

행렬식과 곱셈

정리

n 차 정사각행렬 A, B 에 대해서

$$\det (AB) = (\det A)(\det B)$$

가 성립한다.

증명

$$\det (AB)$$

를 A 에 관한 함수로 보자. $B = (\mathbf{v}_i)$ 로 놓으면

$$\det (AB) = \det (A\mathbf{v}_i)$$

이고 $A \mapsto \det (AB)$ 는 교대다중선형사상이다. 한편

$$I_n \mapsto \det (B)$$

이므로, 교대다중선형사상의 분류로부터

$$\det (AB) = (\det A)(\det B)$$

를 얻는다.

생각해보기

정사각행렬 A 가 가역이면 $\det A \neq 0$ 이고

$$(\det A)^{-1} = \det (A^{-1})$$

이다.