

역탄젠트함수의 미분

삼각함수의 미분법

$$\tan'(x) = 1 + \tan^2(x)$$

로부터 역탄젠트함수의 미분법

$$\arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

을 얻는다.

거듭제곱급수함수의 미분과 적분에 관한 정리로부터

$$\arctan(x) = x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{7}x^7 + \cdots$$

를 얻는다. 여기에 $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 을 대입하면

$$\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(1 - \frac{1}{3 \cdot 3} + \frac{1}{5 \cdot 3^2} - \frac{1}{7 \cdot 3^3} + \cdots \right) \quad (1)$$

를 얻는다. 이 급수를 이용해 π 의 값을 꽤 정확히 어림할 수 있다.

생각해보기

$1 \leq n \leq 5$ 에 대해서 항등식 (1)의 처음 n 개의 항을 더해 π 를 어림해보자. 일반적으로, 처음 n 개의 항을 더했을 때 참값과의 차이가 얼마인지 어림해보자.