

Вопросы к экзамену по высшей математике  
для первого семестра первого курса

14 января 2023 г.

# 1 Комплексные числа

## 1.1 Вопрос 1

Сформулируйте определение комплексного числа (КЧ) в алгебраической форме и перечислите его составляющие.

Как соотносятся между собой множества действительных чисел, комплексных, мнимых?

Какие числа называются комплексно-сопряженными? Перечислите основные свойства операций с ними.

Как выполняются операции сложения, вычитания, умножения, деления КЧ в алгебраической форме?

Комплексным числом в алгебраической форме называется выражение вида  $z = x + iy$ , где  $x$  - действительная часть,  $y$  - мнимая часть,  $i$  - мнимая единица.

Между собой множества действительных, комплексных и мнимых чисел соотносятся так: множество действительных чисел является подмножеством комплексных, так как любое комплексное число можно представить как  $z = x + 0i$ ; мнимое число является подмножеством комплексных чисел, так как любое мнимое число можно представить как  $m = 0 + xi$ . **TBD**

Комплексно-сопряженными числами называются те комплексные числа, которые различаются только знаком между частями. Например:  $z_1 = 3 + 4i$ ,  $z_2 = 3 - 4i$ . Основные свойства операций над ними ( $z = x + yi$ ):

1.  $z + \bar{z} = 2x$
2.  $z\bar{z} = x^2 + y^2$
3.  $\bar{\bar{z}} = z$
4.  $\overline{z_1 \pm z_2} = \bar{z}_1 \pm \bar{z}_2$
5.  $\overline{z_1 z_2} = \bar{z}_1 * \bar{z}_2$
6.  $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$

Пусть  $z_1 = x_1 + y_1i$ ,  $z_2 = x_2 + y_2i$ . Основные операции над комплексными числами:

1. Сложение:  $z_1 + z_2 = x_1 + x_2 + (y_1 + y_2)i$
2. Вычитание:  $z_1 - z_2 = x_1 - x_2 + (y_1 - y_2)i$
3. Умножение:  $z_1 z_2 = x_1 x_2 - y_1 y_2 + (x_1 y_2 + x_2 y_1)i$ . Формула получается из раскрытия скобок и приведения подобных.

4. Деление:  $\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \overline{z_2}}{z_2 \overline{z_2}}$ . Формула получается домножением числителя и знаменателя на сопряженное знаменателю число.