

設計內容報告

[1] 原理及架構說明

基於 2×2 real matrix 的 close form solution, 如果我們能夠有效利用硬體算出三角函數的逼近值, 就可以得到矩陣的兩個奇異值, 由下列式子說明:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

對於任意 2×2 real matrix 我們可以寫成

$$\begin{cases} \theta_r + \theta_l = \arctan\left(\frac{c+b}{d-a}\right) \\ \theta_r - \theta_l = \arctan\left(\frac{c-b}{d+a}\right) \end{cases}$$

又根據右方式子我們可以算出旋轉角度

$$\begin{pmatrix} \cos \theta_l & \sin \theta_l \\ -\sin \theta_l & \cos \theta_l \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ -\sin \theta_r & \cos \theta_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{pmatrix}$$

最後由

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{ 的 Sigma matrix } \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{pmatrix}。$$

至於算出三角函數逼近值的方法, 我們是採用 CORDIC 演算法, 針對一個二維向量我們

知道它的旋轉矩陣形式為 $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, CORDIC 演算法則提供了一個向量

旋轉的迭代運算方法, 它將旋轉角度分解為連續多個已知的小角度,

$$\phi_i = d_i \arctan 2^{-i} \quad \text{其中 } d_i = +1 \text{ or } -1, \text{ 使得旋轉可以在多步的加法與移位操作內完}$$

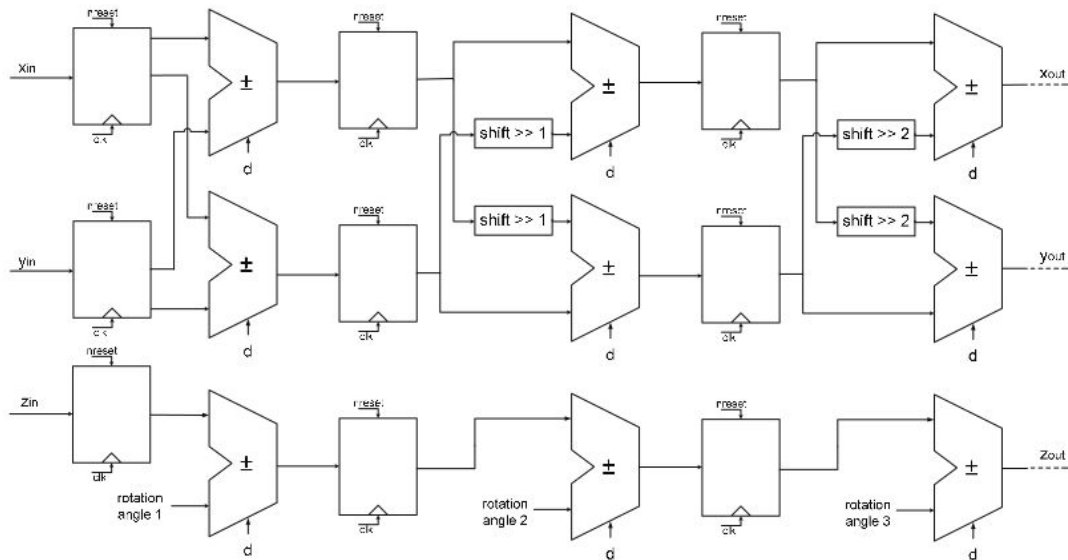
成, 便利於我們硬體的實現。針對 CORDIC 演算法, 有幾點值得一提:

- (a) 我們利用 pipeline 的方式提高我們運算的效率 (見下圖一), 在理想的狀態下我們能夠在每個 clock cycle 都輸入 input matrix 並在 output 端得到結果, 然而實際上由於輸入輸出端口數量的限制, 導致我們沒有辦法呈現這樣的優勢。另外一方面 pipeline 的明顯缺點是面積較大, 導致我們最後在最後 P&R 階段被迫減少 pipeline 層數來壓縮面積。
- (b) 因為晶片對外接口的數量限制, 我們沒辦法將 pipeline 的優勢發揮出來, 所以我們針對 CORDIC module 給入了 enable 的訊號, 避免 CORDIC module 在閒置階段將能量浪費在無意義的計算上。

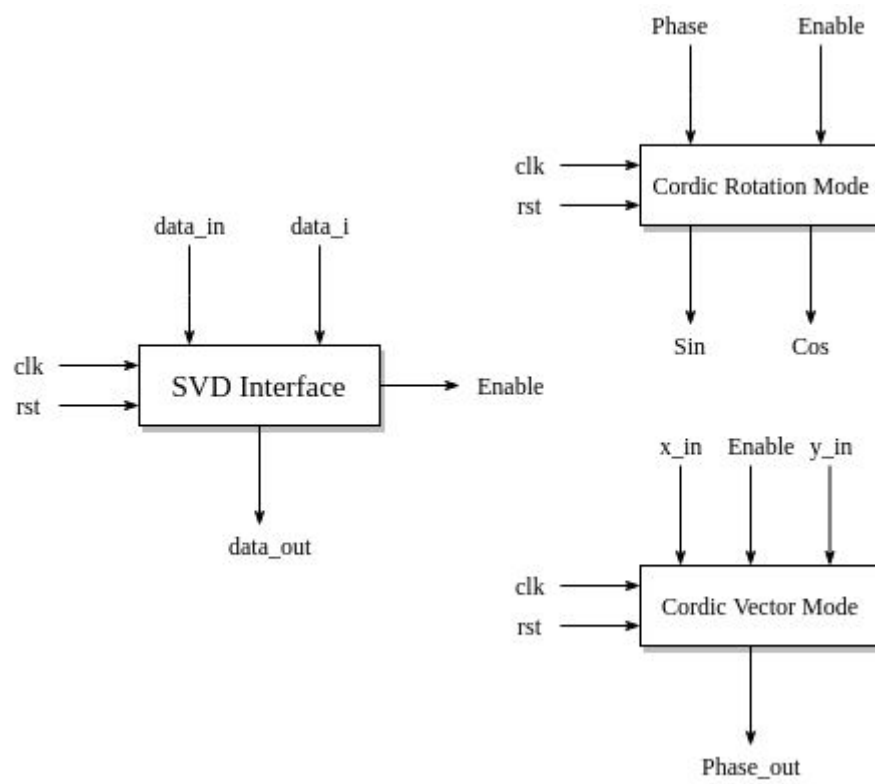
(c) 對於角度的表達方式，我們選擇用 32 個 bits 來表達 360 度，換句話說，我們能夠輕易地利用 angle [31:30] 來判斷當前角度位在平面座標上的哪一個象限，而且在角度的計算方面也非常精準。

我們利用 Cordic 的旋轉模式及向量模式建立模組，以這兩個模組為基礎我們就可以利用 Interface 介面進行 input matrix 的 sigma 運算（見下圖二）。

圖一：



圖二：



[2] 設計流程圖

