

# 코시의 평균값 정리

평균값 정리의 더 일반적인 형태가 있다.

### 정리 (코시의 평균값 정리)

구간  $[a, b]$ 에서 연속이고  $(a, b)$ 에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 와  $g(x)$ 를 생각하자.

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} : \frac{g(b) - g(a)}{b - a} = f'(c) : g'(c)$$

인 점  $c \in (a, b)$ 가 존재한다.

코시의 평균값 정리를 증명해보자. 각 함수의 평균변화율을

$$F = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}, \quad G = \frac{g(b) - g(a)}{b - a}$$

라 하자. 새로운 함수

$$h(x) = G \cdot f(x) - F \cdot g(x)$$

는 평균변화율이 0이고, 이에 평균값 정리를 적용하면

$$h'(c) = 0$$

인  $c \in (a, b)$ 를 얻는다. 다시쓰면

$$F : G = f'(c) : g'(c)$$

이므로 정리가 증명되었다.

## 생각해보기

$g(x) = x$ 로 선택하여 코시의 평균값 정리로부터 평균값 정리를 얻어보자.