함수의 극한

극한의 한 종류로

$$\lim_{x \searrow a} f(x)$$

가 있다. 이것은 x가 $x > a$이면서 a에 한없이 가까이 다가갈 때 함수값 $f(x)$가 한없이 다가가는 값을 의미한다. 반대 방향에서의 극한은

$$\lim_{x \nearrow a} f(x)$$

로 나타낸다.

엄밀한 정의는 다음과 같다.

$$\lim_{x \searrow a} f(x) = L$$

이라는 것은 임의의 양수 $\epsilon > 0$에 대해서 적당한 양수 $\delta > 0$가 존재하여

$$0 < x - a < \delta \Longrightarrow |f(x) - L| < \epsilon$$

를 만족한다는 것이다.

같은 원리로,

$$\lim_{x \nearrow a} f(x) = L$$

이라는 것의 정의는 임의의 양수 $\epsilon > 0$에 대해서 적당한 양수 $\delta > 0$가 존재하여

$$-\delta < x - a < 0 \Longrightarrow |f(x) - L| < \epsilon$$

를 만족한다는 것이다.

같은 원리로,

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

이라는 것의 정의는 임의의 양수 $\epsilon > 0$에 대해서 적당한 양수 $\delta > 0$가 존재하여

$$0 < |x - a| < \delta \implies |f(x) - L| < \epsilon$$

를 만족한다는 것이다.

생각해보기

극한의 정의를 이용하여

$$\lim_{x \searrow a} f(x) = \lim_{x \nearrow a} f(x) = L$$

이면

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

인 것을 보이자.