

§3

T_1 设结点中度为1的有 n_1 个.

$$\therefore n_1 + 2n_2 + 3n_3 + \dots + kn_k = 2(n_1 + n_2 + \dots + n_k - 1).$$

$$\therefore n_1 = n_3 + 2n_4 + \dots + (k-2)n_k + 2 = \sum_{s=3}^k (s-2)n_s + 2.$$

T_2 考虑树中最长道路为 v_i, v_{i+1}, \dots, v_s . 则 $d(v_i) > 1$.

考虑 v_i 的邻接点 $(v_{i-1}, \dots, v_{i+d(v_i)})$.

1° $\exists v_i$ 的邻接点不在最长道路中. 设该点为 v_m . 则 v_m, v_i, \dots, v_s 是更长的道路. 矛盾.

2° v_i 的邻接点均在最长道路中. 这样的点至少2个, 设为 v_1 与 v_2 .

v_i 与 v_1 以及 v_i 与 v_2 有边, 且 v_1 与 v_2 间有边.

故存在回路, 与树的特点矛盾. 综上, $d(v_i) = 1$.

对于 $d(v_s)$ 有相似讨论. 故 $d(v_i) = d(v_s) = 1$. 即均为叶子结点.

T_3 考虑把树转成 prufer 码

去掉最小的叶子节点及其边, 将这边连接的另一个点

加入编码中. 易知每棵树对应一个 prufer 码.

每个结点在编码中出现 $(d_i - 1)$ 次. (因其有 $d_i - 1$ 个叶子结点, 否则将产生回路)

最终将剩下2个点与一条线段

故树的数目即 prufer 码数目: 将 $n-2$ 个数排列后, 除去每一组重复

情况. 即 $\frac{(n-2)!}{(d_1-1)!(d_2-1)! \dots (d_{n-1}-1)!}$