평행이동의 합성과 점의 덧셈

평행이동을 합성해보자. 두 점

$$\mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbb{R}^n$$

이 있을 때,

$$T_{\mathbf{v}} \circ T_{\mathbf{w}}$$

를 계산해보자.

$$T_{\mathbf{v}} \circ T_{\mathbf{w}}(X) = T_{\mathbf{v}}(X + \mathbf{w}) = (X + \mathbf{w}) + \mathbf{v} = X + (\mathbf{w} + \mathbf{v})$$

이다. 따라서

$$T_{\mathbf{v}} \circ T_{\mathbf{w}} = T_{\mathbf{v}+\mathbf{w}}$$

를 얻는다.

평행이동의 합성은 교환법칙을 만족

성질

$$T_{\mathbf{v}} \circ T_{\mathbf{w}} = T_{\mathbf{v}+\mathbf{w}}$$

와 교환법칙

$$\mathbf{v} + \mathbf{w} = \mathbf{w} + \mathbf{v}$$

로부터

$$T_{\mathbf{v}} \circ T_{\mathbf{w}} = T_{\mathbf{w}} \circ T_{\mathbf{v}}$$

를 얻는다.

평행이동의 역함수도 평행이동

성질

$$T_{\mathbf{v}} \circ T_{\mathbf{w}} = T_{\mathbf{v}+\mathbf{w}}$$

으로부터 $\mathbf{w} = -\mathbf{v}$일 때

$$T_{\mathbf{v}} \circ T_{-\mathbf{v}} = T_{\mathbf{v}+(-\mathbf{v})} = T_{\mathbf{0}}$$

를 얻는다. $T_{\mathbf{0}}$은 항등함수이므로

$$T_{\mathbf{v}}^{-1} = T_{-\mathbf{v}}$$

를 얻는다.

생각해보기

평행이동은 등장사상이 된다.