PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN
IIC1253 - MATEMÁTICAS DISCRETAS

# Ayudantía 8 - Elementos extremos, funciones y cardinalidad

Héctor Núñez, Paula Grune, Manuel Irarrázaval

## Resumen

### Función

Sea $f \subseteq A \times B$ diremos que f es una función de A en B si dado cualquier elemento $\forall a \in A \exists b \in B$ tal que:

$$afb \land afc \Longrightarrow b = c$$

Sea $f : A \to B$. Diremos que f es

- **Inyectiva** si la función es uno a uno, esto es $\forall x, y \in A$ se tiene que $f(x) = f(y) \Longrightarrow x = y$.
- **Sobreyectiva** si $\forall b \in B . \exists a \in A$ tal que $b = f(a)$
- **Biyectiva** si es inyectiva y sobreyectiva a la vez.

**Función invertible** Dada una función f de A en B, diremos que f es invertible si su relación inversa $f^{-1}$ es una función de B en A.

**Composición de funciones** Dadas relaciones R de A en B y S de B en C, la composición de R y S es una relación de A en C definida como

$$S \circ R = \{(a, c) \in A \times C \mid \exists b \in B \text{ tal que } aRb \land bSc\}$$

**Principio del palomar** Si se tiene una función $f : \mathbb{N}_m \to \mathbb{N}_n$ con $m > n$, la función f no puede ser inyectiva. Es decir, necesariamente existirán $x, y \in \mathbb{N}_m$ tales que $x \neq y$ , pero $f(x) = f(y)$.

**Equinumeroso** Sean A y B dos conjuntos cualesquiera. Diremos que A es equinumeroso con B (o que A tiene el mismo tamaño que B) si existe una función biyectiva $f : A \to B$. Lo denotamos como

$$A \approx B$$

**Video:** Les dejamos este video que puede servirles para entender numerabilidad AQUI :)

## Ejercicios

# Pregunta 1

Suponga que para todo $a, b \in N$, se cumple que $f(a+b) = f(a) + f(b)$. Demuestre $f$ es una función inyectiva si, y sólo si, $f(1) \neq 0$.

# Pregunta 2

Sean $A, B$ conjuntos no vacíos con al menos dos elementos cada uno. Determine la inyectividad y la sobreyectividad de las siguientes funciones. En caso de que sean biyectivas, determine la inversa.

1. $\pi : A \times B \to A$ dada por $\pi(a, b) = a$.
2. $f : A \times B \to B \times A$ dada por $f(a, b) = (b, a)$.

# Pregunta 3

Demuestre que el conjunto de los numeros complejos es equinumeroso con los numeros reales.