코시-부냐코프스키-슈바르츠
그리고 삼각 부등식

코시-부냐코프스키-슈바르츠 부등식

정리

임의의 두 벡터 **a**, **b***에 대해서*

$$|\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}| \leq |\mathbf{a}||\mathbf{b}|$$

이다. 등호가 성립할 필요충분조건은 두 벡터가 나란한 것이다.

증명은 내적 공식 $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}|\cos\theta$과 부등식 $|\cos\theta| \leq 1$을 사용하면 된다.

삼각 부등식

정리

임의의 두 벡터 **a**, **b***에 대해서*

$$|\mathbf{a}+\mathbf{b}| \le |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|$$

이다. 등호가 성립할 필요충분조건은 두 벡터가 같은 방향인 것이다.

증명

다음

$$|\mathbf{a}+\mathbf{b}|^2 - (|\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|)^2 = 2(\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} - |\mathbf{a}||\mathbf{b}|)$$

항등식이 성립한다. 한편, 코시-부냐코프스키-슈바르츠 방정식에 의해서

$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} - |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \le 0$$

이므로 증명이 완료된다.

생각해보기

삼각부등식을 이용해서 코시-부냐코프스키-슈바르츠 방정식을 증명해보자.