

역사인함수

사인함수

사인함수

$$\sin: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

은 실수에서 정의된 함수로 볼 때 전단사가 아니므로 역함수가 존재하지 않는다. 정의역과 공역을 바꾼 함수

$$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \rightarrow [-1, 1] \quad (1)$$

$$x \mapsto \sin(x) \quad (2)$$

는 전단사가 된다. 따라서, 함수 (1)는 역함수를 갖고

$$\arcsin: [-1, 1] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$$

로 나타낸다. (2)이므로 $\arcsin(x)$ 대신 $\sin^{-1}(x)$ 를 쓰기도 한다.

흔동의 여지

실수집합 \mathbb{R} 에 정의된 함수

$$\begin{aligned}f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\x &\mapsto \sin(x)\end{aligned}$$

와 다음 함수

$$\begin{aligned}g: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] &\rightarrow [-1, 1] \\x &\mapsto \sin(x)\end{aligned}$$

는 엄밀히 말해서 같지 않다. 좁은 의미에서 함수의 비교는 그 정의역과 공역이 같을 때만 가능하다.

$\arcsin(x) = \sin^{-1}(x)$ 로 쓰기도 하지만 $\sin^{-1}(x)$ 가 f 의 역함수가 아님에 주의하자.

생각해보기

$\sin(x) : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ 는 구간

$$\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right]$$

에서 전단사인가?

다른 구간

$$[0, \pi]$$

에서는 어떤가?