清华大学数学作业纸

（科目　　　　）

班级 计71　姓名 张程远　编号 2017011429　第　　页

T13　$R(0)=\{1,2,3,4\}$；$R(1)=\{2,3,4\}$.

T14

$R=\{\langle 1,2\rangle,\langle 2,1\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 1,1\rangle\}$.

T15　R_1：没有任何性质；R_2：反对称；传递

R_3：自反、对称、传递；R_4：自反、传递.

R_5：没有任何性质．R_6：非自反、对称.

R_7：非自反；反对称　R_8：自反、对称.

T17

(1) 1° R是自反的. 则 $\forall \langle x,y\rangle \in I_A \Rightarrow x=y$, 知 $\langle x,y\rangle \in R$. 故 $I_A \subseteq R$.

2° $I_A \subseteq R$, 则 $\forall x$ 有 $\langle x,x\rangle \in R$. 故R是自反的. 证毕.

(2). 1° R是非自反的, 则 $\forall \langle x,y\rangle \in R \Rightarrow x \neq y \Rightarrow \langle x,y\rangle \notin I_A$. 故 $I_A \cap R = \emptyset$.

2° $I_A \cap R = \emptyset$, 则 $\forall x$ 有 $\langle x,x\rangle \in I_A \Rightarrow \langle x,x\rangle \notin R$. 故 $I_A \cap R = \emptyset \Leftrightarrow$ R是非自反的

(3). 1° R是传递的, $\forall \langle x,y\rangle \in R\circ R \Leftrightarrow (\exists z)(\langle x,z\rangle \in R \wedge \langle z,y\rangle \in R)$.

故 $\langle x,y\rangle \in R$.

2° $R\circ R \subseteq R$.

$\forall \langle x,z\rangle \in R$, $\langle z,y\rangle \in R$, $\Rightarrow \langle x,y\rangle \in R\circ R \Rightarrow \langle x,y\rangle \in R$, 即R是传递的

故 R是传递的 $\Leftrightarrow (R\circ R) \subseteq R$.

T_{18}

(1) 真. 由 $\forall x$ 有 $\langle x,x\rangle \in R_1 \wedge \langle x,x\rangle \in R_2 \Rightarrow \langle x,x\rangle \in R_1 \circ R_2$.

(2) 真　　(3) 假

(4) 假　如 $R_1=\{\langle 1,2\rangle, \langle 2,3\rangle, \langle 1,3\rangle\}$, $R_2=\{\langle 1,2\rangle, \langle 2,2\rangle\}$.

$\therefore R_1 \circ R_2 = \{\langle 1,3\rangle, \langle 2,3\rangle\}$.

T_{19}. (1) $R=\{\langle 1,1\rangle, \langle 2,2\rangle, \langle 3,3\rangle\}$

(2) $R=\{\langle 1,1\rangle, \langle 1,2\rangle, \langle 1,3\rangle, \langle 2,2\rangle, \langle 2,3\rangle, \langle 2,1\rangle\}$.

T_{20} 由 $\langle 1,2\rangle$、$\langle 2,1\rangle \in R \Rightarrow \langle 1,1\rangle \in R$;

由 $\langle 4,3\rangle$、$\langle 3,1\rangle \in R \Rightarrow \langle 4,1\rangle \in R$.

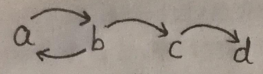
由 $\langle 4,1\rangle$、$\langle 1,2\rangle \in R \Rightarrow \langle 4,2\rangle \in R$.

由 $\langle 3,1\rangle$、$\langle 1,2\rangle \in R \Rightarrow \langle 3,2\rangle \in R$.

$\therefore R_1 = \{\langle 1,2\rangle, \langle 4,3\rangle, \langle 2,2\rangle, \langle 2,1\rangle, \langle 3,1\rangle, \langle 1,1\rangle, \langle 4,1\rangle, \langle 4,2\rangle, \langle 3,2\rangle\}$

T_{22}. $R_1 \circ R_2 = \{\langle c,d\rangle\}$; $R_2 \circ R_1 = \{\langle a,d\rangle, \langle a,c\rangle\}$.

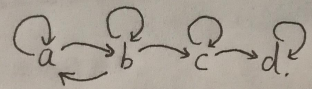
T_{27}



R

$$M(R) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

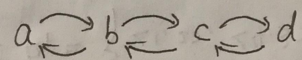
(1)



r(R)

$$M(r(R)) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

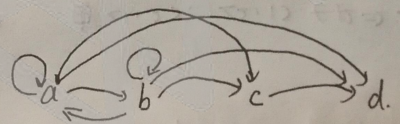
(2).



S(R)

$$M(S(R)) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(3).



t(R)

$$M(t(R)) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$