

< 최소제곱추정량의 일치성 만족 확인 >

2019.12.13

- $n \rightarrow \infty$ 일 때 단순선형회귀모형에서 최소제곱추정량(LSE)이 모수에 점근적으로 근접하는 일치성(consistency)을 만족하는지 다음을 통해 확인할 수 있다.

ex) $Y_j = a + bX_j + \varepsilon_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$
 $a = 10, b = 10, \sigma^2 = 3$ 으로 가정하고 $n=10000$ 일 때 이론적 모형
: $Y_j = 10 + 10X_j + \varepsilon_j, \quad j = 1, \dots, 10000, \quad \varepsilon \sim N(0, 3)$

- 독립변수 X_j 를 균등분포 $U(0,100)$ 에서 10000개 생성, ε_j 을 $\varepsilon \sim N(0,3)$ 에서 10000개 생성.

```
n = 10000
x = runif(n,min=0,max=100)
epsilon = rnorm(n,mean=0,sd=3)

# a =10, b=10 가정
a = 10; b = 10
y = a*x + b + epsilon
a.hat = lm(y~x)$coefficients[1]
b.hat = lm(y~x)$coefficients[2]

mse_a.hat = 1/n*((a - a.hat)^2)
mse_b.hat = 1/n*((b - b.hat)^2)

a.hat # 10.0051 ≈ 10
b.hat # 9.999698 ≈ 10
mse_a.hat # 6.103089e-08 ≈ 0
mse_b.hat # 1.642271e-13 ≈ 0
```

☞ 따라서 $\hat{a} = 10.0051 \approx 10$, $\hat{b} = 9.999698 \approx 10$ 이고 $MSE(\hat{a}) \approx 0$, $MSE(\hat{b}) \approx 0$ 이므로 최소제곱법으로 구한 \hat{a}, \hat{b} 은 일치성을 만족한다.