

교대다중선형사상은 행렬식

정리

$L: \overbrace{\mathbb{R}^n \times \cdots \times \mathbb{R}^n}^{n\text{개의 곱}} \rightarrow \mathbb{R}^n$ 을 교대다중선형사상이라고 하자. 행렬 A 를 n -벡터의 나열로 볼 때

$$L(A) = L(I_n) \det A$$

가 성립한다.

증명(개요)

우선 기본형으로 A 의 각 열에 영이 아닌 항이 단 하나 존재하는 경우
증명한다. 일반적인 경우는 각 열을 표준단위벡터의 선형결합으로
표현한 후 다중선형사상의 성질을 이용해서 기본형으로 환원시킨다.

생각해보기

A 의 각 열에 영이 아닌 항이 단 하나 존재하는 경우

$$L(A) = L(I_n) \det A$$

인 것을 확인해보자.