

유향선분과 벡터

정의

서로 동등한 유향선분을 같은 것으로 보아 이것을 벡터(vector), 또는 자유 벡터(free vector)라고 부른다.

벡터를 특정하기 위해서는 유향선분을 하나 특정하는 것으로 충분하다. 단, 동등한 두 유향선분은 단 하나의(=같은) 벡터에 대응된다.

어떤 유향선분 \vec{AB} 에 대해서, 이것이 나타내는 벡터는 다음 유향선분
들의 집합

$$\left\{ \vec{XY} : \vec{AB} \equiv \vec{XY} \right\}$$

으로 볼 수 있다. 위 집합의 어느 원소를 가져와도 같은 벡터를 나타
낸다.

벡터를 대표하는 유향선분

주어진 유향선분 \overrightarrow{AB} 에 대해서, 다음 집합

$$\left\{ \overrightarrow{XY} : \overrightarrow{AB} \equiv \overrightarrow{XY} \right\}$$

의 어느 원소를 가져와도 같은 벡터를 나타내지만, 시점이 원점인 유향선분은 단 하나 존재한다. 그 유향선분의 종점은

$$P = B - A$$

이다. 따라서, 위 벡터는 점 P 로 나타낼 수 있다. 반대로, 주어진 점 Q 에 대해서

$$\overrightarrow{OQ}$$

가 벡터를 표현한다.

벡터와 유향선분의 구별

벡터와 유향선분의 구별이 뚜렷해지면, 유향선분을 그냥 벡터라고 부르기도 한다. 엄밀한 의미에서 다른 대상을 혼동하는 것이지만, 이는 가족구성원을 그냥 '가족'이라고 부르는 것과 비슷하다.

벡터의 연산

벡터는 점과 일대일 대응관계가 있다. 점의 연산을 이용해 벡터의 연산을 정의한다. 식으로 쓰면

$$\mathbf{v} = \overrightarrow{OA}, \quad \mathbf{w} = \overrightarrow{OB}$$

일 때

$$\mathbf{v} + \mathbf{w} = \overrightarrow{O(A+B)}$$

가 된다. 실수곱도 비슷하게 정의한다. $t \in \mathbb{R}$ 에 대해서

$$t\mathbf{v} = \overrightarrow{O(tA)}$$

이다.

생각해보기

$$\mathbf{v} = \overrightarrow{XA}, \quad \mathbf{w} = \overrightarrow{YB}$$

일 때

$$\mathbf{v} + \mathbf{w} = \overrightarrow{(X+Y)(A+B)}$$

가 성립하는가?