第五章 三角函数 单元综合测试卷

第I卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知$\sin\theta-2\cos\theta=0$，则$\dfrac{\sin\theta+\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)}{\sin\theta}=$（　）

A．3　　B．$\dfrac{3}{2}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．-1

2．下列函数既是奇函数又是周期为 π 的函数是(　)

A．$y=\tan 2x$　　B．$y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{2}\right)$

C．$y=|\sin x|$　　D．$y=\cos\left(\dfrac{3}{2}\pi-2x\right)$

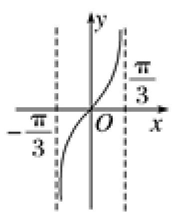
3．函数$y=\sin\left(\dfrac{\pi}{6}-2x\right)(x\in[0,\pi])$为增函数的区间是（　）

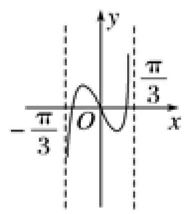
A．$\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right]$　　B．$\left[\dfrac{\pi}{12},\dfrac{7\pi}{12}\right]$　　C．$\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{5\pi}{6}\right]$　　D．$\left[\dfrac{5\pi}{6},\pi\right]$

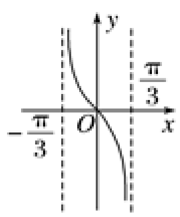
4．已知$\sin\left(\dfrac{\pi}{6}-\alpha\right)=-\dfrac{\sqrt{2}}{3}$，那么$\cos 2\alpha+\sqrt{3}\sin 2\alpha=$（　）

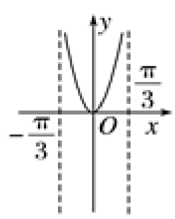
A．$\dfrac{10}{9}$　　B．$-\dfrac{10}{9}$　　C．$-\dfrac{5}{9}$　　D．$\dfrac{5}{9}$

5．函数$f(x)=\dfrac{x}{2\cos x-1}$，$x\in\left(-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{3}\right)$的图象大致是（　）

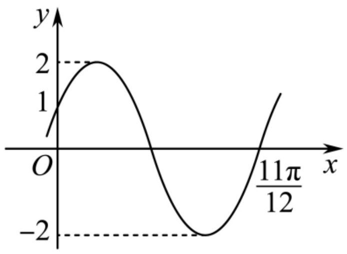
A．

B．

C．

D．

6．已知函数 $f\left(x\right)=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$， $A>0$ ， $\omega>0$ ，$\left|\varphi\right|<\dfrac{\pi}{2}$ 的部分图象如图所示，则 $f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=$（　）



A．-1　　　　B．1　　　　C．$\sqrt{2}$　　　　D．$\sqrt{3}$

7．已知曲线 $C_1: y=\sin x$ 的图像，$C_2: y=\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$，则下面结论正确的是（　）

A．把 C_1 上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到曲线 C_2

B．把 C_1 上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度，得到曲线 C_2

C．把 C_1 上各点的横坐标缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到曲线 C_2

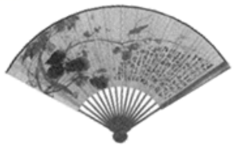
D．把 C_1 上各点的横坐标缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度，得到曲线 C_2

8．将函数 $f\left(x\right)=\sin\omega x\left(\omega>0\right)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度得到函数 $y=g\left(x\right)$ 的图象，若函数 $g\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上是单调增函数，则实数 ω 可能的取值为（　）

A．$\dfrac{3}{2}$　　　　B．3　　　　C．$\dfrac{5}{6}$　　　　D．2

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9．中国传统扇文化有着极其深厚的底蕴，一般情况下，折扇可看作是从一个圆面中剪下的扇形制作而成，如图，设扇形的面积为 S_1，其圆心角为 θ，圆面中剩余部分的面积为 S_2，当 S_1 与 S_2 的比值为 $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$ 时，扇面为“美观扇面”，下列结论正确的是（参考数据：$\sqrt{5}\approx 2.236$）（　）



A．$\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{\theta}{2\pi-\theta}$

B．若$\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{1}{2}$，扇形的半径$R=3$，则$S_1=2\pi$

C．若扇面为“美观扇面”，则$\theta\approx138°$

D．若扇面为“美观扇面”，扇形的半径$R=20$，则此时的扇形面积为$200\left(3-\sqrt{5}\right)$

10．设函数$f\left(x\right)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)+\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$，则$f\left(x\right)$（　）

A．是偶函数

B．在区间$\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$上单调递增

C．最大值为2

D．其图象关于点$\left(\dfrac{\pi}{4},0\right)$对称

11．已知函数f（x）$=\sin$（$\omega x+\dfrac{5\pi}{12}$）$-\cos$（$\omega x+\dfrac{5\pi}{12}$）（$0<\omega<6$）的图象关于直线$x=1$对称，则满足条件的ω的值为（　）

A．$\dfrac{\pi}{6}$　　B．$\dfrac{\pi}{3}$　　C．$\dfrac{4\pi}{3}$　　D．$\dfrac{7\pi}{3}$

12．已知函数$f\left(x\right)=\sin\left(3x+\varphi\right)\left(-\dfrac{\pi}{2}<\varphi<\dfrac{\pi}{2}\right)$的图像关于直线$x=\dfrac{\pi}{4}$对称，则（　）

A．函数$f\left(x+\dfrac{\pi}{12}\right)$为奇函数.

B．函数$f\left(x\right)$在$\left[\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{3}\right]$上单调递增.

C．若$\left|f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)\right|=2$，则$\left|x_1-x_2\right|$的最小值为$\dfrac{\pi}{3}$.

D．当$x\in\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right],f\left(x\right)$的值域是$\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

第II卷

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．已知$\alpha\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1}{3}$，则$\sin\alpha$的值为__________.

14．若 $f\left(x\right)=\sin^2x+\sqrt{3}\sin x\cos x-\frac{1}{2}$，则 $f\left(x\right)$ 在 $\left[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]$ 上的最大值为______

15．海水受日月的引力，在一定的时候发生涨落的现象叫潮汐．一般早潮叫潮，晚潮叫汐．在通常情况下，船在涨潮时驶进航道，靠近船坞；卸货后落潮时返回海洋．下面是某港口在某季节某天的时间与水深值（单位：m）记录表．

时刻	0：00	3：00	6：00	9：00	12：00	15：00	18：00	21：00	24：00
水深值	5.0	7.5	5.0	2.5	5.0	7.5	5.0	2.5	5.0

试用一个三角函数来近似地描述这个港口的水深值 y 与时间 $t\left(t\in\left[0,24\right]\right)$ 的函数关系，则这个函数关系式是________．

16．已知函数 $f\left(x\right)=\sin\left(\pi x+\varphi\right)\left(\left|\varphi\right|<\pi\right)$ 的图象过点 $\left(\frac{1}{3},1\right)$，若 $f\left(x\right)$ 在 $\left[-2,a\right]$ 内有 5 个零点，则 a 的取值范围为______．

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步聚。

17．（10 分）

化简求值：

(1) $\dfrac{\tan(\pi-\alpha)\cdot\cos(2\pi-\alpha)\cdot\sin\left(-\alpha+\dfrac{3\pi}{2}\right)}{\cos(-\alpha-\pi)\cdot\sin(-\pi-\alpha)}$；

(2)已知 $\tan\alpha=2$，求 $\sin\alpha\cdot\cos\alpha$ 的值.

18．（12 分）

在① $\sin\alpha=\frac{\sqrt{6}}{3}$，② $\tan^2\alpha+\sqrt{2}\tan\alpha-4=0$ 这两个条件中任选一个，补充到下面的问题中，并解答.

已知角 α 是第一象限角，且___________.

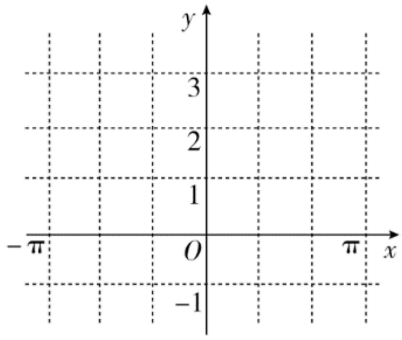
(1)求 $\tan\alpha$ 的值；

(2)求 $\sqrt{2}\cos(2\alpha+\frac{3\pi}{2})+\cos(\alpha+\pi)\cos(\alpha-3\pi)$ 的值.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

19.（12 分）

已知函数 $f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin 2\omega x+\cos^4\omega x-\sin^4\omega x+1$（其中$0<\omega<1$），若点$\left(-\dfrac{\pi}{6},1\right)$是函数 $f\left(x\right)$图象的一个对称中心.

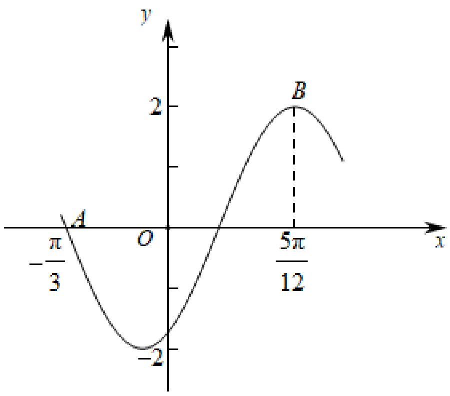


(1)求 $f\left(x\right)$的解析式，并求距y轴最近的一条对称轴的方程；

(2)先列表，再作出函数$f\left(x\right)$在区间$\left[-\pi,\pi\right]$上的图象.

20.（12 分）

已知函数 $f\left(x\right)=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)(A>0,\omega>0,\left|\varphi\right|<\dfrac{\pi}{2})$ 的部分图象如图.



(1)求函数 $f\left(x\right)$的解析式;

(2)将函数$f\left(x\right)$的图象上所有点的横坐标变为原来的2倍，纵坐标不变，再将所得图象向左平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位，得到函数$g\left(x\right)$的图象，当$x\in\left[-\dfrac{\pi}{6},\pi\right]$时，求$g\left(x\right)$值域.

21．（12 分）

已知 $f(x)=4\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)-\sqrt{3}$.

（1）求函数 $f(x)$ 的的最小正周期和单调递减区间；

（2）若关于 x 的方程 $f(x)=m+2\sin 2x$ 在区间 $\left[\dfrac{\pi}{12},\dfrac{7\pi}{12}\right]$ 上恰有两个不等实根，求实数 m 的取值范围.

22．（12 分）

已知函数 $f\left(x\right)=2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$，且函数 $y=g\left(x\right)$ 的图象与函数 $y=f\left(x\right)$ 的图象关于直线 $x=\dfrac{\pi}{4}$ 对称.

(1)求函数 $g\left(x\right)$ 的解析式；

(2)若存在 $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，使等式 $\left[g\left(x\right)\right]^2-mg\left(x\right)+2=0$ 成立，求实数 m 的取值范围；

(3)若当 $x\in\left[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}\right]$ 时，不等式 $\dfrac{1}{2}f\left(x\right)-ag\left(-x\right)>a-2$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

第五章 三角函数 单元综合测试卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知$\sin\theta-2\cos\theta=0$，则$\dfrac{\sin\theta+\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)}{\sin\theta}=$（　）

A．3　　　　B．$\dfrac{3}{2}$　　　　C．$\dfrac{1}{2}$　　　　D．-1

【答案】B

【解析】因为$\sin\theta-2\cos\theta=0$，故可得：$\tan\theta=2$．

原式$=\dfrac{\sin\theta+\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)}{\sin\theta}=\dfrac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta}=1+\dfrac{1}{\tan\theta}=\dfrac{3}{2}$．

故选：B.

2．下列函数既是奇函数又是周期为π的函数是(　)

A．$y=\tan 2x$　　　　B．$y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{2}\right)$

C．$y=|\sin x|$　　　　D．$y=\cos\left(\dfrac{3}{2}\pi-2x\right)$

【答案】D

【解析】$y=\tan 2x$是最小正周期为$\dfrac{\pi}{2}$的奇函数，故 A 错误；

$y=\sin(2x+\dfrac{\pi}{2})=\cos 2x$的最小正周期是π是偶函数，故 B 错误；

$y=|\sin x|$是最小正周期是π是偶函数，故 C 错误；

$y=\cos(\dfrac{3\pi}{2}-2x)=-\sin 2x$最小正周期为π的奇函数，故 D 正确．

故选：D.

3．函数$y=\sin\left(\dfrac{\pi}{6}-2x\right)\left(x\in[0,\pi]\right)$为增函数的区间是（　）

A．$\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right]$　　　　B．$\left[\dfrac{\pi}{12},\dfrac{7\pi}{12}\right]$　　　　C．$\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{5\pi}{6}\right]$　　　　D．$\left[\dfrac{5\pi}{6},\pi\right]$

【答案】C

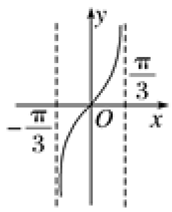
【解析】$y=\sin\left(\dfrac{\pi}{6}-2x\right)=-\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$，

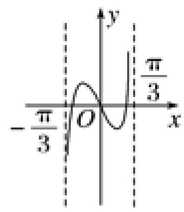
$2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\le 2x-\dfrac{\pi}{6}\le 2k\pi+\dfrac{3\pi}{2}$，$k\pi+\dfrac{\pi}{3}\le x\le k\pi+\dfrac{5\pi}{6}$，$k\in Z$，

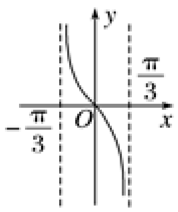
令 $k=0$ 可的 $y=\sin\left(\frac{\pi}{6}-2x\right)\left(x\in[0,\pi]\right)$ 的递增区间为 $\left[\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{6}\right]$.

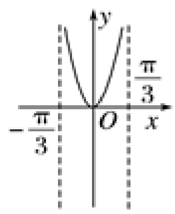
故选：C

5．函数 $f(x)=\frac{x}{2\cos x-1}$，$x\in\left(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象大致是（　）

A．

B．

C．

D．

【答案】A

【解析】∵$f(x)=\frac{x}{2\cos x-1}$，$x\in\left(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right)$

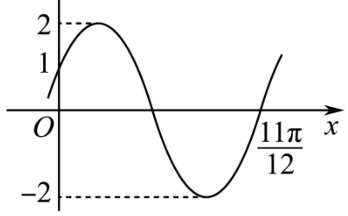
∴ $\forall x\in x\in\left(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right),-x\in x\in\left(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right)$，$f(-x)=\frac{-x}{2\cos(-x)-1}=-f(x)$，

∴函数 $f(x)$ 是奇函数，排除 D，

当 $0<x<\frac{\pi}{3}$ 时，$2\cos x-1>0$，则 $f(x)>0$，排除 B，C.

故选：A.

6．已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$，$A>0$，$\omega>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$ 的部分图象如图所示，则 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=$（　）



A．-1　　B．1　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{3}$

【答案】B

【解析】由图象可知 $A=2$，$f(0)=1$，则

$f\left(0\right)=2\sin\varphi=1$，得 $\sin\varphi=\dfrac{1}{2}$，

因为 $\left|\varphi\right|<\dfrac{\pi}{2}$，

所以 $\varphi=\dfrac{\pi}{6}$，

所以 $f\left(x\right)=2\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)$，

因为 $f\left(\dfrac{11\pi}{12}\right)=0$，所以 $2\sin\left(\omega\cdot\dfrac{11\pi}{12}+\dfrac{\pi}{6}\right)=0$，所以 $\omega\cdot\dfrac{11\pi}{12}+\dfrac{\pi}{6}=k\pi,k\in Z$，

因为 $\dfrac{2\pi}{\omega}>\dfrac{11\pi}{12}$，所以 $\omega=2$，

所以 $f\left(x\right)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$，

所以 $f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=2\sin\left(2\times\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\pi}{6}\right)=2\sin\dfrac{5\pi}{6}=1$，

故选：B

7．已知曲线 $C_1:y=\sin x$ 的图像，$C_2:y=\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$，则下面结论正确的是（　　）

A．把 C_1 上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到曲线 C_2

B．把 C_1 上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度，得到曲线 C_2

C．把 C_1 上各点的横坐标缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到曲线 C_2

D．把 C_1 上各点的横坐标缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度，得到曲线 C_2

【答案】D

【解析】对于曲线 C_1，$y=\sin x=\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$，要得到 $C_2:y=\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$，则把 C_1 上各点的横坐标缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，得到 $y=\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right)$，再把得到的曲线向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度，得到 $\cos\left[2\left(x+\dfrac{\pi}{12}\right)-\dfrac{\pi}{2}\right]=\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$，即得到曲线 C_2．

故选：D.

8．将函数 $f\left(x\right)=\sin\omega x\left(\omega>0\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度得到函数 $y=g\left(x\right)$ 的图象，若函数 $g\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上是单调增函数，则实数 ω 可能的取值为（　）

A．$\frac{3}{2}$　　B．3　　C．$\frac{5}{6}$　　D．2

【答案】C

【解析】因为将函数 $f\left(x\right)=\sin\omega x\left(\omega>0\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度得到函数 $y=g\left(x\right)$ 的图象，

所以 $g\left(x\right)=\sin\omega\left(x-\frac{\pi}{12}\right)=\sin\left(\omega x-\frac{\pi\omega}{12}\right)$

当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 时，$\omega x-\frac{\pi\omega}{12}\in\left[-\frac{\pi\omega}{12},\frac{5\pi\omega}{12}\right]$

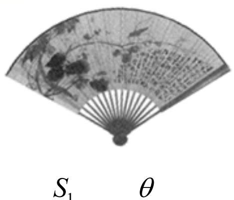
因为函数 $g\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上是单调增函数，所以 $-\frac{\pi\omega}{12}\geq-\frac{\pi}{2},\frac{5\pi\omega}{12}\leq\frac{\pi}{2}$

解得 $0<\omega\leq\frac{6}{5}$

故选：C

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9．中国传统扇文化有着极其深厚的底蕴，一般情况下，折扇可看作是从一个圆面中剪下的扇形制作而成，如图，设扇形的面积为 S_1，其圆心角为 θ，圆面中剩余部分的面积为 S_2，当 S_1 与 S_2 的比值为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 时，扇面为“美观扇面”，下列结论正确的是（参考数据：$\sqrt{5}\approx2.236$）（　）



A．$\frac{S_1}{S_2}=\frac{\theta}{2\pi-\theta}$

B．若 $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{2}$，扇形的半径 $R=3$，则 $S_1=2\pi$

C．若扇面为“美观扇面”，则 $\theta\approx138°$

D．若扇面为“美观扇面”，扇形的半径 $R=20$，则此时的扇形面积为 $200\left(3-\sqrt{5}\right)$

【答案】AC

【解析】对于 A，$\because S_1$与S_2所在扇形的圆心角分别为θ，$2\pi-\theta$，

$\therefore \frac{S_1}{S_2}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\theta\cdot r^2}{\frac{1}{2}(2\pi-\theta)\cdot r^2}=\frac{\theta}{2\pi-\theta}$，A 正确；

对于 B，$\because \frac{S_1}{S_2}=\frac{\theta}{2\pi-\theta}=\frac{1}{2}$，$\therefore \theta=\frac{2\pi}{3}$，$\therefore S_1=\frac{1}{2}\cdot\theta\cdot R^2=\frac{1}{2}\times\frac{2\pi}{3}\times 9=3\pi$，B 错误；

对于 C，$\because \frac{S_1}{S_2}=\frac{\theta}{2\pi-\theta}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，$\therefore \theta=\left(3-\sqrt{5}\right)\pi$，$\therefore \theta\approx(3-2.236)\times180^\circ\approx138^\circ$，C 正确；

对于 D，$S_1=\frac{1}{2}\cdot\theta\cdot R^2=\frac{1}{2}\times\left(3-\sqrt{5}\right)\pi\times400=200\left(3-\sqrt{5}\right)\pi$，D 错误.

故选：AC.

10．设函数$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$，则$f(x)$（　）

A．是偶函数　　　　B．在区间$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上单调递增

C．最大值为 2　　　　D．其图象关于点$\left(\frac{\pi}{4},0\right)$对称

【答案】AD

【解析】$f(x)=\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\cos 2x$，所以函数是偶函数，故 A 正确；

$x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$时，$2x\in(0,\pi)$，所以函数$f(x)$在区间$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上单调递减，故 B 错误；

函数的最大值是$\sqrt{2}$，故 C 错误；

当$x=\frac{\pi}{4}$时，$y=\sqrt{2}\times\sin\frac{\pi}{2}=0$，所以函数图象关于点$\left(\frac{\pi}{4},0\right)$对称，故 D 正确.

故选：AD

11．已知函数f（x）$=\sin$（$\omega x+\frac{5\pi}{12}$）$-\cos$（$\omega x+\frac{5\pi}{12}$）（$0<\omega<6$）的图象关于直线$x=1$对称，则满足条件的 ω 的值为（　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{4\pi}{3}$　　D．$\frac{7\pi}{3}$

【答案】BC

【解析】因为$f(x)=\sqrt{2}\sin(\omega x+\frac{5\pi}{12}-\frac{\pi}{4})=\sqrt{2}\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})$，

由$\omega x+\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，

因为$0<\omega<6$，所以$x=\frac{k\pi}{\omega}+\frac{\pi}{3\omega}$，$k\in Z$，

由题意可得$\frac{k\pi}{\omega}+\frac{\pi}{3\omega}=1$，$k\in Z$，得$\omega=k\pi+\frac{\pi}{3}$，$k\in Z$，

因为$0<\omega<6$，所以$\omega=\frac{\pi}{3}$或$\omega=\frac{4\pi}{3}$.

故选：BC.

12．已知函数$f\left(x\right)=\sin\left(3x+\varphi\right)\left(-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$的图像关于直线$x=\frac{\pi}{4}$对称，则（　　）

A．函数$f\left(x+\frac{\pi}{12}\right)$为奇函数.

B．函数$f\left(x\right)$在$\left[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{3}\right]$上单调递增.

C．若$\left|f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)\right|=2$，则$\left|x_1-x_2\right|$的最小值为$\frac{\pi}{3}$.

D．当$x\in\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$,$f\left(x\right)$的值域是$\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

【答案】AC

【解析】Q 函数$f\left(x\right)=\sin\left(3x+\varphi\right)\left(-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$的图像关于直线$x=\frac{\pi}{4}$对称，

$\therefore f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(3\times\frac{\pi}{4}+\varphi\right)=\pm1$，$\therefore\frac{3\pi}{4}+\varphi=\frac{\pi}{2}+k\pi\left(k\in Z\right)$，$\therefore\varphi=-\frac{\pi}{4}+k\pi\left(k\in Z\right)$，

Q $-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$，$\therefore k=0$时，$\varphi=-\frac{\pi}{4}$，$\therefore f\left(x\right)=\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)$，

对于 A 选项：Q $f\left(x\right)=\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)$,$\therefore f\left(x+\frac{\pi}{12}\right)=\sin\left[3\left(x+\frac{\pi}{12}\right)-\frac{\pi}{4}\right]=\sin3x$，

Q $\sin\left(-3x\right)=-\sin3x$，　$\therefore f\left(x+\frac{\pi}{12}\right)$为奇函数，故 A 选项正确；

对于 B 选项：由$-\frac{\pi}{2}+2k\pi<3x-\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{2}+2k\pi\left(k\in Z\right)$，得

$-\frac{\pi}{12}+\frac{2k}{3}\pi<x<\frac{1}{4}\pi+\frac{2k}{3}\pi\left(k\in Z\right)$，

当$k=0$时，$f\left(x\right)$在$\left[-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{4}\right]$当单调递增，故 B 选项错误；

对于 C 选项：若$\left|f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)\right|=2$，则$\left|x_1-x_2\right|$最小值为半个周期，即$\frac{2\pi}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{\pi}{3}$，故 C 选项正确；

对于 D 选项：当$x\in\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right]$时，$-\dfrac{\pi}{4}\le 3x-\dfrac{\pi}{4}\le\dfrac{3\pi}{4}$，令$t=3x-\dfrac{\pi}{4}$,则$-\dfrac{\pi}{4}\le t\le\dfrac{3\pi}{4}$， 结合正弦函数图像知$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\le\sin t\le 1$，$\therefore x\in\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right]$,$f\left(x\right)$的值域是$\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2},1\right]$，故 D 选项错误.

故选：AC

第II卷

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知$\alpha\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1}{3}$，则$\sin\alpha$的值为__________.

【答案】$\dfrac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{6}$

【解析】由题意可知，因为$\alpha\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，所以$\alpha-\dfrac{\pi}{6}\in\left(-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3}\right)$，

所以$\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{6}\right)=\sqrt{1-\sin^2\left(\alpha-\dfrac{\pi}{6}\right)}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$，

则$\sin\alpha=\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\pi}{6}\right)=\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{6}\right)\cos\dfrac{\pi}{6}+\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{6}\right)\sin\dfrac{\pi}{6}$

$=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{6}$.

故答案为：$\dfrac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{6}$.

14．若$f\left(x\right)=\sin^2x+\sqrt{3}\sin x\cos x-\dfrac{1}{2}$，则$f\left(x\right)$在$\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{2\pi}{3}\right]$上的最大值为______

【答案】1

【解析】由题意，函数$f\left(x\right)=\sin^2x+\sqrt{3}\sin x\cos x-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1-\cos 2x}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\dfrac{1}{2}\cos 2x=\sin(2x-\dfrac{\pi}{6})$，

因为$x\in\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{2\pi}{3}\right]$，所以$2x-\dfrac{\pi}{6}\in\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{7\pi}{6}\right]$，

所以当$2x-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}$，即$x=\dfrac{\pi}{3}$时，函数$f\left(x\right)$取得最大值，最大值为$f\left(x\right)_{\max}=1$.

故答案为：1.

15．海水受日月的引 カ，在一定的时候发生涨落的现象叫潮汐．一般早潮叫潮，晚潮叫汐．在通常情况下，船在涨潮时驶进航道，靠近船坞；卸货后落潮时返回海洋．下面是某

港口在某季节某天的时间与水深值（单位：m）记录表．

时刻	0：00	3：00	6：00	9：00	12：00	15：00	18：00	21：00	24：00
水深值	5.0	7.5	5.0	2.5	5.0	7.5	5.0	2.5	5.0

试用一个三角函数来近似地描述这个港口的水深值 y 与时间 $t\left(t\in[0,24]\right)$ 的函数关系，则这个函数关系式是________．

【答案】$y=\frac{5}{2}\sin\frac{\pi}{6}t+5,t\in[0,24]$

【解析】设 y 与 t 之间的函数关系式为 $y=A\sin(\omega t+\varphi)+B(A>0,\omega>0)$，

则由表中数据可得 $T=12$，且 $\begin{cases}A+B=7.5\\-A+B=2.5\end{cases}$，

故 $\omega=\frac{2\pi}{12}=\frac{\pi}{6}$ 且 $B=5,A=\frac{5}{2}$，所以 $y=\frac{5}{2}\sin\left(\frac{\pi}{6}t+\varphi\right)+5$

因为当 $t=3$ 时，$y=7.5$，所以 $\frac{\pi}{6}\times3+\varphi=2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z$，

解得 $\varphi=2k\pi,k\in Z$，故 $y=\frac{5}{2}\sin\frac{\pi}{6}t+5$，其中 $0\le t\le24$．

故答案为：$y=\frac{5}{2}\sin\frac{\pi}{6}t+5,t\in[0,24]$．

16．已知函数 $f(x)=\sin(\pi x+\varphi)(|\varphi|<\pi)$ 的图象过点 $\left(\frac{1}{3},1\right)$，若 $f(x)$ 在 $[-2,a]$ 内有 5 个零点，则 a 的取值范围为______．

【答案】$\left[\frac{17}{6},\frac{23}{6}\right)$

【解析】由题意知，函数 $f(x)$ 的图象过点 $\left(\frac{1}{3},1\right)$，所以 $\sin\left(\frac{\pi}{3}+\varphi\right)=1$，

解得 $\frac{\pi}{3}+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$，

因为 $|\varphi|<\pi$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{6}$，所以 $f(x)=\sin\left(\pi x+\frac{\pi}{6}\right)$，

当 $x\in[-2,a]$ 时，可得 $\pi x+\frac{\pi}{6}\in\left[-2\pi+\frac{\pi}{6},a\pi+\frac{\pi}{6}\right]$，

因为 $f(x)$ 在 $[-2,a]$ 内有 5 个零点，结合正弦函数的性质可得 $3\pi\le a\pi+\frac{\pi}{6}<4\pi$，

所以 $\frac{17}{6}\le a<\frac{23}{6}$，即实数 a 的取值范围是 $\left[\frac{17}{6},\frac{23}{6}\right)$．

故答案为：$\left[\frac{17}{6},\frac{23}{6}\right)$.

四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步聚。

17．（10分）

化简求值：

(1) $\frac{\tan(\pi-\alpha)\cdot\cos(2\pi-\alpha)\cdot\sin\left(-\alpha+\frac{3\pi}{2}\right)}{\cos(-\alpha-\pi)\cdot\sin(-\pi-\alpha)}$；

(2)已知 $\tan\alpha=2$，求 $\sin\alpha\cdot\cos\alpha$ 的值.

【解析】(1)原式 $=\frac{-\tan\alpha\cdot\cos\alpha\cdot(-\cos\alpha)}{\cos(\pi+\alpha)\cdot[-\sin(\pi+\alpha)]}=\frac{\tan\alpha\cdot\cos\alpha\cdot\cos\alpha}{-\cos\alpha\cdot\sin\alpha}=\frac{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\cos\alpha}{-\sin\alpha}=-1$；

(2)原式 $=\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=\frac{\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha}=\frac{2}{5}$.

18．（12分）

在① $\sin\alpha=\frac{\sqrt{6}}{3}$，② $\tan^2\alpha+\sqrt{2}\tan\alpha-4=0$ 这两个条件中任选一个，补充到下面的问题中，并解答.

已知角 α 是第一象限角，且____________.

(1)求 $\tan\alpha$ 的值；

(2)求 $\sqrt{2}\cos(2\alpha+\frac{3\pi}{2})+\cos(\alpha+\pi)\cos(\alpha-3\pi)$ 的值.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

【解析】（1）选①：因为 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{6}}{3}$，所以 $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha=\frac{1}{3}$，所以 $\cos\alpha=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$，

因为角 α 是第一象限角，所以 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则 $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\sqrt{2}$.

选②：因为 $\tan^2\alpha+\sqrt{2}\tan\alpha-4=0$，所以 $(\tan\alpha-\sqrt{2})(\tan\alpha+2\sqrt{2})=0$，

解得 $\tan\alpha=\sqrt{2}$ 或 $\tan\alpha=-2\sqrt{2}$，

因为角 α 是第一象限角，所以 $\tan\alpha=\sqrt{2}$.

（2）由 $\sqrt{2}\cos(2\alpha+\frac{3\pi}{2})+\cos(\alpha+\pi)\cos(\alpha-3\pi)$

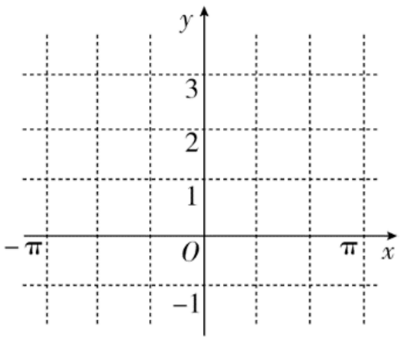
$=\sqrt{2}\sin2\alpha+\cos^2\alpha=2\sqrt{2}\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha=\frac{2\sqrt{2}\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=\frac{2\sqrt{2}\tan\alpha+1}{\tan^2\alpha+1}$

因为 $\tan\alpha=\sqrt{2}$，所以 $\frac{2\sqrt{2}\tan\alpha+1}{\tan^2\alpha+1}=\frac{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2})^2+1}=\frac{5}{3}$，

即$\sqrt{2}\cos(2\alpha+\frac{3\pi}{2})+\cos(\alpha+\pi)\cos(\alpha-3\pi)=\frac{5}{3}$.

19.（12 分）

已知函数$f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin 2\omega x+\cos^4\omega x-\sin^4\omega x+1$（其中$0<\omega<1$），若点$\left(-\frac{\pi}{6},1\right)$是函数$f\left(x\right)$图象的一个对称中心.



(1)求$f\left(x\right)$的解析式，并求距y轴最近的一条对称轴的方程；

(2)先列表，再作出函数$f\left(x\right)$在区间$\left[-\pi,\pi\right]$上的图象.

【解析】(1)$f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin 2\omega x+\left(\cos^2\omega x+\sin^2\omega x\right)\left(\cos^2\omega x-\sin^2\omega x\right)+1$

$=\sqrt{3}\sin 2\omega x+\cos 2\omega x+1=2\sin\left(2\omega x+\frac{\pi}{6}\right)+1$，

Q点$\left(-\frac{\pi}{6},1\right)$是函数$f\left(x\right)$图象的一个对称中心，

则$-\frac{\omega\pi}{3}+\frac{\pi}{6}=k\pi$，$k\in Z$，$\therefore\omega=-3k+\frac{1}{2}$，$k\in Z$，

Q$0<\omega<1$，则$k=0$，$\omega=\frac{1}{2}$，故$f\left(x\right)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+1$，

由$x+\frac{\pi}{6}=n\pi+\frac{\pi}{2}\left(n\in Z\right)$得$x=n\pi+\frac{\pi}{3}\left(n\in Z\right)$，

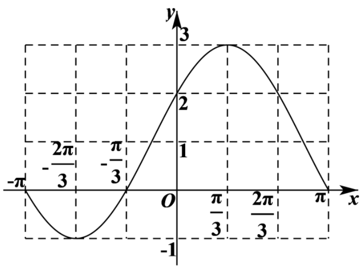
令$k=0$，得函数$f\left(x\right)$图象距y轴最近的一条对称轴方程为$x=\frac{\pi}{3}$.

(2)由（1）知，$f\left(x\right)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+1$，当$x\in\left[-\pi,\pi\right]$时，$-\frac{5\pi}{6}\le x+\frac{\pi}{6}\le\frac{7\pi}{6}$，列表如下：

$x+\frac{\pi}{6}$	$-\frac{5\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{7\pi}{6}$
x	$-\pi$	$-\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π

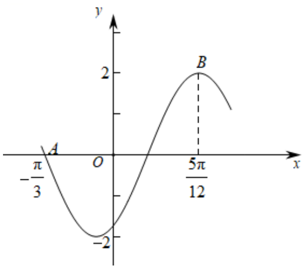
$f\left(x\right)$	0	-1	1	3	1	0

则函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[-\pi,\pi\right]$ 上的图象如图所示.



20.（12 分）

已知函数 $f\left(x\right)=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)(A>0,\omega>0,\left|\varphi\right|<\frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图.



(1)求函数 $f\left(x\right)$ 的解析式;

(2)将函数 $f\left(x\right)$ 的图象上所有点的横坐标变为原来的 2 倍，纵坐标不变，再将所得图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，得到函数 $g\left(x\right)$ 的图象，当 $x\in\left[-\frac{\pi}{6},\pi\right]$ 时，求 $g\left(x\right)$ 值域.

【解析】(1)由图象可知，$f\left(x\right)$ 的最大值为 2，最小值为 -2，又 $A>0$，故 $A=2$，

周期 $T=\frac{4}{3}\left[\frac{5\pi}{12}-\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right]=\pi$，$\therefore\frac{2\pi}{|\omega|}=\pi$，$\omega>0$，则 $\omega=2$，

从而 $f(x)=2\sin(2x+\varphi)$，代入点 $\left(\frac{5\pi}{12},2\right)$，得 $\sin\left(\frac{5\pi}{6}+\varphi\right)=1$，

则 $\frac{5\pi}{6}+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathrm{Z}$，即 $\varphi=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$，$k\in\mathrm{Z}$，

又 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，则 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$.

$\therefore f(x)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$.

(2)将函数 $f\left(x\right)$ 的图象上所有点的横坐标变为原来的 2 倍，纵坐标不变，

故可得 $y=2\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$；

再将所得图象向左平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位，得到函数$g\left(x\right)$的图象

故可得$g(x)=2\sin(x-\dfrac{\pi}{6})$；

$\because x\in[-\dfrac{\pi}{6},\pi]\ \therefore x-\dfrac{\pi}{6}\in[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{5\pi}{6}]$，$\sin\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)\in\left[-\dfrac{\sqrt{3}}{2},1\right]$，

$2\sin\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)\in\left[-\sqrt{3},2\right]$，$\therefore g(x)$的值域为$[-\sqrt{3},2]$.

21.（12 分）

已知$f(x)=4\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)-\sqrt{3}$.

（1）求函数$f(x)$的的最小正周期和单调递减区间；

（2）若关于 x 的方程$f(x)=m+2\sin 2x$在区间$\left[\dfrac{\pi}{12},\dfrac{7\pi}{12}\right]$上恰有两个不等实根，求实数 m 的取值范围.

【解析】（1）$f(x)=4\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)-\sqrt{3}$

$=4\cos x\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)-\sqrt{3}$

$=4\cos x\left(\sin x\cos\dfrac{\pi}{3}+\cos x\sin\dfrac{\pi}{3}\right)-\sqrt{3}$

$=2\sin x\cos x+2\sqrt{3}\cos^2 x-\sqrt{3}$

$=\sin 2x+\sqrt{3}\left(\cos 2x+1\right)-\sqrt{3}$

$=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$,

则函数$f(x)$的的最小正周期为$\dfrac{2\pi}{2}=\pi$,

由$2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\le 2x+\dfrac{\pi}{3}\le 2k\pi+\dfrac{3\pi}{2}$,

得：$k\pi+\dfrac{\pi}{12}\le x\le k\pi+\dfrac{7\pi}{12}$,

则函数$f(x)$的单调递减区间为：$\left[k\pi+\dfrac{\pi}{12},k\pi+\dfrac{7\pi}{12}\right]$;

（2）由（1）得$f(x)=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x$,

又$f(x)=m+2\sin 2x$,

则$m=\sqrt{3}\cos 2x-\sin 2x=2\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$,

又$x\in\left[\frac{\pi}{12},\frac{7\pi}{12}\right],2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{3},\frac{4\pi}{3}\right]$，

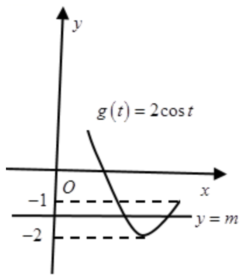
不妨$g\left(x\right)=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，令$t=2x+\frac{\pi}{6}$，

则$g\left(t\right)=2\cos t,t\in\left[\frac{\pi}{3},\frac{4\pi}{3}\right]$，

所以方程$m=g\left(t\right)$在区间$\left[\frac{\pi}{3},\frac{4\pi}{3}\right]$上恰有两个不同的实根，

即直线$y=m$与函数$g\left(t\right)=2\cos t$在区间$\left[\frac{\pi}{3},\frac{4\pi}{3}\right]$上恰有两个不同的交点；

画出直线$y=m$与函数$g\left(t\right)=2\cos t$的图像，



由图像得实数 m 的取值范围是：$-2<m\leq-1$，

即实数 m 的取值范围是$\left(-2,-1\right]$.

22.（12 分）

已知函数$f\left(x\right)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$，且函数$y=g\left(x\right)$的图象与函数$y=f\left(x\right)$的图象关于直线$x=\frac{\pi}{4}$对称.

(1)求函数$g\left(x\right)$的解析式；

(2)若存在$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right)$，使等式$\left[g\left(x\right)\right]^2-mg\left(x\right)+2=0$成立，求实数 m 的取值范围；

(3)若当$x\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$时，不等式$\frac{1}{2}f\left(x\right)-ag\left(-x\right)>a-2$恒成立，求实数 a 的取值范围.

【解析】（1）因函数$y=g\left(x\right)$的图象与函数$y=f\left(x\right)$的图象关于直线$x=\frac{\pi}{4}$对称，则$g(x)=f(\frac{\pi}{2}-x)$，

所以$g(x)=2\sin(\frac{\pi}{2}-x+\frac{\pi}{3})=2\sin[\pi-(x+\frac{\pi}{6})]=2\sin(x+\frac{\pi}{6})$.

（2）由（1）知，$g\left(x\right)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$，当$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right)$时，$x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right)$，则$1\leq g\left(x\right)\leq2$，

令$g\left(x\right)=t$，则$1\le t\le 2$．存在$x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，使$\left[g\left(x\right)\right]^2-mg\left(x\right)+2=0$成立，

即存在$t\in\left[1,2\right]$，使$t^2-mt+2=0$成立，则存在$t\in\left[1,2\right]$，$m=t+\dfrac{2}{t}$成立，

而函数$m=t+\dfrac{2}{t}$在$t\in[1,\sqrt{2}]$上递减，在$t\in[\sqrt{2},2]$上递增，

当$t=\sqrt{2}$时，$m_{\min}=2\sqrt{2}$，当$t=1$或 2 时，$m_{\max}=3$

所以实数m的取值范围为$\left[2\sqrt{2},3\right]$.

（3）由（1）知，不等式$\dfrac{1}{2}f(x)-ag(-x)>a-2\Leftrightarrow\sin(x+\dfrac{\pi}{3})+2a\sin(x-\dfrac{\pi}{6})>a-2$，

当$x\in[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}]$时，$0\le x+\dfrac{\pi}{3}\le\pi$，$-\dfrac{\pi}{2}\le x-\dfrac{\pi}{6}\le\dfrac{\pi}{2}$，

若$a=0$，因$0\le\sin(x+\dfrac{\pi}{3})\le 1$，即$\sin(x+\dfrac{\pi}{3})>-2$恒成立，则$a=0$，

若$a>0$，因$\sin(x-\dfrac{\pi}{6})$在$[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}]$上单调递增，则当$x=-\dfrac{\pi}{3}$时，$\sin(x+\dfrac{\pi}{3})+2a\sin(x-\dfrac{\pi}{6})$取得最小值，

原不等式恒成立可转化为$\sin(-\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\pi}{3})+2a\sin(-\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\pi}{6})>a-2$恒成立，即$-2a>a-2$，因此$0<a<\dfrac{2}{3}$，

若$a<0$，当$x=\dfrac{2\pi}{3}$时，$\sin(x+\dfrac{\pi}{3})+2a\sin(x-\dfrac{\pi}{6})$取得最小值，

原不等式恒成立可转化为$\sin(\dfrac{2\pi}{3}+\dfrac{\pi}{3})+2a\sin(\dfrac{2\pi}{3}-\dfrac{\pi}{6})>a-2$恒成立，即$a>-2$，因此$-2<a<0$，

所以a的取值范围是$(-2,\dfrac{2}{3})$.