

单设施选址解题报告

题意：

给定一张 N 个结点 M 条边的无向正权图。在图上选择一个位置建立一座医院，使得这张图上距离医院最远的位置到这个医院的距离最小。

思路：

Step 1: T1 的要求是医院建在节点上，那免不了要枚举每个节点，考虑图上距离这个节点的最远位置在哪。距离医院最远的点不一定也恰好是节点，但是先考虑能骗到分的简单情况，即那个最远的点也恰好在节点上，即对于每一个节点寻找剩下 $n-1$ 个节点里面离它最远的，距离记为 L ，如果在之后的枚举中找到比 L 更小的就更新 L 。具体实现用 Floyd-Warshall 算法枚举即可。这样做 T1 得 10 分，T2 爆零。

Step 2: 考虑最远点在线段上。如果在一条普通线段上放医院，为了使两端到医院的最大值最小，一定是放在中点处。现在相当于线段的两端点有了权值。所以从某一个节点 K 出发，到某一条线段 $V(i,j)$ 的最远距离应当是 $(K \text{ 到 } i \text{ 的距离} + K \text{ 到 } j \text{ 的距离} + E(i,j)) / 2$ 。如果 i 与 j 之间没有边，那就考虑 $\max(K \text{ 到 } i \text{ 的距离}, K \text{ 到 } j \text{ 的距离})$ 。这样能找到对每个节点而言离它最远的点，再比较出最小的就可以了。这样做 T1 得 100 分，T2 得 40 分。

Step 3: T2 中的情况比较复杂，最开始我认为是图中最长道路（回路）的一半，即先找每个节点的最远距离，然后再判断是否有一条很长的回路，之后取两者较长者再除以 2，但是这只符合某些情况 (Test 2.7)，然后 Test1 又推翻了这种想法，说明还有更复杂的判断机制。但是无论符合什么情况，边权是整数，而且在计算最长距离时最多也就进行了两次除以 2 的操作，于是尝试以 0.25 为精度枚举每条边上的点，把它看作第 $n+1$ 个节点，然后又转回了第 1 题的做法。这样做 T2 的得分为 100。