



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN  
IIC1253 - MATEMÁTICAS DISCRETAS

# Ayudantía 11 - Complejidad Computacional

Héctor Núñez, Paula Grune, Manuel Irrázaval

---

## Ejercicios

### Ejercicio 1: Complejidad y ecuaciones de recursividad

Considere el siguiente algoritmo,

---

#### Algorithm 1 PowerAlgorithm

---

```
1: Data:  $x, n$ 
2: Result:  $x^n$ 
3: if  $n = 1$  then
4:   return  $x$ 
5: end if
6:  $n_{\text{half}} \leftarrow \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ 
7:  $Pow_{\text{half}} \leftarrow \text{PowerAlgorithm}(x, n_{\text{half}})$ 
8:  $Finalpow \leftarrow Pow_{\text{half}} \times Pow_{\text{half}}$ 
9: if  $n \bmod 2 = 1$  then
10:  return  $Finalpow \times x$ 
11: else
12:  return  $Finalpow$ 
13: end if
```

---

Determine su ecuación de recurrencia y complejidad.

---

## Ejercicio 2: Ecuacion de recurrencia

Considere la siguiente ecuación de recurrencia:

$$T(n) = \begin{cases} 1, & \text{si } n = 1, \\ 4 \cdot T(\lfloor n/2 \rfloor) + n^2 \log_2(n), & \text{si } n > 1. \end{cases}$$

Demuestre usando inducción que

$$T(n) \in O(n^2 (\log n)^2).$$

Puede que los siguientes valores le resulten útiles:

$$\log_2(3) \approx 1,6, \quad \log_2(5) \approx 2,3, \quad \log_2(6) \approx 2,6, \quad \log_2(7) \approx 2,8.$$

## Ejercicio 3

Considere la recurrencia vista en clases para MergeSort:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ T(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor) + T(\lceil \frac{n}{2} \rceil) + n & n \geq 2 \end{cases}$$

Demuestre usando inducción que  $T(n) \in O(n \log n)$ .