

# 역사인함수

# 사인함수

## 사인함수

$$\sin: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

은 실수에서 정의된 함수로 볼 때 전단사가 아니므로 역함수가 존재하지 않는다. 정의역과 공역을 바꾼 함수

$$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow [-1, 1] \quad (1)$$

$$x \mapsto \sin(x) \quad (2)$$

는 전단사가 된다. 따라서, 함수 (1)은 역함수를 갖고

$$\arcsin: [-1, 1] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

로 나타낸다. (2)이므로  $\arcsin(x)$  대신  $\sin^{-1}(x)$ 를 쓰기도 한다.

## 혼동의 여지

실수집합  $\mathbb{R}$ 에 정의된 함수

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto \sin(x) \end{aligned}$$

와 다음 함수

$$\begin{aligned} g: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] &\rightarrow [-1, 1] \\ x &\mapsto \sin(x) \end{aligned}$$

는 엄밀히 말해서 같지 않다. 좁은 의미에서 함수의 비교는 그 정의역과 공역이 같을 때만 가능하다.

$\arcsin(x) = \sin^{-1}(x)$ 로 쓰기도 하지만  $\sin^{-1}(x)$ 가  $f$ 의 역함수가 아님에 주의하자.

# 생각해보기

$\sin(x): \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ 는 구간

$$\left[ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right]$$

에서 전단사인가?

다른 구간

$$[0, \pi]$$

에서는 어떤가?