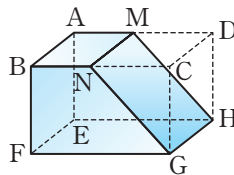
- 5 다음 그림에서 점 M은 \overline{AB} 의 중점이고, $\overline{AC}=13\text{ cm}$, $\overline{BC}=5\text{ cm}$ 일 때, \overline{MC} 의 길이를 구하시오.



- 6 오른쪽 그림과 같이 세 직선이 한 점에서 만날 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.

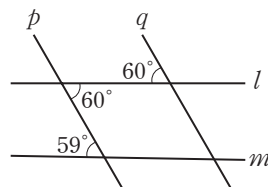


- 7 오른쪽 그림은 직육면체를 $\overline{AM}=\overline{BN}$ 이 되도록 자른 것이다. 다음을 구하시오.

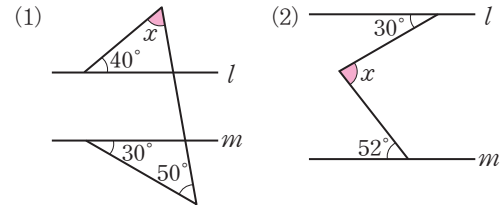


- (1) 모서리 NG와 평행한 모서리
(2) 면 BFGN과 평행한 모서리

- 8 오른쪽 그림에서 평행한 두 직선을 찾아 기호로 나타내시오.

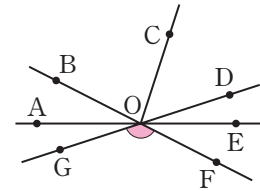


- 9 다음 그림에서 $l \parallel m$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.

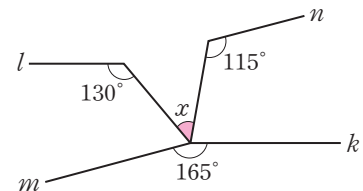


도전 문제

- 10 다음 그림에서 \overrightarrow{AE} , \overrightarrow{BF} , \overrightarrow{DG} , \overrightarrow{OC} 의 교점을 O라고 하자. $\angle AOB = \frac{1}{3} \angle BOC$, $\angle DOE = \frac{1}{3} \angle COD$ 일 때, $\angle FOG$ 의 크기를 구하시오.



- 11 다음 그림에서 $l \parallel k$, $m \parallel n$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



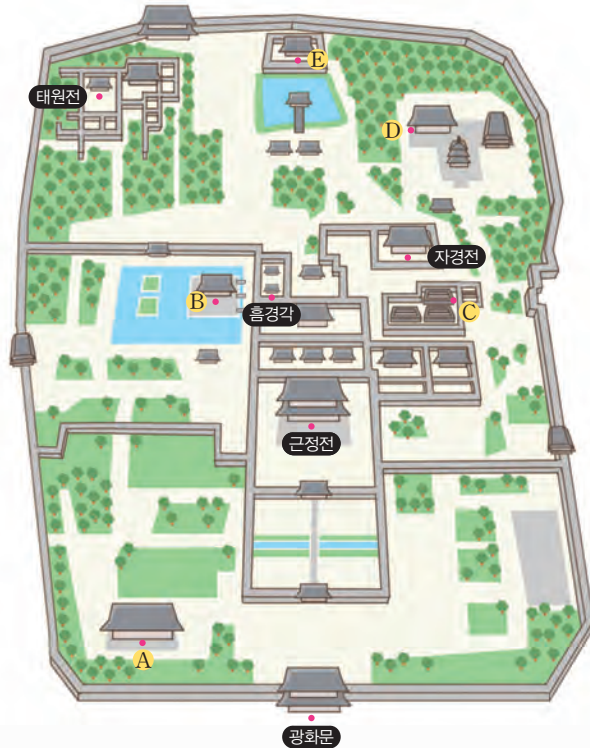
수행 과제

숨겨진 보물은 어디에 있을까?

문제 해결

활동 목표 도형의 성질을 이용하여 지도에서 한 지점의 위치를 찾을 수 있다.

- 경북궁으로 체험 학습을 간 정현이네 받은 보물찾기 놀이를 하려고 한다. 다음 경북궁 안내도와 선생님이 보낸 문자 메시지를 보고, 아래 문제를 해결해 보자.



여러분, 지금부터 보물의 위치를 말해 줄게요. 경북궁 안내도에 있는 지점 A~E 중에서 잘 찾아보세요.

☞ 먼저 광화문에서 근정전을 지나는 반직선을 그리고 흥경각과 자경전을 지나는 직선과의 교점을 찾아요.

☞ 이제 그 교점과 태원전을 잇는 선분의 중점을 지나면서 흥경각과 자경전을 지나는 직선과 평행한 직선 위에 보물이 있어요.

보물은 어느 지점에 있을까요?

- 1 위의 경북궁 안내도에 문자의 내용을 표시하여 보물의 위치를 찾아보자.



- 2 경북궁 안내도에 보물의 위치를 새롭게 정하고, 이 단원에서 배운 용어를 사용하여 그 지점을 친구에게 안내하는 문자 메시지를 작성해 보자.



피라미드를 세운 기하의 힘

기원전 3000년경 이집트의 메네스(Menes, ?~?)왕은 왕의 권위를 드러내기 위해 거대한 피라미드를 건설했다.

피라미드 건설에서 가장 어려운 문제는 피라미드의 밑면의 모양을 정사각형으로 그리는 일이다. 정사각형을 그리려면 네 변의 길이가 모두 같고, 네 각의 크기가 모두 직각이어야 한다. 정사각형이 아닌 밑면 위에 피라미드를 쌓아 올리면 꼭대기가 정확하게 들어맞지 않을 수 있다. 그래서 피라미드 건축가들에게는 정밀한 측량을 하고 정확한 직각을 그리는 일이 매우 중요했다. 그 당시 그들은 정밀한 측량기가 없었지만 기하 개념을 이용하여 정사각형을 정확하게 그렸다.

고대 이집트인들이 기하학을 알지 못했다면 그렇게 정밀한 피라미드를 건설하지 못했을 것이다.

(참고 자료: 김정제, “피라미드 축조의 비밀”)



수학 + 미술

젠탱글(Zentangle)은 단순하고 반복적인 무늬로 아름다운 작품을 만들어 내는 미술 활동으로, 선을 나타내는 ‘zen’과 어지럽게 얽힌 선을 뜻하는 ‘tangle’의 합성어이다.

멋 글씨 예술가인 마리아 토머스(Thomas, M.)는 원고가 잘 써지지 않을 때 종이의 한 귀퉁이에 무늬 등을 그리며 낙서를 했고, 이 과정에서 복잡했던 마음이 한결 편안해지는 것을 느꼈다고 한다. 이것으로부터 젠탱글이 탄생했다. 젠탱글은 마음을 비우고 집중하여 무늬를 그리는 과정으로, 스트레스에서 벗어나 마음의 안정을 찾아 주므로 ‘명상의 낙서, 치유의 낙서’라고도 한다.

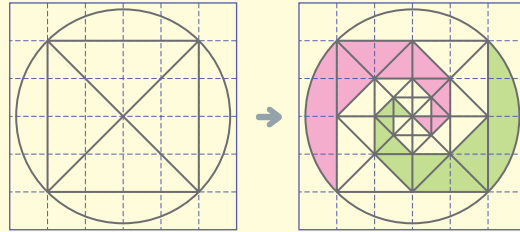
(참고 자료: 카스 홀(김영수 옮김), “마음이 맑아지는 낙서 명상 젠탱글”)



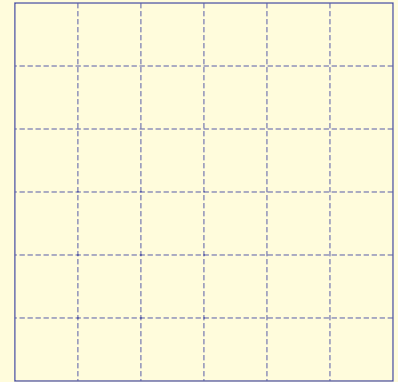
• 단원 활동

자와 컴퍼스를 사용하여 젠탱글 도안을 그리는 활동에서 삼각형의 합동에 대해 알아보자.

활동 1 다음 젠탱글의 기초 도안을 보고 자와 컴퍼스를 사용하여 오른쪽 모눈종이 위에 따라 그리고 색칠해 보자. 또 친구가 그린 방법과 자신이 그린 방법을 서로 비교해 보자.



〈젠탱글의 기초 도안〉



활동 2 1의 색칠한 도안에서 합동인 삼각형을 찾아보자.

자와 컴퍼스를 사용하여
삼각형을 그리는 방법과
삼각형의 합동을
알아볼까?



위의 활동으로 알게 된 것과 나의 학습 계획을 적어 보자.

- 알게 된 것**
- ▶ 자와 컴퍼스를 사용하여 도형을 그릴 수 있다.
 - ▶ 젠탱글 도안에서 합동인 삼각형을 찾을 수 있다.

예 ☐ 아니요 ☐

예 ☐ 아니요 ☐

- 학습할 내용**
- ▶ 삼각형의 작도
 - ▶ 삼각형의 합동 조건

■ 학습 계획



학습 계획안 예시

- 예습과 복습을 열심히 하겠다.
- 수업 시간에 집중하겠다.
- 수학에 대한 자신감을 키우겠다.
- 모둠 활동에 적극적으로 참여하겠다.

삼각형의 작도

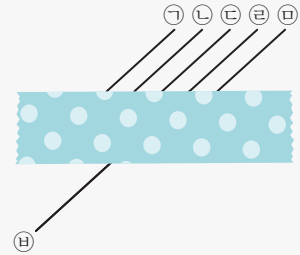
• 삼각형을 작도할 수 있다.

◆ 작도는 무엇일까?

개 념 열 기

오른쪽 그림은 6개의 선분을 종이테이프로 가린 것이다.

- 1 자를 사용하여 ㉠~㉦까지의 선분 중에서 선분 ㉢과 직선으로 연결되는 선분이 무엇인지 찾으시오.
- 2 컴퍼스를 사용하여 선분 ㉠과 선분 ㉢ 중에서 종이테이프 밖으로 드러난 부분의 길이가 더 긴 것을 찾으시오.



눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용하여 도형을 그리는 것을 **작도**라고 한다.

이때 눈금 없는 자는 두 점을 지나는 선분이나 선분의 연장선을 그리는 데 사용하고, 컴퍼스는 원을 그리거나 선분의 길이를 옮기는 데 사용한다.



다음 그림의 선분 AB 와 길이가 같은 선분 CD 를 아래 순서에 따라 작도해 보자.

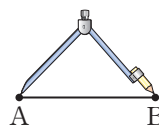


- ① 눈금 없는 자를 사용하여 직선 l 을 그리고, l 위에 점 C 를 잡는다.
- ② 컴퍼스를 사용하여 \overline{AB} 의 길이를 잰다.
- ③ 점 C 를 중심으로 \overline{AB} 의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 직선 l 과의 교점을 D 라고 하면 $\overline{CD} = \overline{AB}$ 이다.

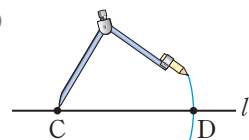
①



②

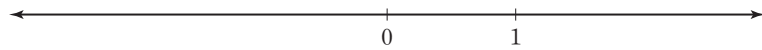


③

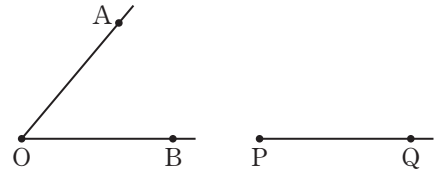


문제 01

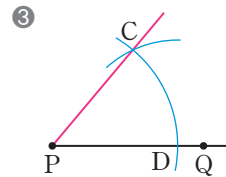
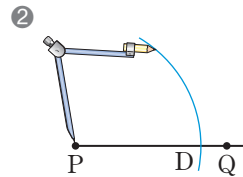
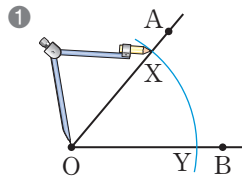
컴퍼스를 사용하여 다음 수직선 위에 -2 와 2 에 대응하는 점을 각각 나타내시오.



오른쪽 그림에서 $\angle AOB$ 와 크기가 같은 $\angle CPD$ 를 반직선 PQ 를 한 변으로 하여 다음 순서에 따라 작도해 보자.

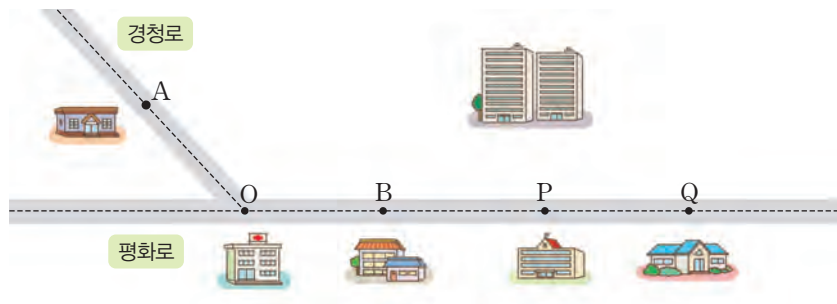


- ① 점 O 를 중심으로 적당한 반지름을 갖는 원을 그려 \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} 와의 교점을 각각 X , Y 라고 한다.
- ② 점 P 를 중심으로 \overline{OX} 의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 \overrightarrow{PQ} 와의 교점을 D 라고 한다.
- ③ 점 D 를 중심으로 \overline{XY} 의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 ②의 원과의 교점을 C 라고 하고, 두 점 P , C 를 지나는 \overrightarrow{PC} 를 그리면 $\angle CPD = \angle AOB$ 이다.



문제 02

다음 그림에서 점 P 를 지나는 도로를 만들려고 한다. 새로 만들어지는 도로와 평화로가 이루는 각의 크기는 경청로와 평화로가 이루는 각 $\angle AOB$ 의 크기와 같다고 할 때, 지점 P 를 지나는 도로를 작도하시오.



◆ 삼각형에서 대변과 대각은 무엇일까?

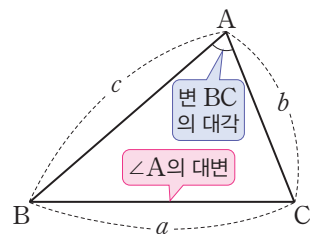
삼각형 ABC를 기호로

$\triangle ABC$

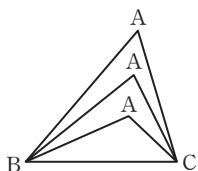
와 같이 나타낸다.

이때 $\angle A$ 와 마주 보는 변 BC를 $\angle A$ 의 **대변**,
 $\angle A$ 를 변 BC의 **대각**이라고 한다.

또 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A, \angle B, \angle C$ 의 대변의 길이를 각각 a, b, c 로 나타낸다.



대변, 대각에서 '대(對)'
 는 '마주 보다.'라는 뜻이다.



한편 두 점 B, C를 잇는 선 중에서 길이가 가장 짧은 것은 선분 BC이므로
 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{BC} < \overline{AB} + \overline{AC}$$

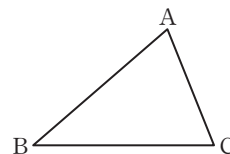
임을 알 수 있다.

즉, 삼각형에서 한 변의 길이는 다른 두 변의 길이의 합보다 작다.

● 스스로 확인하기 ●

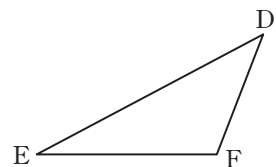
오른쪽 $\triangle ABC$ 에서

- (1) $\angle B$ 의 대변은 변 AC이다.
- (2) 변 AB의 대각은 $\angle C$ 이다.



문제 03

오른쪽 $\triangle DEF$ 에서 $\angle D, \angle F$ 의 대변을 각각 말하시오. 또
 변 DE, DF의 대각을 각각 말하시오.



문제 04

의사소통

다음은 세 학생이 가진 연필의 길이이다. 각자의 연필의 길이로 삼각형을 만들 수 없는 학생을 모두 찾고, 그 이유를 설명하시오.



6 cm
 8 cm
 14 cm



7 cm
 9 cm
 11 cm

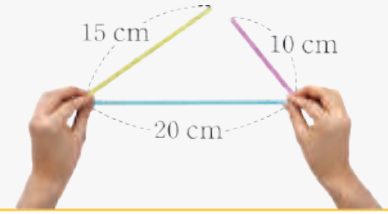


7 cm
 8 cm
 16 cm

◆ 세 변을 알 때 삼각형은 어떻게 작도할까?

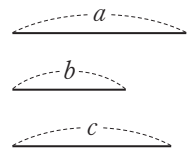
개 념 열 기

오른쪽 그림과 같이 길이가 각각 10 cm, 15 cm, 20 cm인 세 개의 빨대로 삼각형을 만들려고 한다. 빨대 하나를 고정하고 나머지 두 빨대를 움직여 삼각형을 만들고, 몇 가지 모양의 삼각형이 만들어지는지 말하시오.

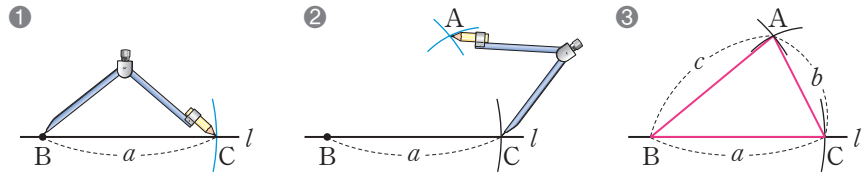


위의 개념 열기에서 세 변의 길이를 알면 삼각형은 하나로 정해짐을 알 수 있다.

이제 오른쪽 그림과 같이 길이가 각각 a , b , c 인 선분을 세 변으로 하는 삼각형을 다음 순서에 따라 작도해 보자.

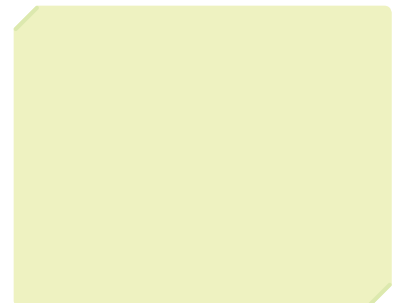
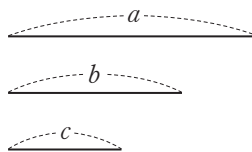


- ① 직선 l 을 그리고, l 위에 길이가 a 인 \overline{BC} 를 잡는다.
- ② 점 B 를 중심으로 반지름의 길이가 c 인 원과 점 C 를 중심으로 반지름의 길이가 b 인 원을 각각 그려 두 원의 교점을 A 라고 한다.
- ③ 두 점 A 와 B , 두 점 A 와 C 를 각각 이으면 $\triangle ABC$ 가 된다.



문제 05

다음 그림과 같이 길이가 각각 a , b , c 인 선분을 세 변으로 하는 삼각형을 작도하시오.



◆ 두 변과 그 끼인각을 알 때 삼각형은 어떻게 작도할까?

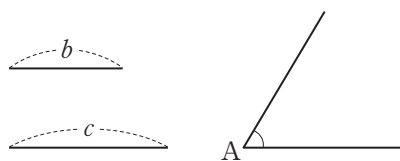
개 념 열 기

눈금 있는 자와 각도기를 사용하여 투명 종이 위에 두 변의 길이가 각각 4 cm, 6 cm이고, 그 끼인각의 크기가 50° 인 삼각형을 그리시오. 또 내가 그린 삼각형이 친구의 것과 같은지 비교하시오.

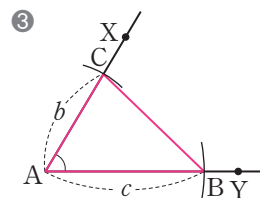
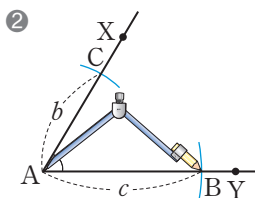
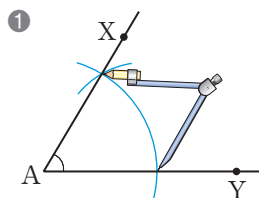


위의 개념 열기에서 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 알면 삼각형은 하나로 정해짐을 알 수 있다.

이제 오른쪽 그림과 같이 길이가 각각 b, c 인 선분을 두 변으로 하고 $\angle A$ 를 그 끼인각으로 하는 삼각형을 다음 순서에 따라 작도해 보자.

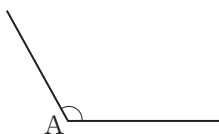
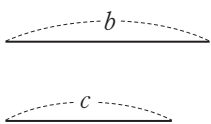


- ① $\angle A$ 와 크기가 같은 $\angle XAY$ 를 작도한다.
- ② \overrightarrow{AX} 와 \overrightarrow{AY} 위에 각각 $\overline{AC}=b$, $\overline{AB}=c$ 인 점 C와 점 B를 잡는다.
- ③ 두 점 B와 C를 이으면 $\triangle ABC$ 가 된다.



문제 06

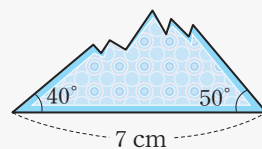
다음 그림과 같이 길이가 각각 b, c 인 선분을 두 변으로 하고 $\angle A$ 를 그 끼인각으로 하는 삼각형을 작도하시오.



◆ 한 변과 그 양 끝 각을 알 때 삼각형은 어떻게 작도할까?

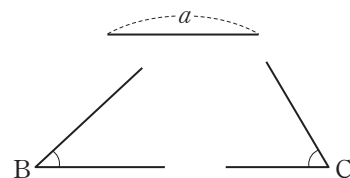
개 념 열 기

오른쪽 그림은 원래 삼각형 모양이었던 타일이 깨진 것이다. 이 타일의 한 변의 길이가 7 cm이고, 그 변의 양 끝 각의 크기가 각각 40° , 50° 일 때, 원래의 타일 모양을 그리시오. 또 내가 그린 삼각형이 친구의 것과 같은지 비교하시오.



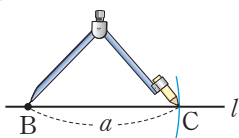
위의 개념 열기에서 한 변의 길이와 그 변의 양 끝 각의 크기를 알면 삼각형은 하나로 정해짐을 알 수 있다.

이제 오른쪽 그림과 같이 길이가 a 인 선분을 한 변으로 하고 $\angle B$, $\angle C$ 를 그 양 끝 각으로 하는 삼각형을 다음 순서에 따라 작도해보자.

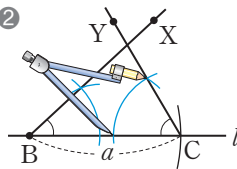


- ① 직선 l 을 그리고, l 위에 길이가 a 인 \overline{BC} 를 잡는다.
- ② $\angle B$ 와 크기가 같은 $\angle XBC$, $\angle C$ 와 크기가 같은 $\angle YCB$ 를 작도한다.
- ③ \overrightarrow{BX} 와 \overrightarrow{CY} 의 교점을 A라고 하면 $\triangle ABC$ 가 된다.

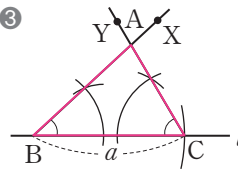
①



②

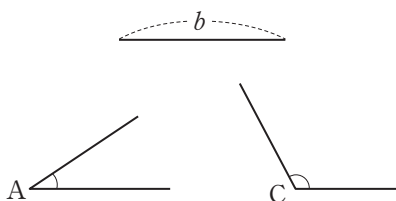


③



문제 07

다음 그림과 같이 길이가 b 인 선분을 한 변으로 하고 $\angle A$, $\angle C$ 를 그 양 끝 각으로 하는 삼각형을 작도하시오.

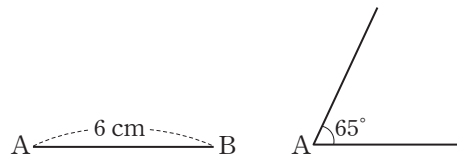


일반적으로 다음의 세 가지 경우에 삼각형은 하나로 정해진다.

- ① 세 변의 길이를 알 때
- ② 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 알 때
- ③ 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기를 알 때

문제 08

한 변의 길이와 한 각의 크기가 다음 그림과 같을 때 $\triangle ABC$ 를 작도하려고 한다. 삼각형이 하나로 정해지기 위해 필요한 조건 한 가지를 보기에서 모두 찾으시오.



• 보기 •

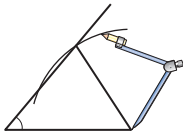
ㄱ. $\angle B = 70^\circ$ ㄴ. $\angle B = 125^\circ$ ㄷ. $\angle C = 60^\circ$ ㄹ. $\overline{AC} = 8 \text{ cm}$

추론

수학 역량 기르기

다음은 하연이와 민호가 제시된 조건으로 삼각형을 그린 것이다. 제시된 조건으로 다른 삼각형을 그려 보고 삼각형이 하나로 정해지는지 토의하시오.

반지름의 길이가 \overline{AC} 인 원을 그리면?

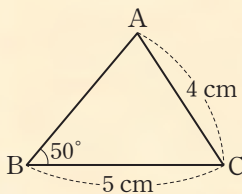


하연

$$\overline{AC} = 4 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} = 5 \text{ cm}$$

$$\angle B = 50^\circ$$

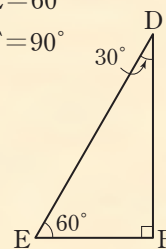


민호

$$\angle D = 30^\circ$$

$$\angle E = 60^\circ$$

$$\angle F = 90^\circ$$



\overline{DE} 와 평행한 선분을 그리면?





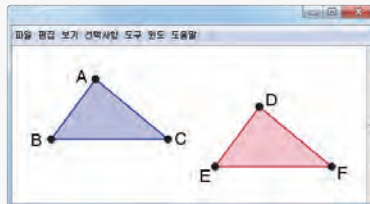
삼각형의 합동

• 삼각형의 합동 조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 합동인지 판별할 수 있다.

◆ 합동인 도형에서 대응변, 대응각은 무엇일까?

개 념 열 기

오른쪽 그림은 공학적 도구를 이용하여 합동인 두 삼각형을 그린 것이다. $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서 점 A의 대응점과 변 BC의 대응변을 각각 말하시오.

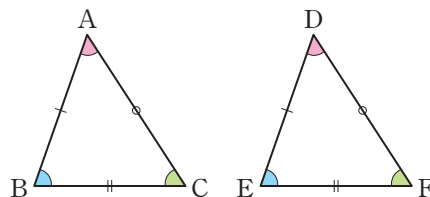


한 도형을 모양과 크기를 바꾸지 않고 다른 도형에 완전히 포갤 수 있을 때, 이 두 도형을 서로 합동이라고 한다.

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 가 서로 합동일 때, 이것을 기호로

$$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$$

와 같이 나타낸다.



기호를 써서 합동을 나타낼 때는 두 도형의 대응점의 순서를 맞추어 쓴다.

위의 개념 열기에서 합동인 두 도형에서 서로 포개어지는 꼭짓점과 꼭짓점, 변과 변, 각과 각은 서로 대응한다고 한다.

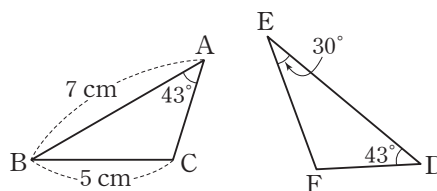
$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ 일 때, 점 A, B, C의 대응점은 각각 점 D, E, F이고 \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CA} 의 대응변은 각각 \overline{DE} , \overline{EF} , \overline{FD} 이다. 또 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 의 대응각은 각각 $\angle D$, $\angle E$, $\angle F$ 이다.

서로 합동인 두 도형은 대응변의 길이와 대응각의 크기가 각각 같다.

문제 01

오른쪽 그림에서 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ 일 때, 다음을 구하시오.

- (1) 변 DE의 길이
- (2) $\angle B$ 의 크기

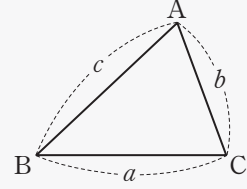


◆ 삼각형의 합동 조건은 무엇일까?

개 념 열 기

오른쪽 $\triangle ABC$ 에 대하여 다음 활동을 한 후, $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 가 서로 합동인지 말하시오.

- ① 투명 종이 위에 $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\overline{CA}=\overline{FD}$ 인 $\triangle DEF$ 를 작도한다.
- ② ①의 $\triangle DEF$ 를 $\triangle ABC$ 위에 포개어 본다.



위의 개념 열기에서 세 변의 길이를 알면 삼각형이 하나로 정해지므로 두 삼각형은 서로 합동이다.

문제 02

위의 개념 열기의 $\triangle ABC$ 에 대하여 투명 종이 위에 다음 조건에 맞는 $\triangle DEF$ 를 작도하시오. 이때 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 는 서로 합동인지 말하시오.

- (1) $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\angle B=\angle E$
- (2) $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\angle B=\angle E$, $\angle C=\angle F$

위의 개념 열기와 문제 2의 조건을 만족시키는 두 삼각형은 서로 합동임을 알 수 있다.

일반적으로 **삼각형의 합동 조건**은 다음과 같다.

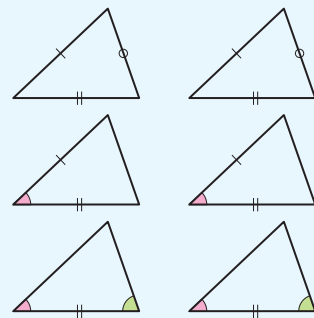
④ 삼각형의 합동 조건

- ①을 SSS 합동
 - ②를 SAS 합동
 - ③을 ASA 합동
- 이라고 한다. 이때 S는 Side(변), A는 Angle(각)의 머리글자이다.

삼각형의 합동 조건

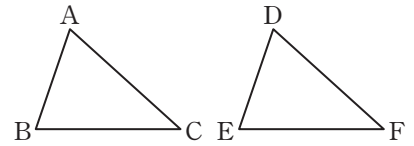
두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 합동이다.

- ① 대응하는 세 변의 길이가 각각 같을 때
- ② 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때
- ③ 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때



문제 03

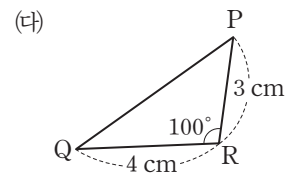
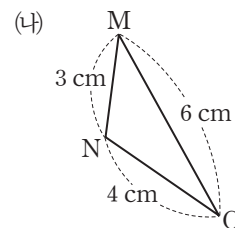
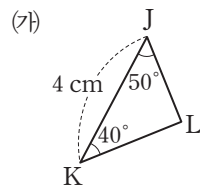
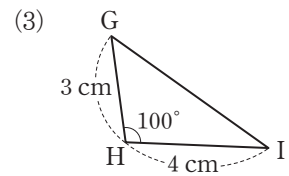
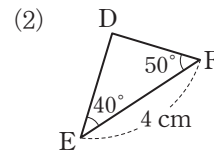
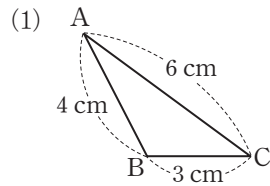
다음 중에서 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ 인 경우를 모두 찾으시오.



- (1) $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$, $\angle B = \angle E$
- (2) $\overline{AC} = \overline{DF}$, $\angle A = \angle D$, $\angle C = \angle F$
- (3) $\overline{BC} = \overline{EF}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$, $\angle A = \angle D$

문제 04

다음 중에서 서로 합동인 삼각형을 찾아 연결하고 각각의 합동 조건을 말하시오.



수학 기르기

설명할 때는

- ✓ 자신의 생각을 수학적
으로 표현한다.
- ✓ 수학적 용어를 정확히
사용해 표현한다.

오른쪽 그림과 같이 퀼트 가방의 일부분이 찢어졌다. 찢어진 부분을 포함하는 한 조각의 삼각형과 합동인 삼각형 조각을 꼭 맞게 덧대어 수선하려고 한다. 이 삼각형을 작도하고 작도한 방법을 다른 친구들에게 설명하시오.

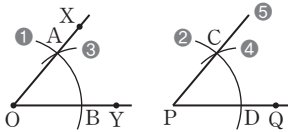
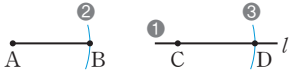


의사소통

중단원 학습 점검

개념 정리

- 작도 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용하여 도형을 그리는 것
- 길이가 같은 선분 작도
- 크기가 같은 각 작도



- 삼각형의 작도
 - ① 세 변의 길이를 알 때
 - ② 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 알 때
 - ③ 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기를 알 때
- 삼각형의 합동 조건
 - ① 대응하는 세 변의 길이가 각각 같을 때(SSS 합동)
 - ② 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때(SAS 합동)
 - ③ 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때(ASA 합동)

O, X 문제

다음 문장이 옳으면 O, 옳지 않으면 X를 () 안에 쓰시오.

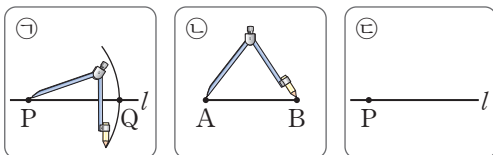
- 1 작도에 사용되는 도구는 눈금 없는 자와 컴퍼스이다. ()
- 2 삼각형에서 한 변의 길이는 다른 두 변의 길이의 합보다 크다. ()
- 3 세 각의 크기를 알 때 삼각형은 하나로 정해진다. ()
- 4 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때 두 삼각형은 서로 합동이다. ()

기초 문제

- 1 다음을 작도하기 위해 필요한 도구를 서로 연결하시오.

(1) 선분 연장하기	•	(가) 컴퍼스
(2) 두 점 연결하기	•	(나) 눈금 없는 자
(3) 선분의 길이 옮기기	•	

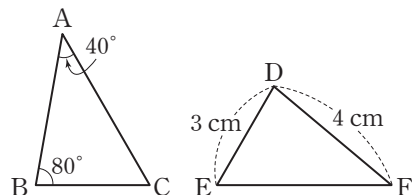
- 2 다음은 선분 AB와 길이가 같은 선분 PQ를 작도하는 과정이다. 작도 순서를 차례로 나열하시오.



- 3 두 변의 길이가 각각 7 cm, 19 cm인 삼각형이 있다. 다음 보기 중에서 이 삼각형의 나머지 한 변의 길이로 알맞은 것을 모두 찾으시오.

• 보기 •
㉠. 13 cm ㉡. 19 cm ㉢. 26 cm

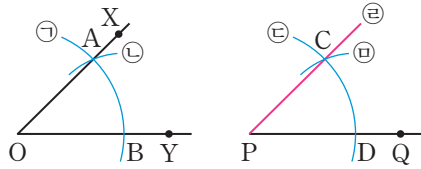
- 4 다음 그림에서 $\triangle ABC \cong \triangle FDE$ 일 때, 물음에 답하시오.



- (1) $\angle D$, $\angle E$, $\angle F$ 의 크기를 각각 구하시오.
- (2) \overline{BC} 의 길이를 구하시오.

기본 문제

- 5 다음 그림은 $\angle XOY$ 와 크기가 같은 각을 반직선 PQ를 한 변으로 하여 작도한 것이다. 보기 중에서 옳은 것을 모두 찾으시오.



• 보기 •

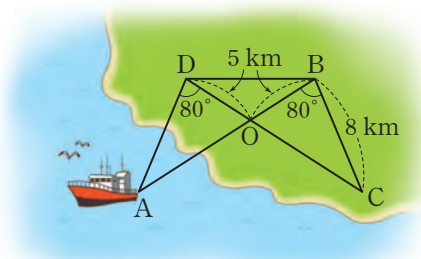
- ㄱ. $\overline{OA} = \overline{PC}$ ㄴ. $\overline{OB} = \overline{CD}$
 ㄷ. $\overline{AB} = \overline{CD}$ ㄹ. $\angle AOB = \angle CPD$
 ㅁ. 작도 순서: ㉠ → ㉡ → ㉢ → ㉣ → ㉤

- 6 다음 보기 중에서 $\triangle ABC$ 가 하나로 정해지는 것을 모두 찾으시오.

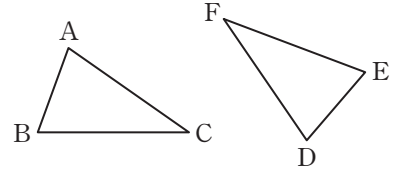
• 보기 •

- ㄱ. $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 3 \text{ cm}$, $\overline{CA} = 6 \text{ cm}$
 ㄴ. $\angle A = 35^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 75^\circ$
 ㄷ. $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$, $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 60^\circ$

- 7 다음 그림은 지점 D에서 바다에 있는 배까지의 거리를 알아보기 위해 측정한 값을 나타낸 것이다. 지점 D에서 배까지 거리를 구하시오.



- 8 다음 그림의 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$ 일 때, $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ 가 되기 위해 필요한 조건 한 가지를 모두 말하시오.

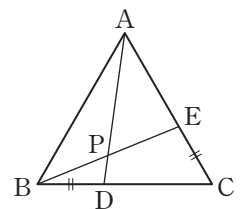


도전 문제

- 9 다음을 만족시키는 삼각형은 모두 몇 개인지 구하시오.

- (가) 세 변의 길이는 모두 자연수이다.
 (나) 삼각형의 둘레의 길이는 21 cm이다.
 (다) 두 변의 길이는 같고 나머지 한 변의 길이는 다르다.

- 10 오른쪽 정삼각형 ABC에서 $\overline{BD} = \overline{CE}$ 일 때, $\angle PBD + \angle PDB$ 의 값을 구하시오.

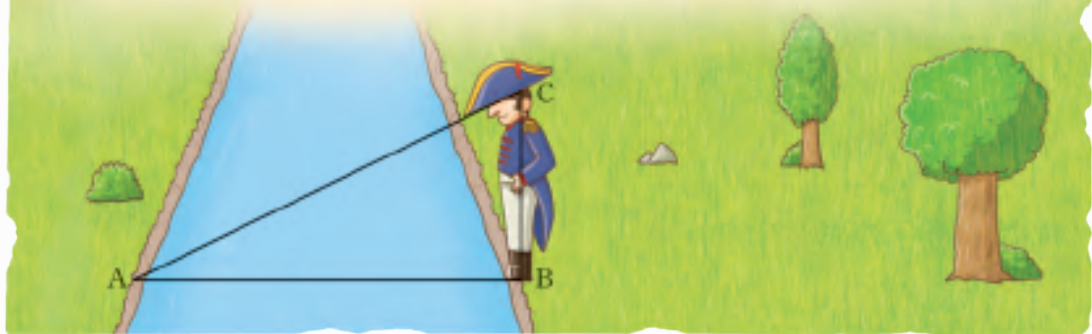


활동 목표 삼각형의 합동 조건을 이용하여 직접 측정하기 어려운 길이를 구할 수 있다.

- 다음은 삼각형의 합동 조건을 이용하여 라인강의 폭을 알아낸 나폴레옹의 일화이다. 글을 읽고, 아래 문제를 해결해 보자.

나폴레옹(Napoléon, B., 1769~1821)이 이끄는 프랑스군이 독일을 공격할 때 라인강의 폭을 알 수 없어 강 건너의 적에게 대포를 명중시킬 수 없었다. 나폴레옹은 다음 그림과 같이 강가에 똑바로 서서 쓰고 있던 모자의 챙을 강 건너의 지점 A와 일직선이 되도록 만들었다. 이때 라인강의 폭을 선분 AB, 나폴레옹의 눈높이를 선분 BC로 하여 만든 도형을 $\triangle ABC$ 라 하고, 나폴레옹이 뒤로 돌아섰을 때 반대편에 모자의 챙과 일직선이 되는 지점 D를 찾아 $\triangle DBC$ 를 그렸다. 그리고 이 두 삼각형을 이용하여 라인강의 폭을 알아냈다고 한다.

(참고 자료: 후지와라 야스지로·이광연, “어린이를 위한 수학의 역사 1”)



- 1 삼각형의 합동 조건을 이용하여 라인강의 폭을 구하는 방법을 설명해 보자.

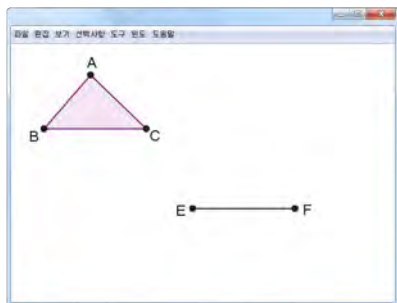


- 2 우리 생활 주변에서 학교의 연못, 큰 바위 등과 같이 그 폭을 직접 측정하기 어려운 것을 찾은 후 삼각형의 합동 조건을 이용하여 그 폭을 구해 보자.

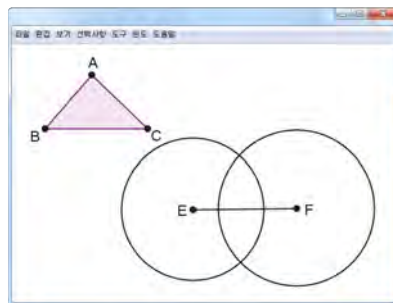


■ 공학적 도구를 이용하여 합동인 삼각형을 작도해 보자.

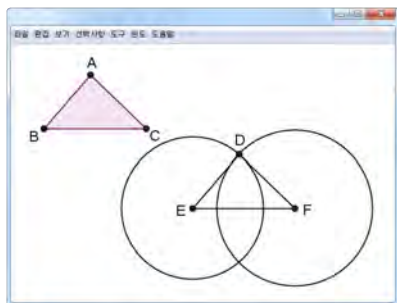
다음은 공학적 도구를 이용하여 세 변의 길이를 알 때 삼각형을 작도하는 과정이다.



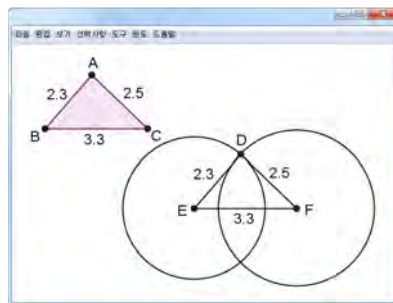
- ① $\triangle ABC$ 를 그린 후 변 BC를 선택하고 복사하여 선분 EF를 그린다.



- ② 도구 상자에서 [컴퍼스]를 선택하고 변 AB를 누른 후 점 E를 눌러 원을 그린다. 같은 방법으로 변 AC를 누른 후 점 F를 눌러 원을 그린다.



- ③ 두 원의 교점 중 하나를 점 D라 하고, 도구 상자에서 [선분]을 선택하여 선분 DE와 선분 DF를 그린다.



- ④ 도구 상자에서 [거리 또는 길이]를 선택하여 변 AB, BC, CA를 누른 후 그 길이를 알아보고, 변 DE, EF, FD의 길이와 각각 같은지 비교한다.

스스로
해 보기

공학적 도구를 이용하여 $\triangle ABC$ 하나를 그린 후, 그 삼각형의 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 이용하여 합동인 삼각형을 작도해 보자.

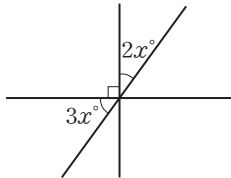
대단원 학습 평가

- 1 ●●○ 아래 그림에서 점 M은 \overline{AB} 의 중점이고, 점 N은 \overline{MB} 의 중점일 때, 다음 중에서 옳은 것은?

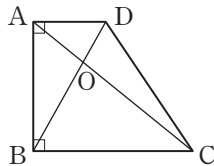


- ① $\overline{AM} = 2\overline{AB}$ ② $\overline{AM} = \overline{NB}$
 ③ $\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{MB}$ ④ $\overline{AN} = 3\overline{MN}$
 ⑤ $\overline{MB} = \frac{1}{3}\overline{MN}$

- 2 ●○○ 오른쪽 그림과 같이 세 직선이 한 점에서 만날 때, x 의 값을 구하시오.



- 3 ●○○ 다음 보기 중에서 오른쪽 사다리꼴에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 찾으시오.



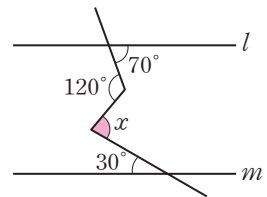
• 보기 •

- ㄱ. $\angle BAO = \angle OCD$
 ㄴ. $\angle ADO = \angle OBC$
 ㄷ. 점 D와 \overline{BC} 사이의 거리는 \overline{CD} 의 길이이다.
 ㄹ. 점 A에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발은 점 B이다.
 ㅁ. 점 C에서 \overline{AD} 에 내린 수선의 발은 점 D이다.

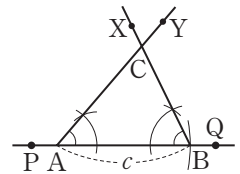
- 4 ●●○ 한 평면 위에 있는 서로 다른 세 직선 l, m, n 에 대하여 l 과 m 이 서로 평행하고, m 과 n 이 서로 수직일 때, 두 직선 l, n 의 위치 관계는?

- ① 일치한다. ② 평행하다.
 ③ 직교한다. ④ 꼬인 위치에 있다.
 ⑤ 만나지 않는다.

- 5 ●○○ 오른쪽 그림에서 $l \parallel m$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



- 6 ●○○ 다음은 선분 AB를 한 변으로 하고 $\angle A$ 와 $\angle B$ 를 그 양 끝 각으로 하는 $\triangle ABC$ 를 작도하는 과정이다. 작도 순서를 차례로 나열하시오.



- ㉠ \overline{AY} 와 \overline{BX} 의 교점을 C라고 하면 $\triangle ABC$ 가 작도된다.
 ㉡ $\angle B$ 와 크기가 같은 $\angle ABX$ 를 작도한다.
 ㉢ 한 직선 PQ를 긋고 그 위에 선분 c 와 길이가 같은 선분 AB를 작도한다.
 ㉣ $\angle A$ 와 크기가 같은 $\angle BAY$ 를 작도한다.

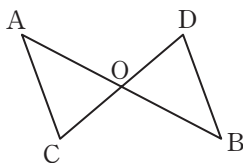
- 7 지연, 서윤, 민준이의 집을 각각 선분으로 연결하면 삼각형이 된다. 지연이와 서윤이의 집 사이의 거리가 4 km이고, 서윤이와 민준이의 집 사이의 거리가 7 km일 때, 지연이와 민준이의 집 사이의 거리가 될 수 없는 것은?

- ① 3 km ② 4 km ③ 5 km
④ 6 km ⑤ 7 km

- 8 다음 중에서 삼각형 ABC가 하나로 작도되는 것은?

- ① $\overline{AB}=9\text{ cm}$, $\overline{BC}=8\text{ cm}$, $\angle A=45^\circ$
② $\angle A=70^\circ$, $\angle B=50^\circ$, $\angle C=60^\circ$
③ $\angle B=50^\circ$, $\angle C=40^\circ$, $\overline{BC}=10\text{ cm}$
④ $\overline{AB}=5\text{ cm}$, $\overline{AC}=6\text{ cm}$, $\angle C=30^\circ$
⑤ $\overline{AB}=6\text{ cm}$, $\overline{BC}=13\text{ cm}$, $\overline{AC}=7\text{ cm}$

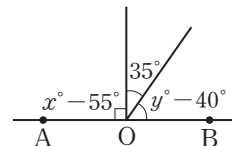
- 9 다음 그림에서 $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$, $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이고, 점 O는 \overline{AB} 와 \overline{CD} 의 교점이다. 합동인 두 삼각형을 찾아 기호로 나타내고 이때 사용한 삼각형의 합동 조건을 말하시오.



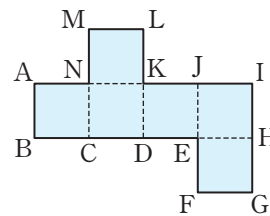
서술형 문제

[10~14] 다음 문제의 풀이 과정을 자세히 쓰시오.

- 10 오른쪽 그림에서 $\angle AOB$ 는 평각일 때, x, y 의 값을 각각 구하시오.



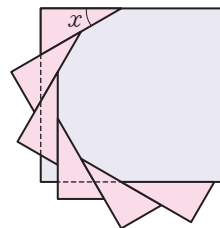
- 11 오른쪽 그림은 정육면체의 전개도이다. 이 전개도로 만든 정육면체에 대하여 다음을 구하시오.



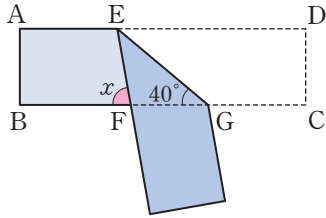
(1) 모서리 AB와 평행한 모서리

(2) 면 DEJK와 평행한 모서리

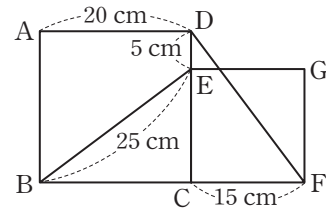
- 12 오른쪽 그림은 직사각형의 왼쪽 위에서 시작하여 합동인 직각삼각형 6개를 서로 겹치지 않게 붙인 것이다. 이 때 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



- 13 다음 그림과 같이 직사각형 모양의 종이에이 프를 접었을 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.

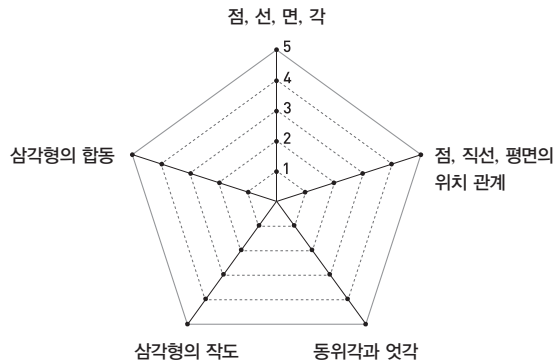


- 14 다음 그림에서 사각형 ABCD와 ECFG가 정 사각형일 때, \overline{DF} 의 길이를 구하시오.



자기 평가

- 1 이 단원에서 학습한 내용에 대한 나의 성취 수준을 다음 그림에 점으로 표시하고, 이웃한 점을 선으로 연결해 보자.



| 성취 수준 |

- 1수준: 개념을 이해하기 어려웠다.
- 2수준: 문제를 해결하기 어려웠다.
- 3수준: 문제를 일부 해결하였다.
- 4수준: 문제를 대부분 해결하였다.
- 5수준: 문제를 모두 해결하였다.

- 2 이 단원을 시작할 때 세운 학습 계획을 잘 실천하였는지 평가해 보고, 이해하기 어려웠던 내용을 적어 보자.



이해가 부족한
내용은 본문을 다시 복습!
문제가 더 필요하다면
수학 익힘책 ▶ 274쪽



손뜨개 디자이너

저는 손뜨개를 이용한 캐릭터
모형, 소품 등에 관심이 많아서
이와 관련된 일을 하고 싶어요.

귀여운 손뜨개 인형이나
아름다운 손뜨개 옷 등을 디자인
하는 사람을 손뜨개 디자이너라고 해.
지금부터 손뜨개 디자이너가
하는 일을 설명해 줄게.



손뜨개 디자이너가 하는 일은?

동화 속 인물이나 캐릭터 작품을 인형으로 만들거나 의상, 모자, 가방 등을 개성 있는 무늬로 디자인하여 창의적인 작품을 만든다.

손뜨개 디자인에 수학이 이용되나요?

손뜨개 작품의 길이와 두께는 바느질의 콧수로 정해지며, 콧수가 늘어남에 따라 작품의 넓이도 함께 늘어난다. 따라서 손뜨개 디자인을 시작할 때, 사방 10 cm 안에 들어가는 콧수와 단수를 정확히 확인해야 한다.

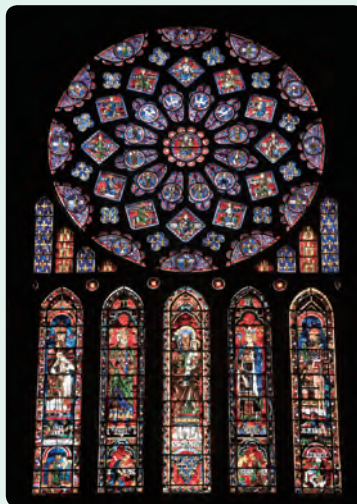
그리고 손뜨개 작품의 입체감을 살리기 위해서는 뜨개질 방식에 따라 여러 무늬를 표현해야 하며, 이때 점, 직선, 곡선, 면의 기하학을 제대로 활용하면 아름다운 기하학적 무늬를 살린 손뜨개 도안을 그릴 수 있다.

스테인드글라스는 여러 색유리 조각으로 그림이나 무늬를 짜 맞춘 유리판으로서 ‘빛의 존재를 감각적으로 느낄 수 있도록 도와주는 창’이라고도 불린다. 중세 고딕 양식의 성당 건축물에서 흔히 볼 수 있는 스테인드글라스는 미적 감각과 독특한 문양으로 인해 현대 건축에도 널리 활용되고 있다.


▼ 체코 프라하 성 비투스 대성당의 창



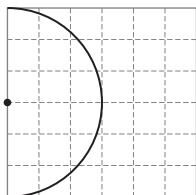
▼ 프랑스 샤르트르 대성당의 창



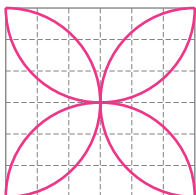
네 잎 꽃무늬 작도

 준비물: 모눈종이, 자, 컴퍼스, 펜

스테인드글라스에 사용되는 네 잎 꽃무늬를 다음 순서에 따라 작도해 보자.



① 정사각형의 변의 중점을 찾아 이를 중심으로 반원을 그린다.



② 네 개의 반원을 그리고 사각형 안에 나타나는 곡선만 남긴다.



Q 작도를 이용하여 스테인드글라스를 디자인해 보자.

활동지

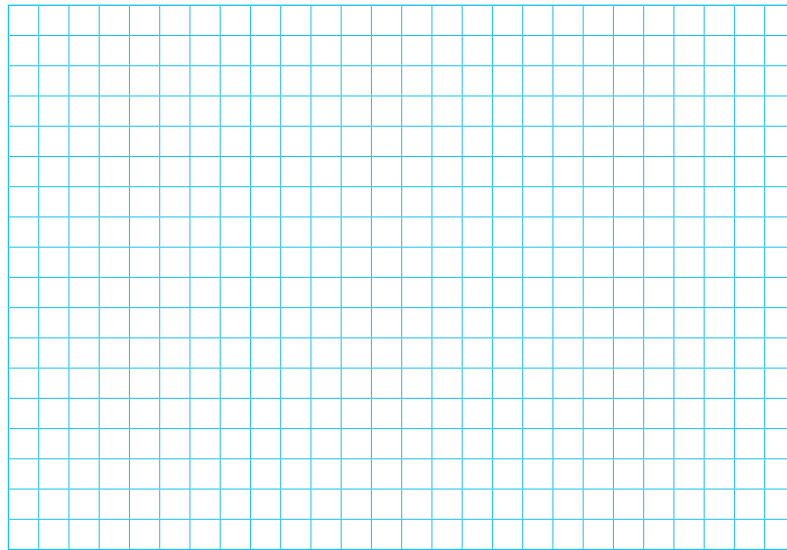
우리만의 스테인드글라스 디자인하기

■ 모둠명:

■ 모둠원:

- 1** 모둠 친구들과 함께 스테인드글라스 디자인의 주제를 정하고, 작도 가능한 디자인을 스케치해 보자.

- 2** 1에서 스케치한 스테인드글라스 디자인을 모눈종이 위에 그린 후 색칠해 보자.



동료 평가

활동에 적극적으로 참여하였는가?

친구의 의견을 잘 듣고 존중하였는가?

활동 과정에서 다양하고 좋은 의견을 많이 냈는가?

활동 과정에서 협력하고 도왔는가?



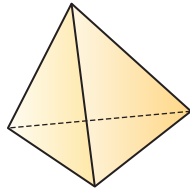
스스로 푸는 자기 주도 학습

수학 익힘책

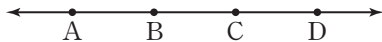
I	수와 연산	268
II	문자와 식	270
III	좌표평면과 그래프	272
IV	기본 도형	274
V	평면도형과 입체도형	276
VI	통계	278



- 1 ●○○ 오른쪽 입체도형에서 교점을 a 개, 교선을 b 개라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.



- 2 ●○○ 아래 그림의 설명 중에서 옳은 것은 ○, 옳지 않은 것은 ×를 하시오.

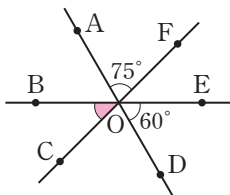


- (1) \overrightarrow{AC} 는 \overrightarrow{CA} 와 같다. ()
 (2) \overline{BC} 는 \overline{CB} 와 같다. ()
 (3) \overleftrightarrow{CD} 는 \overleftrightarrow{DC} 와 같다. ()

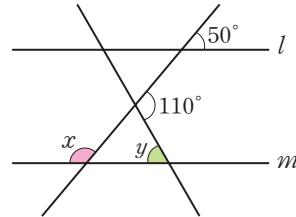
- 3 ●○○ 다음 그림에서 점 P는 \overline{AB} 의 중점이고, 점 Q는 \overline{BC} 의 중점이다. $\overline{AB}=16$ cm, $\overline{PQ}=13$ cm일 때, \overline{BC} 의 길이를 구하시오.



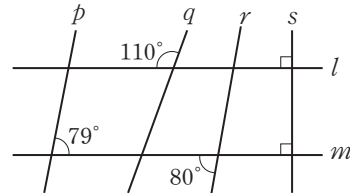
- 4 ●○○ 다음 그림과 같이 \overleftrightarrow{AD} , \overleftrightarrow{BE} , \overleftrightarrow{CF} 가 한 점 O에서 만날 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하시오.



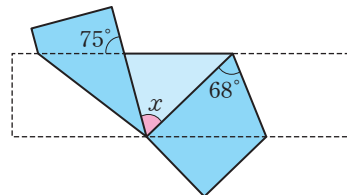
- 5 ●○○ 다음 그림에서 두 직선 l , m 이 서로 평행할 때, $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 각각 구하시오.



- 6 ●○○ 다음 그림에서 서로 평행한 직선을 찾아 기호로 나타내시오.



- 7 ●●● 다음 그림과 같이 직사각형 모양의 종이테이프를 접었을 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



2. 작도와 합동

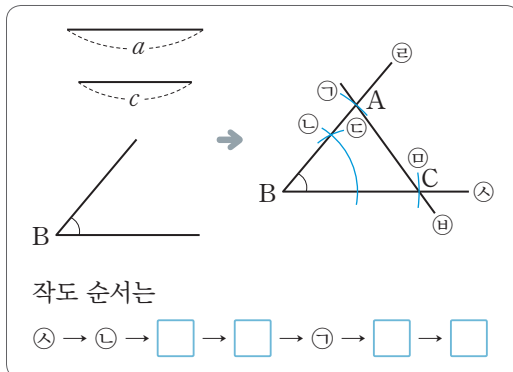
정답 및 해설 ▶ 314쪽

- 1 다음 보기 중에서 작도에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 찾으시오.

• 보기 •

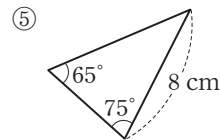
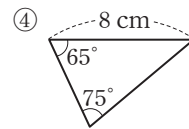
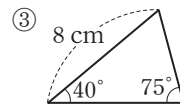
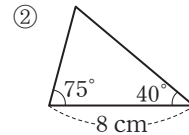
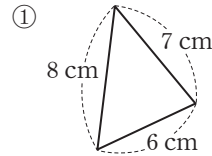
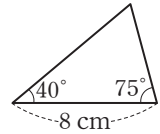
- ㄱ. 작도는 눈금 없는 자와 각도기만을 도구로 사용한다.
- ㄴ. 선분을 연장할 때는 눈금 없는 자를 사용한다.
- ㄷ. 두 점을 지나는 직선을 그릴 때는 자의 눈금을 사용한다.
- ㄹ. 원을 그릴 때는 컴퍼스를 사용한다.
- ㅁ. 선분의 길이를 다른 직선 위에 옮길 때는 자를 사용한다.

- 2 다음은 두 변의 길이가 각각 a, c 이고 그 끼인각의 크기가 $\angle B$ 인 $\triangle ABC$ 를 작도한 것이다. 빈칸에 알맞은 것을 쓰시오.

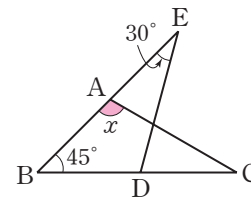


- 3 길이가 3 cm, 4 cm, 5 cm, 7 cm, 9 cm인 5개의 빨대 중에서 3개를 골라 삼각형을 만들려고 한다. 이때 만들 수 있는 서로 다른 삼각형의 개수를 구하시오.

- 4 다음 중에서 오른쪽 삼각형과 합동인 삼각형을 모두 고르면?



- 5 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{DB}$, $\overline{AE} = \overline{DC}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



- 6 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD에서 점 C가 대각선 BD 위의 점 P에 포개어지도록 접는다. $\angle DBC = 38^\circ$ 일 때, $\angle CPQ$ 의 크기를 구하시오.

