

수렴반경

거듭제곱급수 $f(x) = \sum a_n x^n$ 을 생각하자. x_0, x_1 은 어떤 주어진 실수이다.

정리

$f(x)$ 가 $x = x_0$ 에서 수렴하고 $x = x_1$ 일 때 발산한다고 가정하자.

1. $|c| < |x_0|$ 이면 $x = c$ 에서 $f(x)$ 는 절대수렴한다.
2. $|c| > |x_1|$ 이면 $x = c$ 에서 $f(x)$ 는 발산한다.

거듭제곱급수 $f(x)$ 의 수렴에 관하여 다음 중 하나가 성립한다.

1. 오직 $x = 0$ 에서만 수렴한다.
2. 모든 실수 x 에 대해서 수렴한다.
3. 양수 r 이 존재하여, $|x| < r$ 이면 수렴하고 $|x| > r$ 이면 발산한다.

각각의 경우 $f(x)$ 의 “수렴반경”을 $0, \infty, r$ 이라고 한다.

생각해보기

주어진 임의의 양수 r 에 대해서 수렴반경이 r 인 거듭제곱급수를 찾을 수 있는가?