

3-DOF RWD TV

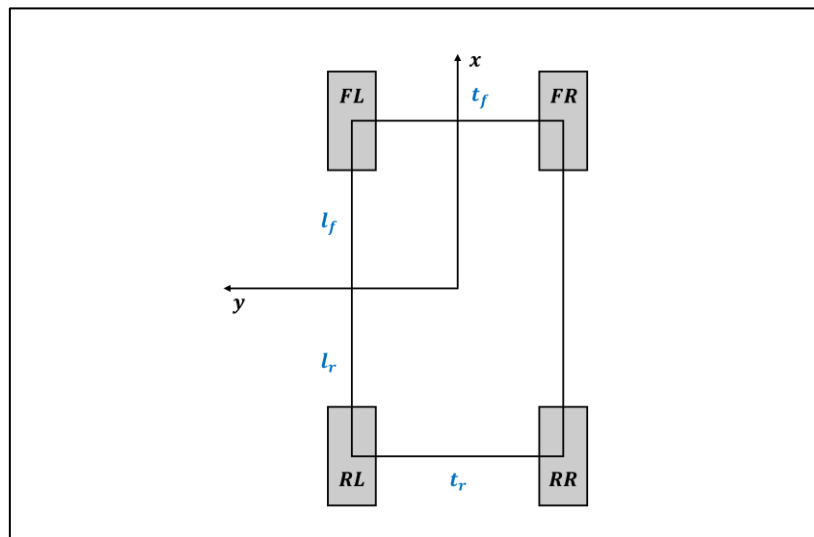
파라미터

분류	기호	의미	단위
기본 제원	m	차량 전체 질량	kg
	I_z	무게중심 기준 요 관성 모멘트	kg·m ²
	l_f, l_r	무게중심에서 앞/뒤 차축까지의 거리	m
	t_f, t_r	앞/뒤 바퀴의 윤거	m
	h	지면으로부터 무게중심까지의 높이	m
타이어 모델	$C_{\alpha f}, C_{\alpha r}$	앞/뒤 차축 코너링 강성	N/rad
	μ	노면-타이어 마찰 계수	—
	r_e	타이어의 유효 구름 반경	m
저항 및 환경	g	중력 가속도	m/s ²
	θ	도로 경사각	rad
	ρ	공기 밀도	kg/m ³
	C_d	공기 저항 계수	—
	A_f	차량 전면 투영 면적	m ²
	V_{wind}	정면 바람 속도	m/s
	h_a	공기 저항 작용점 높이	m
	f	구름 저항 계수	—
스케줄링 파라미터	v_x	차량 종방향 속도	m/s
상태 변수	v_y	차량 횡방향 속도	m/s
	r	요 각속도	rad/s
제어 입력	M_z	토크 벡터링으로 인한 추가 요 모멘트	
측정 가능한 외란	δ	운전자의 앞바퀴 조향각	rad

중간 계산 변수	α_i	각 타이어 슬립각	rad
	$F_{x,RL}, F_{x,RR}$	후륜 좌/우 타이어 종방향 힘	N
	$F_{y,i}$	각 타이어 횡방향 힘	N
	$F_{z,i}$	각 타이어 수직 하중	N
	T_{RL}, T_{RR}	후륜 좌/우 인가 토크	N·m
	ΔT	후륜 좌/우 토크 차	N·m

플랜트 모델링

타이어 좌표 위치 (x_i, y_i)



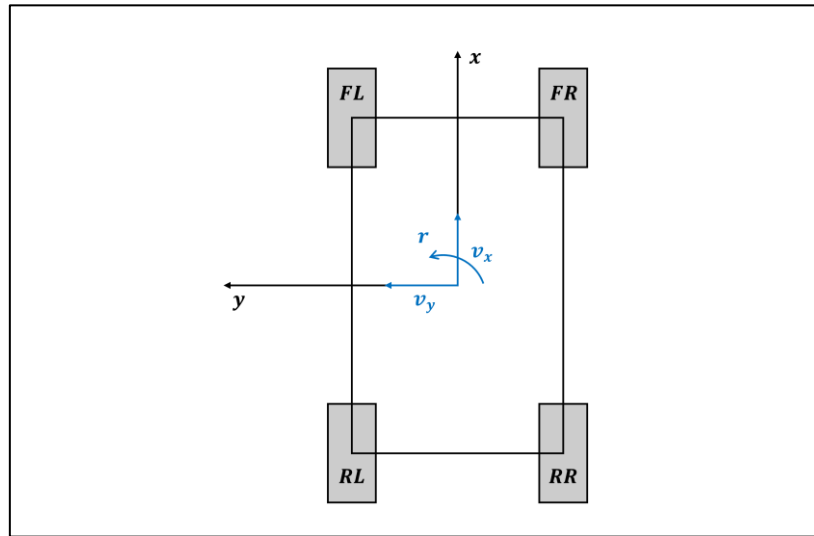
$$x_{FL} = +l_f, \quad y_{FL} = +\frac{t_f}{2}$$

$$x_{FR} = +l_f, \quad y_{FR} = -\frac{t_f}{2}$$

$$x_{RL} = -l_r, \quad y_{RL} = +\frac{t_r}{2}$$

$$x_{RR} = -l_r, \quad y_{RR} = -\frac{t_r}{2}$$

타이어 속도 (차체 좌표계)

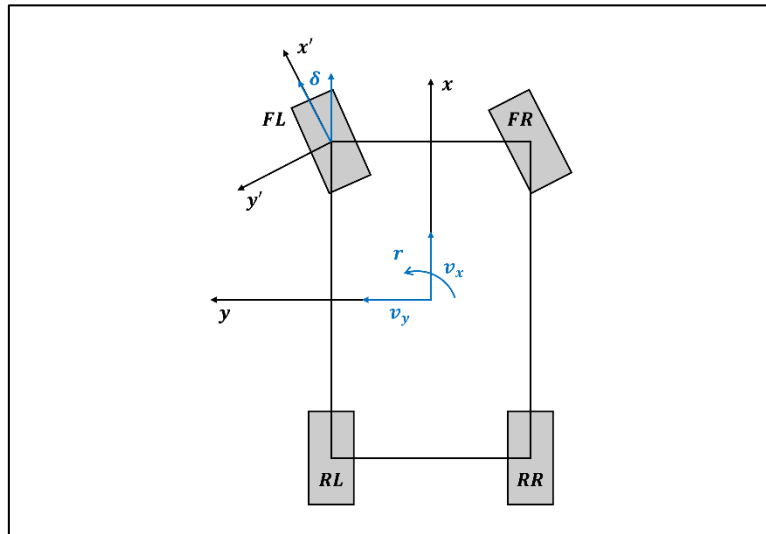


$$v_{x,i} = v_x - r y_i$$

$$v_{y,i} = v_y + r x_i$$

i	x_i	y_i	$v_{x,i} = v_x - r y_i$	$v_{y,i} = v_y + r x_i$
FL	$+l_f$	$+\frac{t_f}{2}$	$v_{x,FL} = v_x - r \frac{t_f}{2}$	$v_{y,FL} = v_y + r l_f$
FR	$+l_f$	$-\frac{t_f}{2}$	$v_{x,FR} = v_x + r \frac{t_f}{2}$	$v_{y,FR} = v_y + r l_f$
RL	$-l_r$	$+\frac{t_r}{2}$	$v_{x,RL} = v_x - r \frac{t_r}{2}$	$v_{y,RL} = v_y - r l_r$
RR	$-l_r$	$-\frac{t_r}{2}$	$v_{x,RR} = v_x + r \frac{t_r}{2}$	$v_{y,RR} = v_y - r l_r$

타이어 조향각



$$v_{x',i} = v_{x,i} \cos \delta + v_{y,i} \sin \delta$$

$$v_{y',i} = -v_{x,i} \sin \delta + v_{y,i} \cos \delta$$

뒷바퀴는 $\delta \approx 0$ 가정

타이어 슬립각

$$\alpha_i = \tan^{-1} \left(\frac{v_{y',i}}{v_{x',i}} \right)$$

소각 근사 ($|\alpha| < 8^\circ$)

$$\alpha_i = \frac{v_{y',i}}{v_{x',i}}$$

타이어 코너링 강성

$$F_{y,i} = -C_{\alpha,i} \alpha_i$$

타이어 토크

$$T_i \approx r_e F_{x,i}$$

$$F_{x,RL} \approx \frac{T_{RL}}{r_e}$$

$$F_{x,RR} \approx \frac{T_{RR}}{r_e}$$

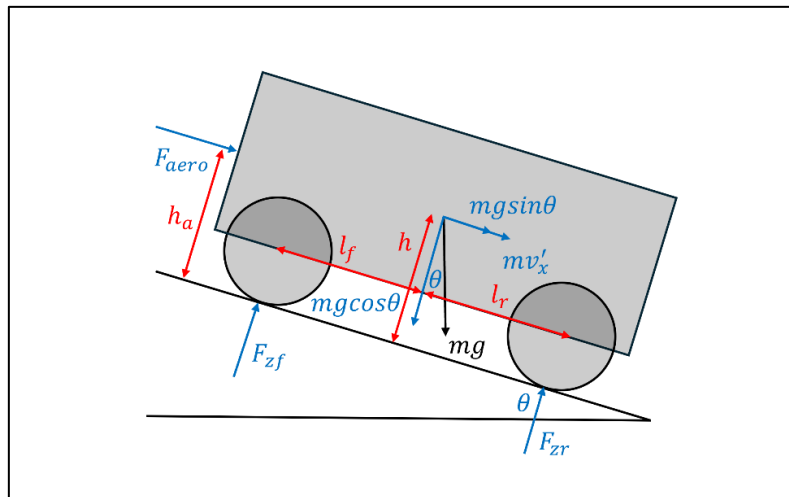
$$\left(F_{x,FL} \approx \frac{T_{FL}}{r_e} = 0 \right)$$

$$\left(F_{x,FR} \approx \frac{T_{FR}}{r_e} = 0 \right)$$

마찰 원

필요 시 μ -Ellipse를 적용하여 $\sqrt{\left(\frac{F_{x,i}}{\mu F_z}\right)^2 + \left(\frac{F_{y,i}}{\mu F_z}\right)^2} \leq 1$ 로 마찰한계 제한

수직 하중



$$F_{zf} = \frac{l_r mg \cos \theta - h mg \sin \theta - h m \dot{v}_x - h_a F_{aero}}{l_f + l_r}$$

$$F_{zr} = mg \cos \theta - F_{zf}$$

좌/우 바퀴 하중 분배

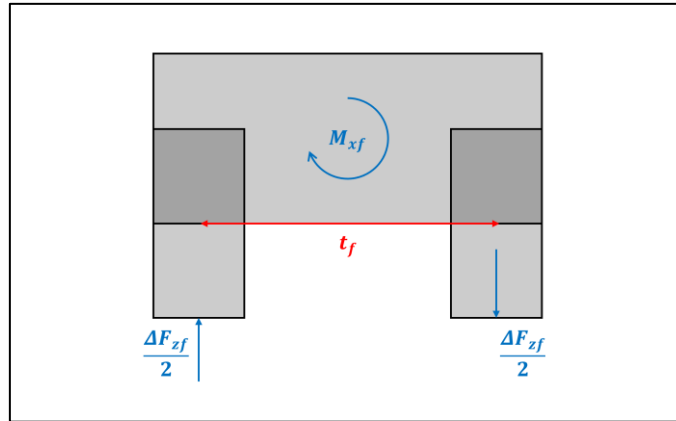
$$M_x = hma_y$$

$$M_x = hm(\dot{v}_y + v_x r)$$

롤 강성은 정적 하중에 비례한다고 가정

$$M_{xf} = M_x \cdot \left(\frac{l_r}{l_f + l_r} \right)$$

$$M_{xr} = M_x \cdot \left(\frac{l_f}{l_f + l_r} \right)$$



$$\Delta F_{zf} = \frac{M_{xf}}{t_f}$$

$$\Delta F_{zr} = \frac{M_{xr}}{t_r}$$

$$F_{z,FL} = \frac{F_{zf}}{2} - \frac{\Delta F_{zf}}{2}$$

$$F_{z,FR} = \frac{F_{zf}}{2} + \frac{\Delta F_{zf}}{2}$$

$$F_{z,RL} = \frac{F_{zr}}{2} - \frac{\Delta F_{zr}}{2}$$

$$F_{z,RR} = \frac{F_{zr}}{2} + \frac{\Delta F_{zr}}{2}$$

$$F_{z,FL} = \frac{F_{zf}}{2} - \frac{hm(\dot{v}_y + v_x r)}{2t_f} \cdot \left(\frac{l_r}{l_f + l_r} \right)$$

$$F_{z,FR} = \frac{F_{zf}}{2} + \frac{hm(\dot{v}_y + v_x r)}{2t_f} \cdot \left(\frac{l_r}{l_f + l_r} \right)$$

$$F_{z,RL} = \frac{F_{zf}}{2} - \frac{hm(\dot{v}_y + v_x r)}{2t_r} \cdot \left(\frac{l_f}{l_f + l_r} \right)$$

$$F_{z,RR} = \frac{F_{zf}}{2} + \frac{hm(\dot{v}_y + v_x r)}{2t_r} \cdot \left(\frac{l_f}{l_f + l_r} \right)$$

3-DOF 전체 운동방정식

종방향 힘 평형

$$m\dot{v}_x = \sum F_{x,i} - F_{aero} - R_{roll} - F_{grade} + mv_y r$$

타이어 힘

$$\sum F_{x,i} = (F_{x,FL} + F_{x,FR})\cos\delta - (F_{y,FL} + F_{y,FR})\sin\delta + F_{x,RL} + F_{x,RR}$$

$$\sum F_{y,i} = -(F_{y,FL} + F_{y,FR})\cos\delta + F_{y,RL} + F_{y,RR}$$

공기 저항

$$F_{aero} = \frac{1}{2} \rho C_d A_f (v_x + V_{wind})^2$$

구름 저항

$$R_{roll} = f (F_{z,FL} + F_{z,FR} + F_{z,RL} + F_{z,RR})$$

도로 경사각

$$F_{grade} = mg \sin\theta$$

횡방향 힘 평형

$$m\dot{v}_y = \sum F_{y,i} - mv_x r$$

$$m\dot{v}_y = (F_{y,FL} + F_{y,FR})\cos\delta + (F_{x,FL} + F_{x,FR})\sin\delta + F_{y,RL} + F_{y,RR} - mv_x r$$

$$m\dot{v}_y = (F_{y,FL} + F_{y,FR})\cos\delta + F_{y,RL} + F_{y,RR} - mv_x r$$

모멘트 힘 평형

$$I_z \dot{r} = \sum (x_i F_{y,i} - y_i F_{x,i})$$

$$I_z \dot{r} = (l_f F_{y,FL} - \frac{t_f F_{x,FL}}{2}) + (l_f F_{y,FR} + \frac{t_f F_{x,FR}}{2}) + (-l_r F_{y,RL} - \frac{t_r F_{x,RL}}{2}) + (-l_r F_{y,RR} + \frac{t_r F_{x,RR}}{2})$$

$$I_z \dot{r} = (l_f F_{y,FL}) + (l_f F_{y,FR}) + (-l_r F_{y,RL} - \frac{t_r F_{x,RL}}{2}) + (-l_r F_{y,RR} + \frac{t_r F_{x,RR}}{2})$$

$$M_{z,Fx} = -\frac{t_f F_{x,FL}}{2} + \frac{t_f F_{x,FR}}{2} - \frac{t_r F_{x,RL}}{2} + \frac{t_r F_{x,RR}}{2} = \frac{t_f}{2} (F_{x,FR} - F_{x,FL}) + \frac{t_r}{2} (F_{x,RR} - F_{x,RL})$$

$$M_{z,Fy} = l_f F_{y,FL} + l_f F_{y,FR} - l_r F_{y,RL} - l_r F_{y,RR} = l_f (F_{y,FL} + F_{y,FR}) - l_r (F_{y,RL} + F_{y,RR})$$

$$I_z \dot{r} = l_f (F_{y,FL} + F_{y,FR}) - l_r (F_{y,RL} + F_{y,RR}) + \frac{t_f}{2} (F_{x,FR} - F_{x,FL}) + \frac{t_r}{2} (F_{x,RR} - F_{x,RL})$$

$$I_z \dot{r} = l_f (F_{y,FL} + F_{y,FR}) - l_r (F_{y,RL} + F_{y,RR}) + \frac{t_r}{2} (F_{x,RR} - F_{x,RL})$$

$$I_z \dot{r} = l_f (F_{y,FL} + F_{y,FR}) - l_r (F_{y,RL} + F_{y,RR}) + M_z$$

$$\left(M_z = \frac{t_r}{2} (F_{x,RR} - F_{x,RL}) = \frac{t_r}{2} \left(\frac{T_{RR}}{r_e} - \frac{T_{RL}}{r_e} \right) \right)$$

상태 벡터 & 연산 흐름

$$x = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ r \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} \delta \\ M_z \end{bmatrix}$$

$$\text{입력 } \delta, M_z \rightarrow \alpha_i, F_{x,i}, F_{y,i} \rightarrow \Sigma F, \Sigma M$$

$$\rightarrow \dot{v}_x, \dot{v}_y, \dot{r} \rightarrow \text{Integrator} \rightarrow \text{새로운 상태 } v_x, v_y, r$$

토크 벡터링

$$M_z = \frac{t_r}{2r_e} \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{2r_e}{t_r} \cdot M_z$$

$$T_{RR} = \frac{T_{sum} + \Delta T}{2} = \frac{T_{sum}}{2} + \frac{r_e}{t_r} \cdot M_z$$

$$T_{RL} = \frac{T_{sum} - \Delta T}{2} = \frac{T_{sum}}{2} - \frac{r_e}{t_r} \cdot M_z$$

$$(T_{sum} = T_{RR} + T_{RL})$$

타이어 슬립각 선형화

$$\alpha_i = \frac{v_{y',i}}{v_{x',i}} = \frac{-v_{x,i}\sin\delta + v_{y,i}\cos\delta}{v_{x,i}\cos\delta + v_{y,i}\sin\delta}$$

$$(\sin\delta \approx \delta, \cos\delta \approx 1, v_{x0}, v_y \approx 0, r \approx 0)$$

$$\alpha_i = \frac{-v_{x0}\delta + v_{y,i}}{v_{x0}} = \frac{v_{y,i}}{v_{x0}} - \delta = \frac{v_y + rx_i}{v_{x0}} - \delta$$

i	x_i	$\alpha_i = \frac{v_y + rx_i}{v_{x0}} - \delta$
FL	$+l_f$	$\alpha_{FL} = \frac{v_y + rl_f}{v_{x0}} - \delta$
FR	$+l_f$	$\alpha_{FR} = \frac{v_y + rl_f}{v_{x0}} - \delta$
RL	$-l_r$	$\alpha_{RL} = \frac{v_y - rl_r}{v_{x0}}$
RR	$-l_r$	$\alpha_{RR} = \frac{v_y - rl_r}{v_{x0}}$

$$\alpha_f = \frac{v_y + rl_f}{v_{x0}} - \delta$$

$$\alpha_r = \frac{v_y - rl_r}{v_{x0}}$$

상태 공간

상태 공간 정의 $\dot{x} = Ax + Bu + Ed$

스케줄링 파라미터

$$v_{x0}$$

상태 벡터 x

$$\begin{bmatrix} v_y \\ r \end{bmatrix}$$

제어 입력 u

$$[M_z]$$

외란 d

$$[\delta]$$

선형화 힘

$$F_{y,FL} \approx -C_{\alpha,FL} \cdot \alpha_{FL} \approx -C_{\alpha,FL} \cdot \left(\frac{v_y + r l_f}{v_{x0}} - \delta \right)$$

$$F_{y,FR} \approx -C_{\alpha,FR} \cdot \alpha_{FR} \approx -C_{\alpha,FR} \cdot \left(\frac{v_y + r l_f}{v_{x0}} - \delta \right)$$

$$F_{y,RL} \approx -C_{\alpha,RL} \cdot \alpha_{RL} \approx -C_{\alpha,RL} \cdot \left(\frac{v_y - r l_r}{v_{x0}} \right)$$

$$F_{y,RR} \approx -C_{\alpha,RR} \cdot \alpha_{RR} \approx -C_{\alpha,RR} \cdot \left(\frac{v_y - r l_r}{v_{x0}} \right)$$

$$F_{yf} = F_{y,FL} + F_{y,FR} \approx -C_{\alpha f} \cdot \left(\frac{v_y + r l_f}{v_{x0}} - \delta \right)$$

$$F_{yr} = F_{y,RL} + F_{y,RR} \approx -C_{\alpha r} \cdot \left(\frac{v_y - r l_r}{v_{x0}} \right)$$

$$(C_{\alpha f} = C_{\alpha,FL} + C_{\alpha,FR}, C_{\alpha r} = C_{\alpha,RL} + C_{\alpha,RR})$$

선형화 운동방정식

횡방향 운동 \dot{v}_y

$$\begin{aligned}\dot{v}_y &= \frac{1}{m} \cdot [(F_{y,FL} + F_{y,FR})\cos\delta + (F_{y,RL} + F_{y,RR})] - v_x r \\ \dot{v}_y &= \frac{1}{m} \cdot \left[-C_{af} \cdot \left(\frac{v_y + r l_f}{v_{x0}} - \delta \right) - C_{ar} \cdot \left(\frac{v_y - r l_r}{v_{x0}} \right) \right] - v_{x0} r \\ (\cos\delta &\approx 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}v_y &: -\frac{C_{af} + C_{ar}}{m v_{x0}} v_y \\ r &: -\frac{l_f C_{af} + l_r C_{ar}}{m v_{x0}} r - v_{x0} r \\ \delta &: \frac{C_{af}}{m} \delta \\ M_z &: 0\end{aligned}$$

요잉 운동 \dot{r}

$$\begin{aligned}\dot{r} &= \frac{1}{I_z} \cdot [l_f(F_{y,FL} + F_{y,FR}) - l_r(F_{y,RL} + F_{y,RR}) + M_z] \\ \dot{r} &= \frac{1}{I_z} \cdot \left[l_f \left(-C_{af} \cdot \left(\frac{v_y + r l_f}{v_{x0}} - \delta \right) \right) - l_r \left(-C_{ar} \cdot \left(\frac{v_y - r l_r}{v_{x0}} \right) \right) + M_z \right] \\ \dot{r} &= \frac{1}{I_z} \cdot \left[-l_f C_{af} \cdot \left(\frac{v_y + r l_f}{v_{x0}} - \delta \right) + l_r C_{ar} \cdot \left(\frac{v_y - r l_r}{v_{x0}} \right) + M_z \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}v_y &: -\frac{l_f C_{af} - l_r C_{ar}}{I_z v_{x0}} v_y \\ r &: -\frac{l_f^2 C_{af} + l_r^2 C_{ar}}{I_z v_{x0}} r \\ \delta &: \frac{l_f C_{af}}{I_z} \delta \\ M_z &: \frac{1}{I_z} M_z\end{aligned}$$

자코비안 행렬 계산

시스템 행렬 A

	v_y	r
\dot{v}_y	$-\frac{C_{af} + C_{ar}}{mv_{x0}}$	$-\frac{l_f C_{af} - l_r C_{ar}}{mv_{x0}} - v_{x0}$
\dot{r}	$-\frac{l_f C_{af} - l_r C_{ar}}{I_z v_{x0}}$	$-\frac{l_f^2 C_{af} + l_r^2 C_{ar}}{I_z v_{x0}}$

$$A(1, 1) = \frac{\partial \dot{v}_y}{\partial v_y}$$

$$A(1, 1) = -\frac{C_{af} + C_{ar}}{mv_{x0}}$$

$$A(1, 2) = \frac{\partial \dot{v}_y}{\partial r}$$

$$A(1, 2) = -\frac{l_f C_{af} + l_r C_{ar}}{mv_{x0}} - v_{x0}$$

$$A(2, 1) = \frac{\partial \dot{r}}{\partial v_y}$$

$$A(2, 1) = -\frac{l_f C_{af} - l_r C_{ar}}{I_z v_{x0}}$$

$$A(2, 2) = \frac{\partial \dot{r}}{\partial r}$$

$$A(2, 2) = -\frac{l_f^2 C_{af} + l_r^2 C_{ar}}{I_z v_{x0}}$$

행렬 A는 차량의 안정성(언더/오버스티어)과 응답 특성을 나타냄.

제어 입력 행렬 B

	M_z
\dot{v}_y	0
\dot{r}	$\frac{1}{I_z}$

$$B(1,1) = \frac{\partial \dot{v}_y}{\partial M_z}$$

$$B(1,1) = 0$$

$$B(2,1) = \frac{\partial \dot{r}}{\partial M_z}$$

$$B(2,1) = \frac{1}{I_z}$$

행렬 B는 제어 입력 M_z 의 영향을 나타냄.

외란 입력 행렬 E

	δ
\dot{v}_y	$\frac{C_{\alpha f}}{m}$
\dot{r}	$\frac{l_f C_{\alpha f}}{I_z}$

$$E(1,1) = \frac{\partial \dot{v}_y}{\partial \delta}$$

$$E(1,1) = \frac{C_{\alpha f}}{m}$$

$$E(2,1) = \frac{\partial \dot{r}}{\partial \delta}$$

$$E(2,1) = \frac{l_f C_{\alpha f}}{I_z}$$

행렬 E는 외란 δ 의 영향을 나타냄.

거동 특성

$$(l_f C_{\alpha f} - l_r C_{\alpha r}) > 0$$

언더스티어(Understeer) (앞 타이어의 영향력이 더 큼)

$$(l_f C_{\alpha f} - l_r C_{\alpha r}) < 0$$

오버스티어(Oversteer) (뒤 타이어의 영향력이 더 큼)

$$l_f^2 C_{\alpha f} + l_r^2 C_{\alpha r}$$

요잉 감쇠(Yaw Damping) 계수

운전자가 핸들을 꺾었다가 놓았을 때, 차량의 회전 운동(r)이 얼마나 빨리 진동을 감쇠하는지 결정함. 절대값이 클수록 감쇠가 커져서, 차량의 회전 움직임이 더 안정적이고 둔해짐. 작을수록 더 민첩하지만 불안정해짐.