T28 最多：恒等关系，等价类个数与元素个数一样.

最少：全关系，1个

T29. (1)自反：$aTa \Leftrightarrow aRa \wedge aRa$. 由R为A上自反关系可知成立.

(2)对称：设 aTb 成立，则 $aRb \wedge bRa$ 成立

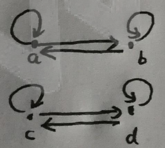
$\Leftrightarrow bRa \wedge aRb$ 成立 $\Leftrightarrow bTa$ 成立. ∴T是对称的

(3)传递 设 $aTb \wedge bTc$ 成立，则 $aRb \wedge bRa$ 成立，$bRc \wedge cRb$ 成立

由R是传递的 有 $aRc \wedge cRa$ 成立，立知 aTc 成立.

综上，T是等价关系.

T30



$[a]_R=[b]_R=\{a,b\}$

$[c]_R=[d]_R=\{c,d\}$.

T31 是；是

T32 不是，如 $A=\{a,b\}$，$P(A)-\{\emptyset\}=\{\{a\},\{b\},\{a,b\}\}$.

不满足互不相交.

清华大学 Tsinghua University　　**数学作业纸**

班级　　姓名　　编号　　科目　　第　　页

T33.

分为1个等价类，则有1个；若分为2个等价类，则有 $C_4^1+\frac{1}{2}\cdot C_4^2=7$ 个

若分为3个等价类，则有 C_4^2 个 $=6$ 个. 若分为4个等价类，则有1个.

$\therefore n = 1+6+7+1 = 15$ 个.

T34

① 自反：由 $aRa \land aRa \Leftrightarrow aSa$. （R有自反性）

$\forall a$ 取 $c=a$ 即有 $\langle a,a\rangle \in S$. $\therefore$ S有自反性.

② 对称：若 aSb，即 $\exists c$ 使 $aRc \land cRb$，由R有对称性，

故 $cRa \land bRc \Leftrightarrow bSa$. $\therefore$ S有对称性

③ 传递：若 $aSb \land bSc$，即 $\exists m$ 使 $aRm \land mRb$. $\exists n$ 使 $bRn \land nRc$

R是传递的，由 $aRm \land mRb \Rightarrow aRb$，再由 $bRn \Rightarrow aRn$.

故 $\exists n$，使得 $aRn \land nRc \Rightarrow aSc$. $\therefore$ S有传递性.

综上，S是等价关系.

T35

① 自反：$\langle x,y\rangle R\langle x,y\rangle \Leftrightarrow xy=yx$ 成立

② 对称：$\langle x,y\rangle R\langle u,v\rangle \Leftrightarrow xv=yu \Leftrightarrow uy=vx \Leftrightarrow \langle u,v\rangle R\langle x,y\rangle$ 成立

③ 传递：$\langle x,y\rangle R\langle u,v\rangle \Leftrightarrow xv=yu$.

$\langle u,v\rangle R\langle m,n\rangle \Leftrightarrow vm=u\cdot n$.　$\Rightarrow yu\cdot v\cdot m = x\cdot v\cdot u\cdot n$

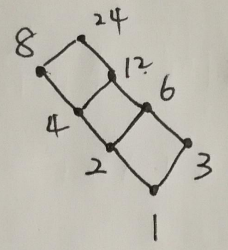
即 $y\cdot m=n\cdot x$

而 $\langle x,y\rangle R\langle m,n\rangle \Leftrightarrow xn=my \Leftrightarrow ym=nx$. 成立

综上，R是等价关系

T39

(1)



T40.

(2) $A=\{a,b,c,d,e,f\}$

$R=I_A\cup\{\langle a,b\rangle,\langle a,c\rangle,\langle a,d\rangle,\langle a,e\rangle,\langle a,f\rangle,\langle d,f\rangle,\langle e,f\rangle\}$

T41.

(1) A的极大元为e，极小元为a.

最大元为e，最小元为a.

(2) A无最小元与最大元.

极小元 abc 极大元 abd.

T42. 1,2,…10的最小公倍数为2520

∴ 上界为 $2520\cdot K$ $(K\in Z_+)$ 上确界 2520.

下界为 1，下确界为1

T43

自反性 $\forall x\in B \Rightarrow \langle x,x\rangle\in R \wedge \langle x,x\rangle\in B\times B$

$\therefore \langle x,x\rangle\in R\cap B\times B$

反对称性:

$x,y\in B \Rightarrow \langle x,y\rangle\in R \wedge \langle x,y\rangle\in B\times B$

而 $x,y\in B \Rightarrow \langle y,x\rangle\in R \wedge \langle y,x\rangle\in B\times B$

而 R 为偏序关系，若 $\langle x,y\rangle\in R \wedge \langle y,x\rangle\in R$，立有 $x=y$.

否则不成立。故为反对称的.

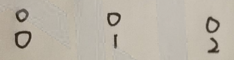
传递性

$x,y,z\in B$；有 $\langle x,y\rangle\in R\cap B\times B \wedge \langle y,z\rangle\in R\cap B\times B$.

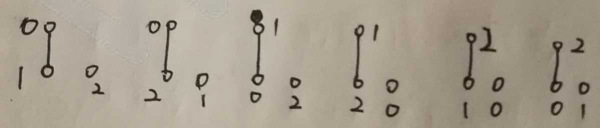
$\Rightarrow (\langle x,y\rangle,\langle y,z\rangle\in R)\wedge(\langle x,y\rangle,\langle y,z\rangle\in B\times B)$

$\Rightarrow \langle x,z\rangle\in R\cap B\times B$ 故传递性得证.

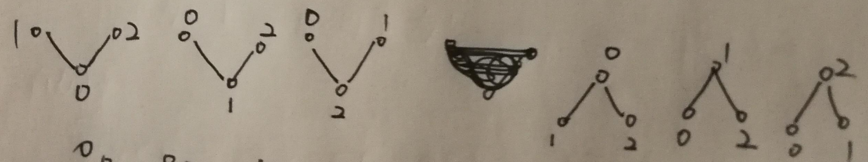
T45.

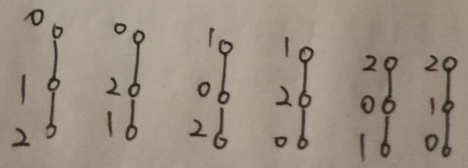


(没线)



一条线.





(两条线)