

# 비교판정법

# 비교판정법

실수열  $(a_n)$ 과  $(b_n)$ 이 주어졌다고 하자.

## 정리

$0 \leq a_n \leq b_n$  일 때, 다음 두 가지가 성립한다.

1.  $\sum b_n$ 이 수렴하면,  $\sum a_n$ 도 수렴한다.
2.  $\sum a_n$ 이 무한대로 발산하면,  $\sum b_n$ 도 무한대로 발산한다.

## 예제

다음 급수

$$\sum \frac{1}{n^2} \quad (1)$$

가 수렴한다는 것을 보이자.  $n \geq 2$ 일 때에는

$$\frac{1}{n^2} \leq \frac{1}{n(n-1)}$$

인 한편,

$$\begin{aligned} \sum_{n \geq 2} \frac{1}{n(n-1)} &= \frac{1}{2 \cdot 1} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots \\ &= \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \cdots + \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) + \cdots = 1 \end{aligned}$$

으로 수렴하므로, 비교판정법에 의해 (1)도 수렴한다.