# 벡터곱의 성질

# 성질1

행렬식의 성질과 표현

$$(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{c} = \det\left(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\right)$$

로부터

$$(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{a} = (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{b} = 0$$

을 얻는다.

다시 말해, $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$는 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$에 모두 수직이다.

# 성질2

$\boldsymbol{a}$와 $\boldsymbol{b}$ 사이의 각을 $\theta$라 할 때, $|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|^2 = \cos^2\theta|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2$이다. 한편 $|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2 = (\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})^2 + |\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}|^2$이므로 피타고라스 정리로부터

$$|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}|^2 = \sin^2\theta|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2$$

를 얻는다.

다시 말해, $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$가 일차독립일 필요충분조건은 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} \neq 0$이다.

# 생각해보기

$$(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \times (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{c}) = \det \begin{pmatrix} \boldsymbol{a} & \boldsymbol{b} & \boldsymbol{c} \end{pmatrix} \boldsymbol{a}$$

임을 보이자.