

역함수

개념

두 집합 A, B 사이의 함수

$$f: A \rightarrow B$$

가 전단사이면, 임의의 $b \in B$ 에 대해서 $f(a) = b$ 인 a 가 오직 하나 존재한다. 이 때, b 에서의 값을 a 로 갖는 함수

$$g: B \rightarrow A$$

가 잘 정의되고, g 를 f 의 역함수라고 부른다.

f 의 역함수가 존재할 때, 그것을 f^{-1} 라고 나타낸다.

사실, 역함수를 가지는 함수는 반드시 전단사이다.

역함수의 성질

함수 $f: A \rightarrow B$ 가 역함수 g 를 갖는다고 하자. 집합 X 에서 자기자신으로 가는 항등함수를 1_X 라고 나타낼 때,

$$f \circ g = 1_B \quad (1)$$

$$g \circ f = 1_A \quad (2)$$

가 성립한다.

사실, 함수 f 가 주어졌을 때, (1),(2)를 만족하는 함수 g 가 존재한다면 그것은 f 의 역함수이어야만 한다.

생각해보기

실수에서 실수로 가는 함수 $f: x \mapsto x^2$ 의 역함수는 존재하는가?
양수의 집합에서 양수의 집합으로 가는 함수 $g: x \mapsto x^2$ 의 역함수는 존재하는가?