



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN
IIC1253 - MATEMÁTICAS DISCRETAS

Interrogación 2

22 de Mayo de 2025

Duración: 2:30 hrs.

Pregunta 1

Sea $m > 0$. Demuestre que en toda secuencia de m enteros existe uno o más términos consecutivos cuya suma es divisible por m .

Pregunta 2

Un *cuasi-orden* en un conjunto A es una relación binaria en A que es refleja y transitiva. Demuestre que si R es un cuasi-orden en A , entonces $R \cap R^{-1}$ es una relación de equivalencia en A .

Pregunta 3

Demuestre que si A, B son conjuntos enumerables, entonces $A \times B$ también lo es.

Pregunta 4

Una relación binaria sobre un conjunto A es de *equivalencia*, si es refleja, simétrica, y transitiva. Sea R una relación binaria cualquiera sobre un conjunto A . Definimos $R^{-1} = \{(c, d) \mid (d, c) \in R\}$ y R_{\sim} como la “menor” relación de equivalencia que contiene a R .

Esto significa que (1) $R \subseteq R_{\sim}$, (2) R_{\sim} es una relación de equivalencia, y (3) para toda relación de equivalencia S que satisface $R \subseteq S$ se cumple que $R_{\sim} \subseteq S$.

Demuestre que para todo $a, b \in A$ se tiene que $(a, b) \in R_{\sim}$ **si y solo si** para algún $n > 0$ existen elementos $a_1, \dots, a_n \in A$ que cumplen lo siguiente: (1) $a_1 = a$, (2) $a_n = b$, y (3) $(a_i, a_{i+1}) \in R \cup R^{-1}$, para todo $1 \leq i < n$.