空间向量与立体几何章末检测卷（一）

说明：1．本试题共 4 页，满分 150 分，考试时间 120 分钟。

2．答题前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名、试室号、座位号填写在答题卷上。

3. 答题必须使用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卷上各题目指定区域内的相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。

4．考生必须保持答题卷整洁，考试结束后，将答题卷交回，试卷自己保存。

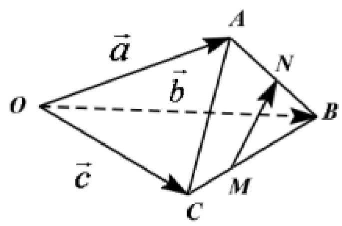
第 I 卷(选择题　共 60 分)

一、单项选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求.）

1．已知空间向量$\vec{a}=(1,2,3)$，$\vec{b}=(m,-1,n)$，若$\vec{a}\parallel\vec{b}$，则$m+n=$（　　）

A．-2　　B．-1　　C．1　　D．2

2．如图，设$\overrightarrow{OA}=\vec{a},\overrightarrow{OB}=\vec{b},\overrightarrow{OC}=\vec{c}$，若$\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{NB},\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{MC}$，则$\overrightarrow{MN}=$（　　）



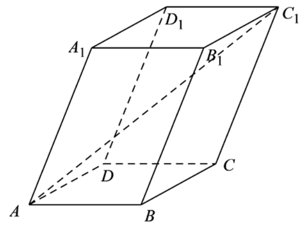
A．$\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{6}\vec{b}-\frac{2}{3}\vec{c}$　　B．$-\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{6}\vec{b}+\frac{2}{3}\vec{c}$　　C．$\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{6}\vec{b}-\frac{1}{3}\vec{c}$

D．$\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{6}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}$

3．已知向量$\vec{a}=(1,1,2k),\vec{b}=(-1,0,-1),\vec{c}=(0,2,1)$，且向量$\vec{a}-2\vec{b}$与$\vec{c}$互相垂直，则$k$的值是（　　）

A．1　　B．-2　　C．-4　　D．0

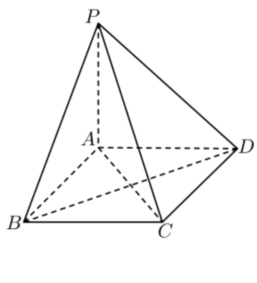
4．如图，平行六面体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的底面$ABCD$是边长为 1 的正方形，且$\angle A_1AD=\angle A_1AB=60^\circ$，$AA_1=2$，则线段$AC_1$的长为（　　）



A．$\sqrt{6}$　　B．$\sqrt{10}$　　C．$\sqrt{11}$　　D．$2\sqrt{3}$

5．四面体$ABCD$中，$AB=AC=AD=2,\angle BAD=90^\circ,\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=-2$，则$\angle BAC=$（　　）

A．30°　　B．45°　　C．60°　　D．90°



6．如图，四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为矩形且$PA\perp$平面$ABCD$，连接AC与BD，下面各组向量中，数量积不一定为零的是（　　）

A．$\overrightarrow{PD}$与$\overrightarrow{AB}$　　B．$\overrightarrow{PB}$与$\overrightarrow{DA}$　　C．$\overrightarrow{PC}$与$\overrightarrow{BD}$　　D．$\overrightarrow{PA}$与$\overrightarrow{CD}$

7．已知$\vec{a}=(1,0,1),\vec{b}=(x,1,2)$，且$\vec{a}\cdot\vec{b}=3$，则向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为（　　）

A．60°　　B．120°　　C．30°　　D．150°

8．在平行六面体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=2$，$AD=2$，$AA_1=4$，$\angle BAD=\angle BAA_1=\angle DAA_1=60^\circ$，则$BC_1$与$CA_1$所成角的正弦值为（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{21}}{42}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{42}$　　C．$\dfrac{\sqrt{21}}{14}$　　D．$\dfrac{5\sqrt{7}}{14}$

二、多项选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分）

9．已知$\vec{a}=(1,0,1)$，$\vec{b}=(-1,2,-3)$，$\vec{c}=(2,-4,6)$，，则下列结论正确的是（　　）

A．$\vec{a}\perp\vec{b}$

B．$\vec{b}\parallel\vec{c}$

C．$\langle\vec{a},\vec{c}\rangle$为钝角

D．$\vec{c}$在$\vec{a}$方向上的投影向量为$(4,0,4)$

10．关于空间向量，以下说法正确的是（　　）

A．空间中的三个向量，若有两个向量共线，则这三个向量一定共面

B．若对空间中任意一点O，有$\overrightarrow{OP}=\frac{1}{6}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$，则$P$，$A$，$B$，$C$四点共面

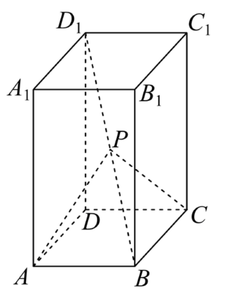
C．已知向量$\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\}$是空间的一个基底，若$\vec{m}=\vec{a}+\vec{c}$，则$\{\vec{a},\vec{b},\vec{m}\}$也是空间的一个基底

D．若$\vec{a}\cdot\vec{b}<0$，则$\langle\vec{a},\vec{b}\rangle$是钝角

11．已知斜三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，底面$\vee ABC$是直角三角形，且$AB\perp AC$，$AB=3$，$AC=4$，$AA_1=2$，$\angle A_1AB=\angle A_1AC=60^\circ$，则（　　）

A．$|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{7}$　　B．$|\overrightarrow{B_1C}|=3\sqrt{3}$　　C．$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{B_1C}=-9$　　D．异面直线AC_1与B_1C所成角的余弦值为$\dfrac{\sqrt{21}}{14}$

12．在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$|AB|=|AD|=1$，$|AA_1|=2$，动点P在体对角线BD_1上（含端点），则下列结论正确的有（　　）



A．顶点B到平面APC的最大距离为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

B．存在点P，使得$BD_1\perp$平面APC

C．$|AP|+|PC|$的最小值$\dfrac{\sqrt{30}}{3}$

D．当P为BD_1中点时，$\angle APC$为钝角

第II卷(非选择题　共90分)

三、填空题（本题共4小题，每小题5分，共20分）

13．已知空间四边形 $ABCD$ 的每条边和对角线的长都等于1，点 E， F 分别是 BC， AD 的中点，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{CF}$ 的值为_________.

14．已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $\vec{a}=\left(1,1,\sqrt{2}\right),\left|\vec{b}\right|=2$，且 $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{3}\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$.则 $\vec{a}+\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上的投影向量的坐标为_________.

15．正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1，点 M 在线段 CC_1 上，且 $\overrightarrow{MC_1}=2\overrightarrow{CM}$．点 P 在平面 $A_1B_1C_1D_1$ 上，且 $AP\perp$ 平面 MBD_1，则线段 AP 的长为________.

四、解答题（本题共6个小题，共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. 已知 $\vec{e_1},\vec{e_2},\vec{e_3}$ 是不共面的向量，且 $\overrightarrow{OP}=2\vec{e_1}-\vec{e_2}+3\vec{e_3},\overrightarrow{OA}=\vec{e_1}+2\vec{e_2}-\vec{e_3},\overrightarrow{OB}=-3\vec{e_1}+\vec{e_2}+2\vec{e_3},\overrightarrow{OC}=\vec{e_1}+\vec{e_2}-\vec{e_3}$.

(1)判断 P、A、B、C 四点是否共面；

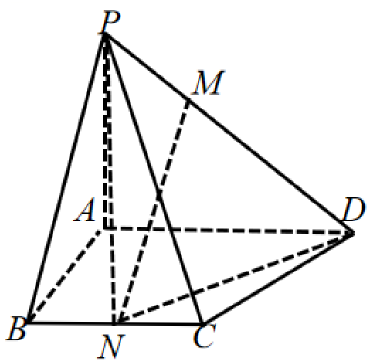
(2)能否用 $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}$ 表示 $\overrightarrow{OP}$？并说明理由.

18．已知 $\vec{a}=(2,-1,3),\vec{b}=(1,2,2)$.

(1)求 $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\left(2\vec{a}-\vec{b}\right)$ 的值；

(2)当 $\left(k\vec{a}-\vec{b}\right)\perp\left(\vec{a}+k\vec{b}\right)$ 时，求实数 k 的值.

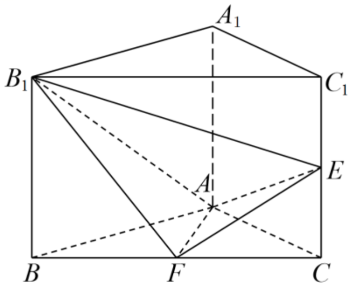
19．如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为直角梯形，其中 $AD\parallel BC$．$AD\perp AB, AD=3, AB=BC=2, PA\perp$ 平面 $ABCD$，且 $PA=3$，点 M 在棱 PD 上，点 N 为 BC 中点.



(1)若 $DM=2MP$，证明：直线 $MN//$ 平面 PAB；

(2)线段 PD 上是否存在点 M，使 NM 与平面 PCD 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{18}$？若存在求出 $\boldsymbol{\frac{PM}{PD}}$ 值；若不存在，说明理由

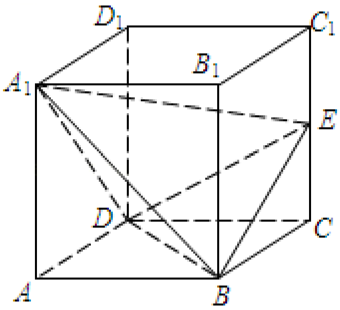
20．已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱垂直于底面，$\angle BAC=90^o$，$AB=AC=AA_1=1$，E、F 分别是棱 C_1C、BC 的中点.



(1)求证：$B_1F\perp$ 平面 AEF；

(2)求点 A_1 到直线 B_1E 的距离.

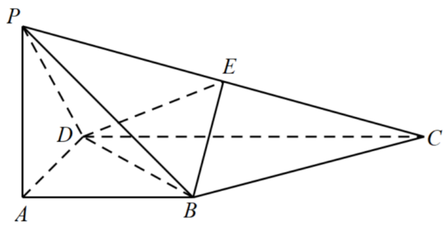
21．已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为棱 CC_1 上的动点.



（1）求证：$A_1E\perp BD$；

（2）若平面 $A_1BD\perp$ 平面 EBD，试确定 E 点的位置.

22．如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，点 E 为 PC 的中点，$AB\parallel CD$，$CD\perp AD$，$CD=2AB=2$，$PA=AD=1$，$PA\perp AD$.



(1)证明：$BE\perp$ 平面 PCD；

(2)求二面角 $P-BD-E$ 的余弦值.