Rapport Projet Fiabilité

Oumar BALDE, Halil ERGUN et Douba JAFUNO

26/03/2020

Introduction

Première approche de résolution du cas d'étude détermination de la hauteur de la digue à partir des relevés de mesure historiques la digue à partir des relevés de mesure historiques.

Mesures historiques de débit et de hauteur de crue

On dispose d'une base d'enregistrements historiques, sur 149 années (entre 1849 et 1997), des débits maxima annuels de crue Q et des hauteurs d'eau associées H, certaines données étant manquantes.

```
  Année Débit Hauteur
1  1849  3854      NA
2  1850  1256     4.0
3  1851  1649     4.5
4  1852  1605     4.3
5  1853   341     1.7
6  1854  1149     3.4
```

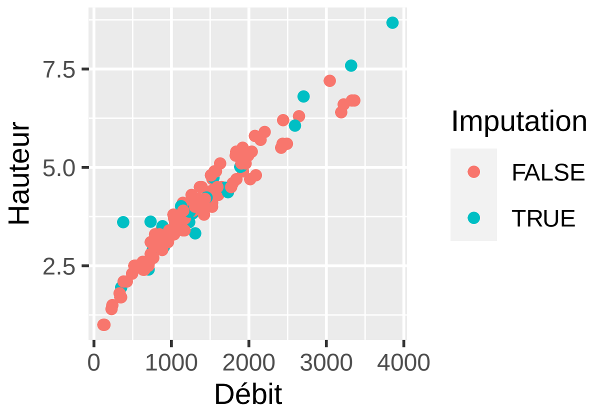
Imputation de données

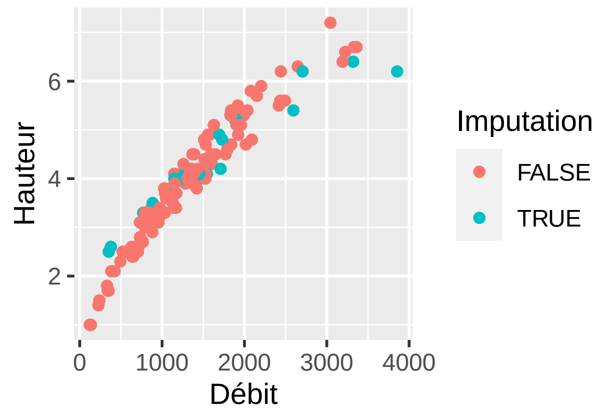
La variables **Hauteur** contient plusieurs données manquantes, nous allons donc essayer trois méthodes pour les imputer et puis retenir la meilleure.

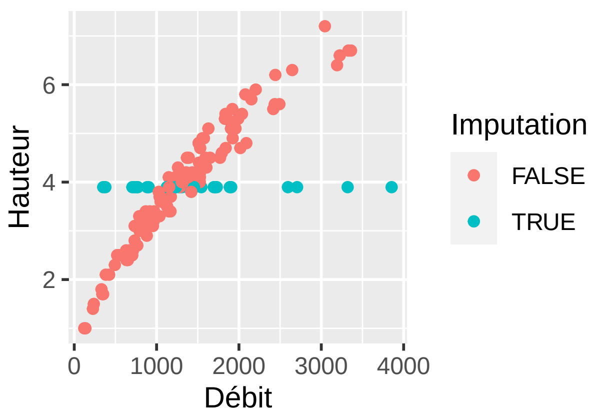
Knn Affecter aux valeurs manquantes la moyennes des k voisins retenus

Amelia Combinaison de l'algorithme EM avec une approche bootstrap.

SVD Basée sur une régression avec une décomposition en valeurs singulières de la partie des données complètes







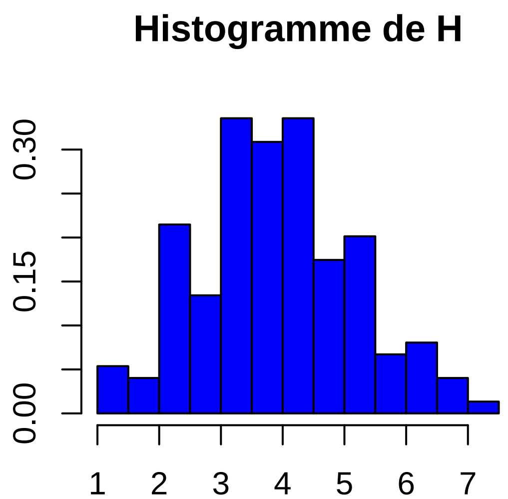
Avec les méthodes **Amelia** et **KNN** les données imputées ont la même allure que les données complètes.

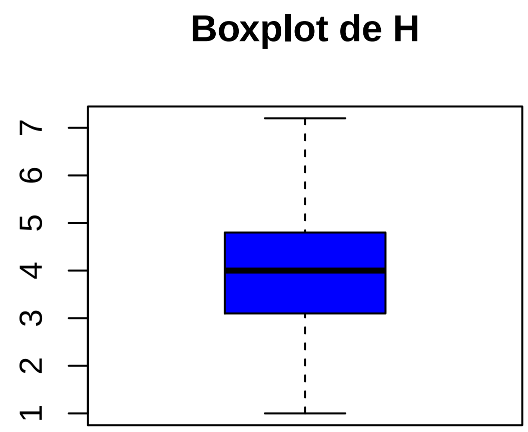
La méthode **SVD** en revanche remplace toutes les données manquantes, elle est donc moins bonne que les deux autres

La méthode **KNN** est retenue.

Loi de la Hauteur

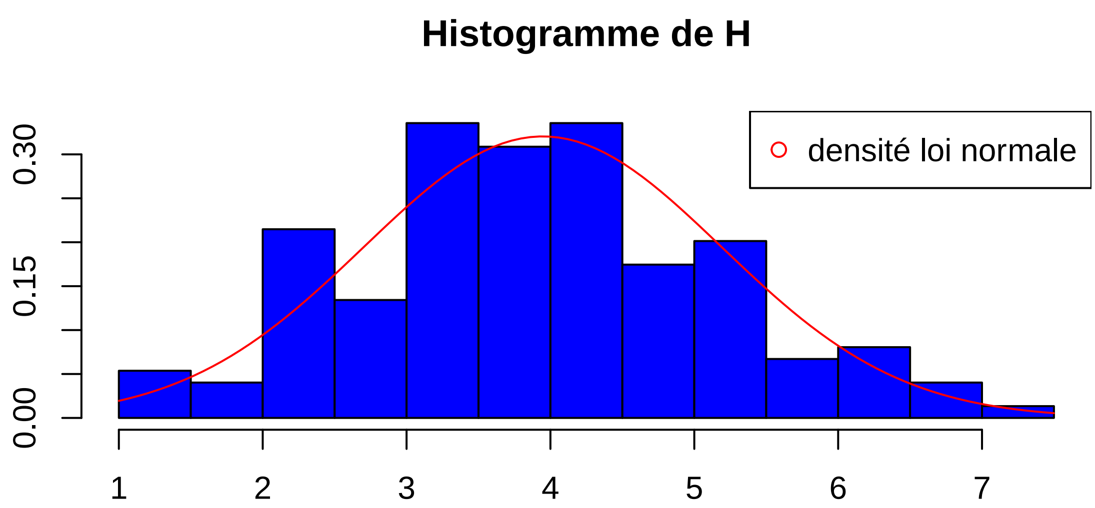
On trace l'allure des données de la Hauteur via un histogramme et on regarde sa distribution via une boîte à moustache.





La variable **Hauteur** prend ses valeurs dans $\mathbb{R}$, l'histogramme et le boxplot semblent symétriques. On peut supposer une loi normale pour la loi de la Hauteur. On a aussi effectué un test de Shapiro et d'après le test de Shapiro on a une $p_{value} = 0.3385 > 0.05$ On confirme donc l'hypothèse que la Hauteur suit une **loi Normale**

Pour vérifier on peut superposer la densité de la loi de Normale avec l'histogramme. On voit bien que notre hypothèse est cohérente :



La hauteur h_d qui minimise la proba que $H - h_d$ soit positive

Maintenant, nous allons determiner la hauteur de la digue grâce aux relevés de mesure historique avec comme objectif d'identifier le h_d qui minimise la proba que $H - Hd$ soit positive donc h_d tel que $\underset{h_d}{min} P(H - h_d > 0)$

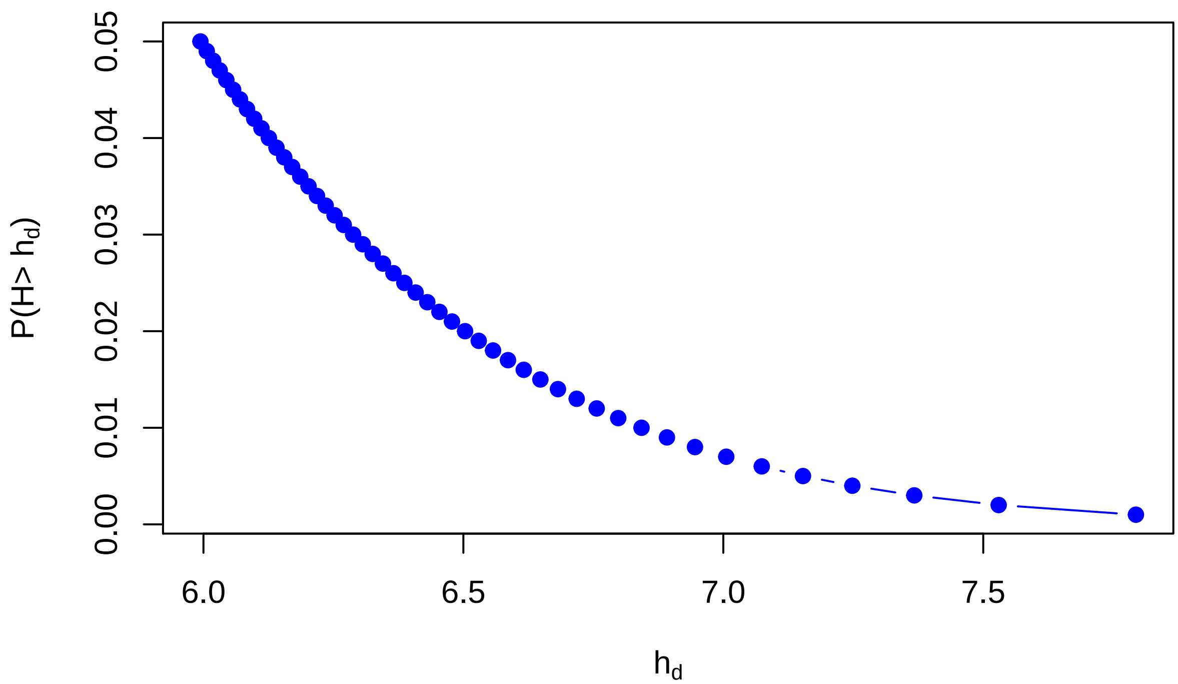
Notons que cette proba égale a alpha. Comme vous pouvez le voir, Hd correspond au quantile d'ordre (1-alpha) de la variable H.

On a donc décidé de faire varier alpha et les résultats obtenus sont regroupés dans le graphe suivant

Comme vous pouvez le voir pour des risques d'inondation alpha de plus en plus petit, la hauteur h_d augmente.

Un Hd élevé assure donc un niveau de sureté élevé, ... il faut choisir un h_d élevé mais pas trés grand.

Nous choisissons donc un $\alpha = 0.005$ environ ce qui nous donne un h_d=7.1.



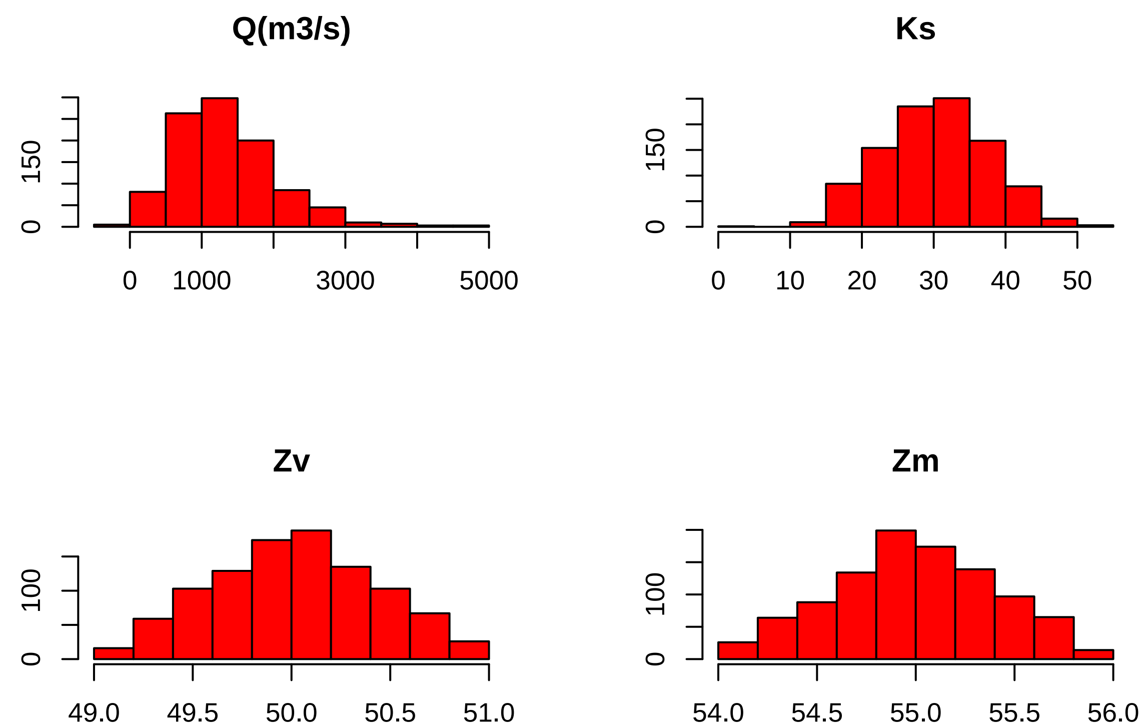
III. DEUXIÈME APPROCHE DE RÉSOLUTION DU CAS D'ÉTUDE DÉTERMINATION DE LA HAUTEUR DE LA DIGUE À PARTIR DU MODÈLE HYDRAULIQUE

L'approche 2 quant à elle, a pour objectif de déterminer la hauteur de la digue h_d tel que $\underset{H_d}{min} P(S > 0) = \alpha$. S est déterminer par le modèle hydraulique représenté par les deux équations suivantes :

$S = Z_c - Z_d = Z_v + H - h_d - Z_b$

Les Histogrammes ci-dessous illustrent toutes les variables utilisés pour le modèle hydraulique avec H, on visualise les distributions des variables utilisées qu'on a simulé sous R et on a choisis de simuler 1000 réalisations de H .

Avec Q(m3/s): Loi de Gumbel(1013,558), K_s: Loi Normale(30,7.5) une normale, Z_v et Z_m des lois triangulaires de paramètre (50,1) et (55,1) respectivement.

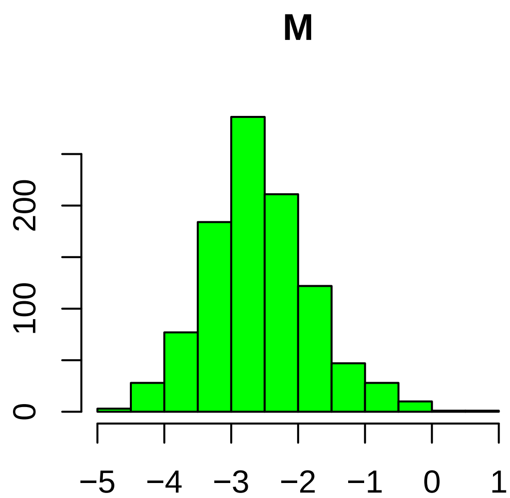


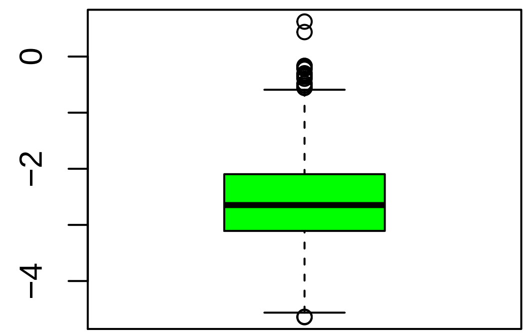
$\underset{h_d}{min} P(S > 0) = \alpha$ se transforme en $\underset{h_d}{min} P(M > h_d) = \underset{h_d}{min}(1 - P(M \leq h_d)) = \alpha$ c'est la fonction de survie de M au point h_d avec $M = Z_v + H - Z_b$

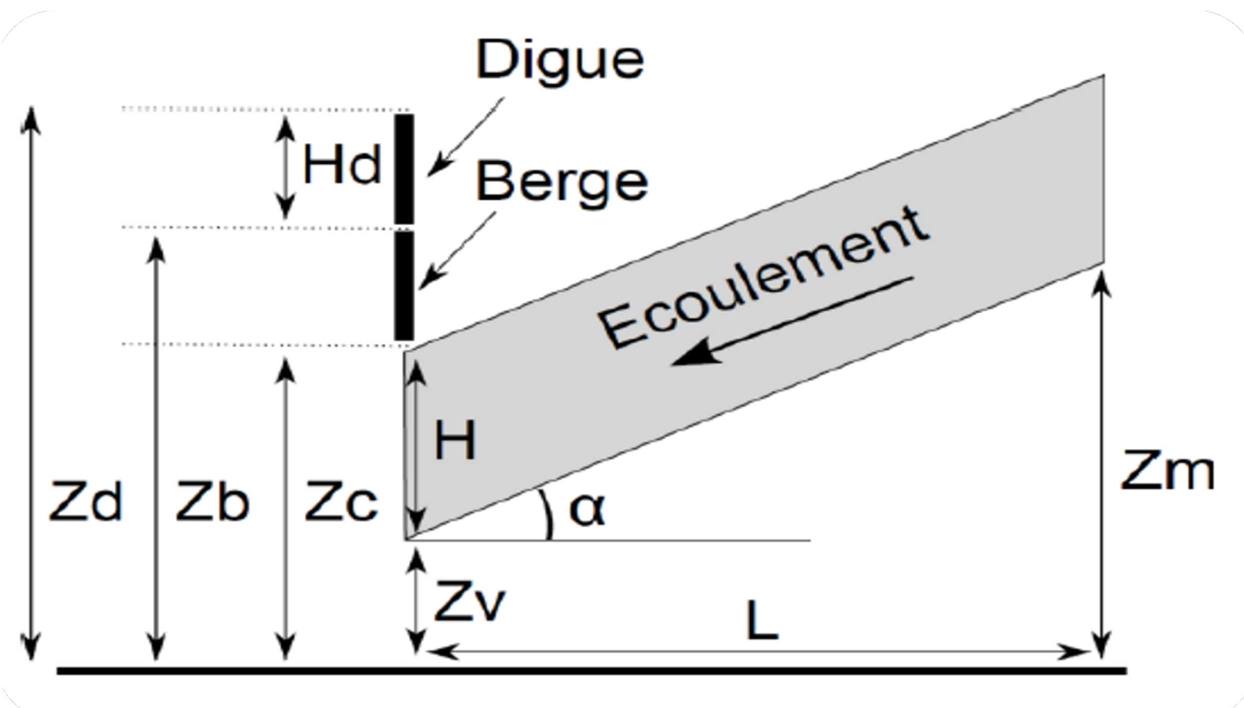
Comme vous pouvez le voir $H_d = F_M^{-1}(1 - \alpha) = q_{1-\alpha}(M)$, le quantile d'ordre $1 - \alpha$ de la variable M.

La Variable M

Ici nous avons essayé de déterminer la loi de la variable M Voici l'histogramme et le Boxplot de M

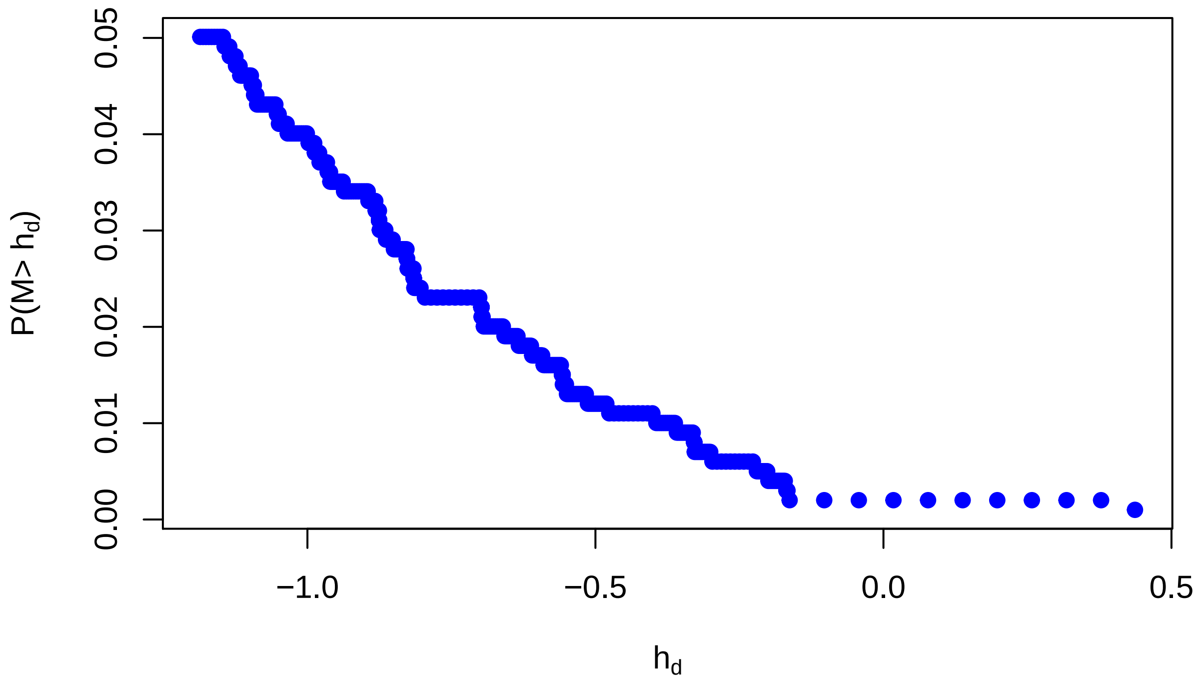






La variable $M = Z_v + H - Z_b$ prend ses valeurs dans $\mathbb{R}$ mais on a bcp plus de valeurs négatives en effet sur le schéma ci dessus on pourrais voir que $Z_b > Z_v + H$, l'histogramme semble légèrement asymétrique et le boxplot semble être à peu près symétriques avec des valeurs aberrantes qui sont pour la plupart positives. Au vue du boxplot on a pu effecter un test de Shapiro et d'après le test de Shapiro on a une $p_{value} < 0.05$ On confirme donc l'hypothèse que M ne suit pas une **loi Normale**

Sous R nous avons donc choisis la commande “quantile(M,1-α)” pour calculer $h_d = q_{1-\alpha}(M)$ les variables et la fonction ecdf pour calculer $P(M \leq h_d)$ et ainsi obtenir la fonction de survie de M en h_d: $P(M > h_d)$ .Sous R on a fait varier le α, et les résultats peuvent être visualisé sur le graphe suivant : . . .



Approche 3 : MODÈLE ÉCONOMIQUE ET INCERTITUDES ASSOCIÉES

$C_t(T) = C_i(h_d) + TC_m(h_d)$ sur la durée T

$C_d = C_s(S) + C_g(S, h_d)$ sur une année

$C_c = C_t(T) + \sum_{j=0}^{T} C_{d,j}(S_j, h_d)$ sur la durée T

$C_{c,moyenné} = \frac{C_c(T)}{T}$

$C_m = 0.01C_i$ sur une année

$T = 30$

but : Déterminer Hd telle que $Hd = argmin(C_{c,moyenné})$

Algorithme

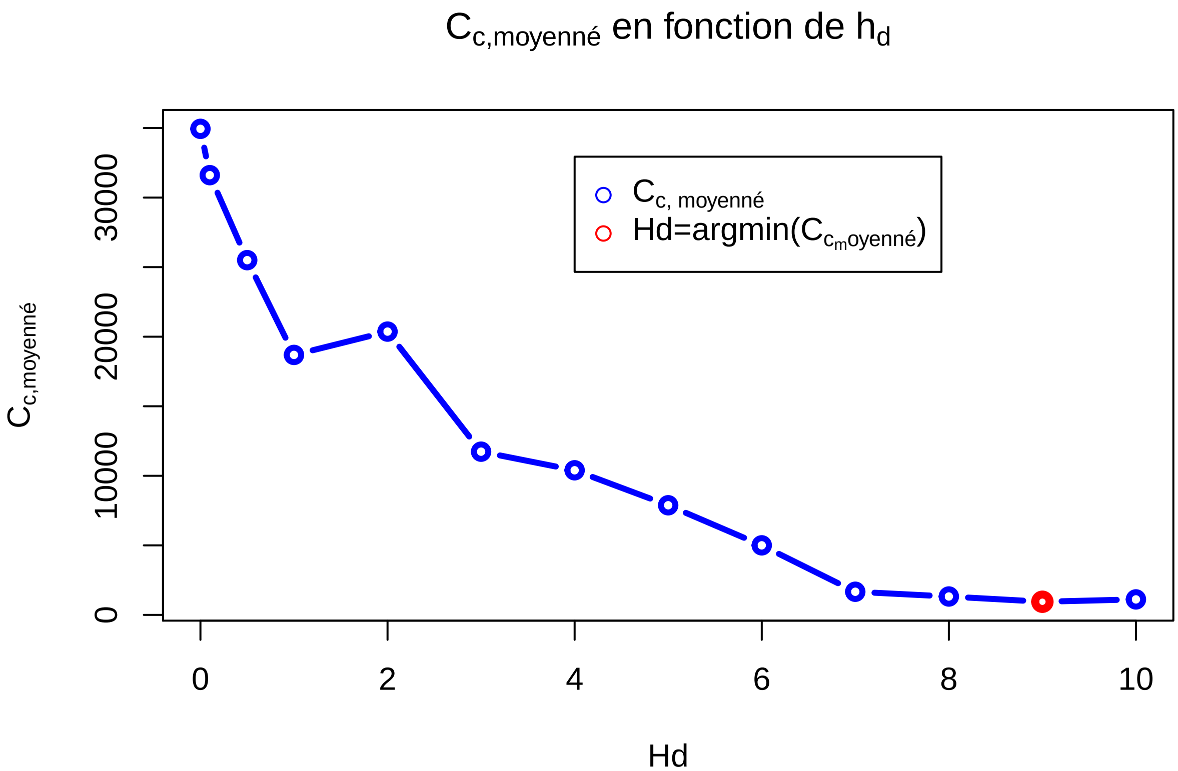
1. On se donne une hauteur Hd pour la digue de façon aléatoire parmis les hd proposées dans le dataframe ccmd
2. On chercher le coût d'investissement Ci associé à Hd
3. Pour i allant de 1 à T :

1– on tire une surverse s correspondant à l'année i dans les surverses(S) données dans le dataframe surverse

2– on identifie le coût de dommage au site Cs associé à la surverse s et coût de dommage à la digue Cg associé à s et Hd

3– on calcule le coût total de dommage Cd=Cs+Cg pour l'année i

4. On calcule le coût total de la digue Ct(T)= Ci(hd)+ T *0.01* Ci(hd) sur la durée T
5. On calucle le le coût complet $Cc = Ct(T) + \sum_{j=0}^{T} C_{d,j}(S_j, hd)$ sur la durée T
6. Et enfin on calcule $C_{c,moyenné} = \frac{C_c(T)}{T}$



Au vu du graphique ci-dessus, on voit la hauteur de la digue minimisant le coût complet moyenné vaut 8m ou 9m