信原：

1. 考虑 $z = \cos x + i\sin x$.

则 $\frac{dz}{dx} = -\sin x + i\cos x = iz$.

故 $\frac{dz}{z} = i\,dx$. 即 $\ln z = ix + C$

令 $x=0$, 则 $z = \cos 0 = 1$, 故 $C=0$.

故 $z = e^{ix}$, 即 $e^{ix} = \cos x + i\sin x$.

2. 证 $\{e^{jn\omega_0 t}\}$ 为正交函数集. $n \in \mathbb{Z}$

① 对任意 n_1、$n_2 \in \mathbb{Z}$ 且 $n_1 \neq n_2$, 有

$$\int_{-\frac{\pi}{\omega_0}}^{\frac{\pi}{\omega_0}} e^{jn_1\omega_0 t} \cdot e^{-jn_2\omega_0 t}\,dt \quad (1)$$

$$= \frac{1}{j(n_1-n_2)\omega_0}\left[\cos(n_1-n_2)\omega_0 t + j\sin(n_1-n_2)\omega_0 t\right]\Bigg|_{-\frac{\pi}{\omega_0}}^{\frac{\pi}{\omega_0}}$$

$$= \frac{2}{(n_1-n_2)\omega_0} \cdot \sin(n_1-n_2)\pi$$

由于 $n_1-n_2 \in \mathbb{Z}$ 且 $n_1-n_2 \neq 0$. 故上式为 0.

② 若 $n_1 = n_2$, 则 (1) 式为 $\int_{-\frac{\pi}{\omega_0}}^{\frac{\pi}{\omega_0}} 1\,dt = \frac{2\pi}{\omega_0} \neq 0$.

综上, 命题成立