

구면좌표계

구면좌표계는 삼차원 공간에 적용된다. 삼차원 공간의 좌표축을 x, y, z 라 두고

$$x = \rho \sin \varphi \cos \theta$$

$$y = \rho \sin \varphi \sin \theta$$

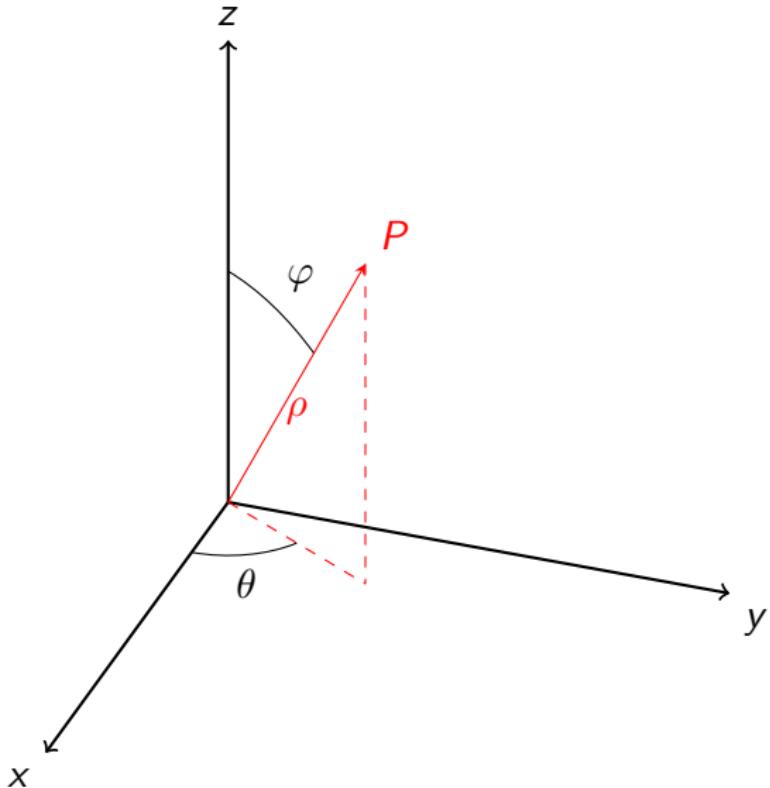
$$z = \rho \cos \varphi$$

를 만족하는

$$(\rho, \theta, \varphi)$$

를 대응시키는 것을 구면좌표계라고 한다. 이는 (ρ, θ, φ) 가 나타내는 점이 반지름이 ρ 인 구 위에 있기 때문이다.

θ 를 경도, φ 를 천정각이라 한다. 여기서 z 축의 양의 방향을 천정의 방향으로 보는 것이다.



모든 실수 ρ, θ, φ 에 대해서

$$x = \rho \sin \varphi \cos \theta$$

$$y = \rho \sin \varphi \sin \theta$$

$$z = \rho \cos \varphi$$

가 잘 정의된다. 그러나 주어진 점의 구면좌표가 유일하지는 않다.
모든 점을 표현하기 위해서는

$$0 \leq \rho$$

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

으로 충분하다.

생각해보기

(참조: 미적분학+1, 연습문제 4장3절4번) 구면좌표계로 표현된 두 점 사이의 거리를 구해보자.

$$\left(1, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right), \left(1, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}\right)$$