

역함수의 역함수

역함수의 역함수

집합 A, B 가 있다. 함수 $f: A \rightarrow B$ 가 역함수를 g 를 가지면

$$f \circ g = 1_B$$

$$g \circ f = 1_A$$

인데, 이것은 g 가 역함수 f 를 가진다는 말도 된다. 따라서

$$(f^{-1})^{-1} = f$$

를 얻는다.

생각해보기

다음 논증의 문제는 무엇인가?

모순 발견

양수 x 에 대해서 $\sqrt{x^2} = x$ 이고 $\sqrt{x^2} = -x$ 이므로 $f(x) = x^2$ 와 $g(x) = \sqrt{x}$ 는 서로 역함수 관계에 있다. 그런데, $f(1) = f(-1) = 1$ 이므로 단사함수가 아니고, 따라서 전단사함수도 아니다.
전단사함수가 아닌 $f(x)$ 는 역함수를 가질 수 없다.