



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN  
IIC1253 - MATEMÁTICAS DISCRETAS

# Tarea 5

03 de junio de 2025

1º semestre 2025 - Profesores P. Bahamondes - D. Bustamante - P. Barceló

---

## Requisitos

- La tarea es individual. Los casos de copia serán sancionados con la reprobación del curso con nota 1,1.
- **Entrega:** Hasta las 23:59 del 12 de junio a través del buzón habilitado en el sitio del curso (Canvas).
  - Esta tarea debe ser hecha completamente en  $\text{\LaTeX}$ . Tareas hechas a mano o en otro procesador de texto **no serán corregidas**.
  - Debe usar el template  $\text{\LaTeX}$  publicado en la página del curso.
  - Cada solución de cada problema debe comenzar en una nueva hoja. **Hint:** Utilice `\newpage`
  - Los archivos que debe entregar son el archivo `.pdf` correspondiente a su solución, junto con un `.zip`, que contenga un archivo `.tex` que compila su tarea. Si su código hace referencia a otros archivos, debe incluirlos también.
- El no cumplimiento de alguna de las reglas se penalizará con un descuento de 0.5 en la nota final (acumulables).
- No se aceptarán tareas atrasadas (salvo que utilice su cupón `#problemaexcepcional`).
- Si tiene alguna duda, el foro de Github (issues) es el lugar oficial para realizarla.

## Pregunta 1

Sea  $\mathcal{F}$  el conjunto de todas las funciones de  $\mathbb{R}$  en  $\mathbb{R}$ .

1. Defina una relación binaria  $\preceq_O$  en  $\mathcal{F}$  tal que para cada  $f_1, f_2 \in \mathcal{F}$ ,  $f_1 \preceq_O f_2$  si y sólo si  $f_1$  es  $O(f_2)$ . ¿Es  $\preceq_O$  un orden parcial en  $\mathcal{F}$ ?
2. Defina una relación binaria  $\preceq_\Theta$  en  $\mathcal{F}$  tal que para cada  $f_1, f_2 \in \mathcal{F}$ ,  $f_1 \preceq_\Theta f_2$  si y sólo si  $f_1$  es  $\Theta(f_2)$ . Demuestre que  $\preceq_\Theta$  una relación de equivalencia en  $\mathcal{F}$ .
3. Defina  $\mathcal{F}_\Theta$  como el conjunto de las clases de equivalencia de  $\mathcal{F}$  con respecto a la relación de equivalencia  $\Theta$ . Defina la relación  $\preceq_{O,\Theta}$  en  $\mathcal{F}_\Theta$  de la siguiente forma: Para todo  $[f_1], [f_2] \in \mathcal{F}_\Theta$ ,  $[f_1] \preceq_{O,\Theta} [f_2]$  si y sólo si existe  $f \in [f_1]$  y  $f' \in [f_2]$  tal que  $f$  es  $O(f')$ .

Demuestre que  $\preceq_{O,\Theta}$  es un orden parcial en  $\mathcal{F}_\Theta$ .

4. Demuestre que  $\preceq_{O,\Theta}$  no es un orden total en  $\mathcal{F}_\Theta$ .

## Pregunta 2

Sean  $A$  y  $B$  conjuntos enumerables y sea  $\mathcal{H} := \{h : A \rightarrow B\}$ .

1. Utilizando un argumento de diagonalización, demuestre que  $\mathcal{H}$  no es enumerable
2. Demuestre que existe una biyección  $f : \mathcal{H} \rightarrow \mathbb{R}$ .