

# 第 01 讲 平面向量的概念及其线性运算 (精练)

## 一、单选题

1. 下列命题正确的是 ( )

A. 若  $\vec{a}, \vec{b}$  都是单位向量, 则  $\vec{a} = \vec{b}$

B. 若向量  $\vec{a} \parallel \vec{b}, \vec{b} \parallel \vec{c}$ , 则  $\vec{a} \parallel \vec{c}$

C. 与非零向量  $\vec{a}$  共线的单位向量是唯一的

D. 已知  $\lambda, \mu$  为非零实数, 若  $\lambda\vec{a} = \mu\vec{b}$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  共线

2. 下列命题中正确的是 ( )

A. 若  $\vec{a} = \vec{b}$ , 则  $3\vec{a} > 2\vec{b}$

B.  $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD}$

C.  $|\vec{a}| + |\vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}| \iff \vec{a}$  与  $\vec{b}$  的方向相反

D. 若  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}|$ , 则  $\vec{a} = \vec{b} = \vec{c}$

3. 已知点  $A(1, 3), B(4, -1)$ , 则与  $\overrightarrow{AB}$  同方向的单位向量为 ( )

A.  $\left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$

B.  $(3, -4)$

C.  $\left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$

D.  $(-3, 4)$

4. 化简:  $\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BC} =$  ( )

A.  $\overrightarrow{PC}$

B.  $\vec{0}$

C.  $\overrightarrow{AB}$

D.  $\overrightarrow{AC}$

5. 已知  $\overrightarrow{AB} = \vec{a} + 5\vec{b}, \overrightarrow{BC} = -2\vec{a} + 8\vec{b}, \overrightarrow{BD} = 2\vec{a} + 10\vec{b}$ , 则共线的三点为 ( )

A.  $B, C, D$

B.  $A, B, C$

C.  $A, C, D$

D.  $A, B, D$

6. 已知  $D$  是  $\triangle ABC$  的边  $BC$  上的中点, 则向量  $\overrightarrow{AD} =$  ( )

A.  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

B.  $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

C.  $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

7. 设  $\vec{a}, \vec{b}$  是非零向量, 则  $\vec{a} = 2\vec{b}$  是  $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$  成立的 ( )

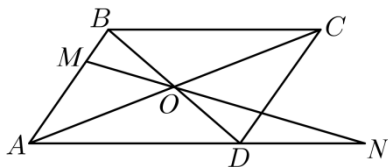
A. 充要条件

B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件

D. 既不充分又不必要条件

8. 如图, 已知平行四边形  $ABCD$  的对角线相交于点  $O$ , 过点  $O$  的直线与  $AB, AD$  所在直线分别交于点  $M, N$ , 满足  $\overrightarrow{AB} = m\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN} = n\overrightarrow{AD}, (m > 0, n > 0)$ , 若  $mn = \frac{1}{3}$ , 则  $\frac{m}{n}$  的值为 ( )

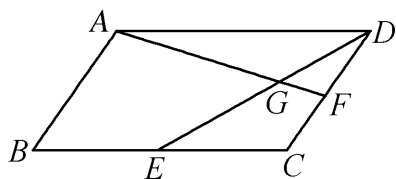


- A.  $\frac{2}{3}$       B.  $\frac{3}{4}$       C.  $\frac{4}{5}$       D.  $\frac{5}{6}$

9. 在  $\triangle ABC$  中,  $\overrightarrow{AP} = \frac{11}{9}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{9}\overrightarrow{AC}$  则  $P$  点 ( )

- A. 在线段  $BC$  上, 且  $\frac{BP}{BC} = \frac{2}{9}$       B. 在线段  $CB$  的延长线上, 且  $\frac{BP}{BC} = \frac{2}{9}$   
C. 在线段  $BC$  的延长线上, 且  $\frac{BP}{BC} = \frac{2}{9}$       D. 在线段  $BC$  上, 且  $\frac{CP}{BC} = \frac{2}{9}$

10. 在平行四边形  $ABCD$  中,  $E, F$  分别是  $BC, CD$  的中点,  $DE$  交  $AF$  于点  $G$ , 则  $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AG} =$  ( )



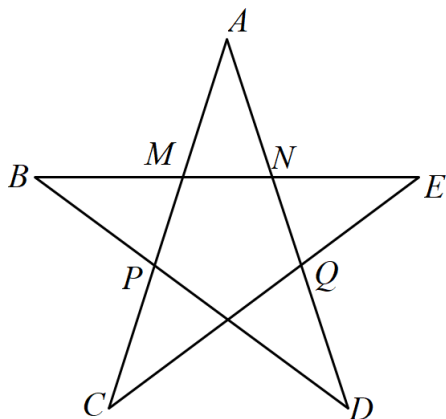
- A.  $\frac{2}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$       B.  $\frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$   
C.  $-\frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$       D.  $-\frac{2}{5}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$

## 二、填空题

11. 已知在  $\triangle ABC$  中,  $E$  为  $AC$  上一点, 且  $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$ ,  $P$  为  $BE$  上一点, 且满足,  $\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$ , ( $m > 0, n > 0$ ),

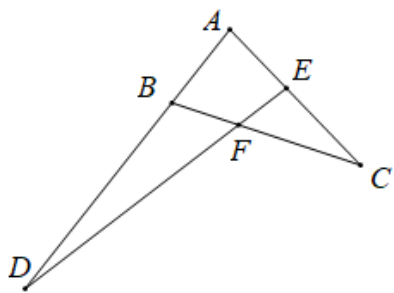
则  $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$  取最小值时, 向量  $\vec{a} = (m, n)$  的模为\_\_\_\_\_.

12. 正五角星是一个与黄金分割有着密切联系的优美集合图形, 在如图所示的正五角星中,  $A, B, C, D, E$  是正五边形的五个顶点, 且  $\frac{MN}{AM} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ , 若  $\overrightarrow{QN} = x\overrightarrow{CP} + y\overrightarrow{NM}$ , 则  $x+y =$ \_\_\_\_\_.



## 三、解答题

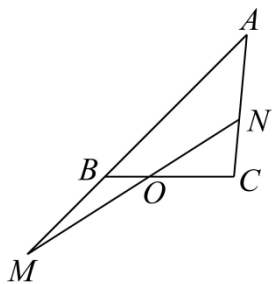
13. 如图所示,  $\triangle ABC$  中,  $F$  为  $BC$  边上一点,  $2\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{FC}$ . 若  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$



(1) 用向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  表示  $\vec{AF}$ ；

(2)  $3\vec{AB} = \vec{BD}$ ，连接  $DF$  并延长，交  $AC$  于点  $E$ ，若  $\frac{DF}{DE} = \lambda$ ， $\frac{AE}{AC} = \mu$ ，求  $\lambda$  和  $\mu$  的值。

14. 如图，在  $\triangle ABC$  中，点  $O$  在边  $BC$  上，且  $OC = 2OB$ 。过点  $O$  的直线分别交射线  $AB$ 、射线  $AC$  于不同的两点  $M$ 、 $N$ ，若  $\vec{AB} = m\vec{AM}$ ， $\vec{AC} = n\vec{AN}$ 。



(1) 求  $2m + n$  的值；

(2) 若  $\frac{t}{m} + \frac{t}{n} \geq 2 + \sqrt{2}$  恒成立，求实数  $t$  的最小整数值。

# 第 02 讲 平面向量基本定理及坐标表示 (精练)

## 一、单选题

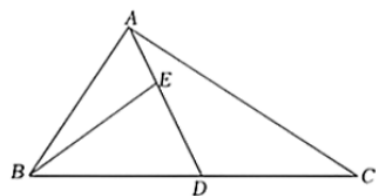
1. 在平行四边形  $ABCD$  中,  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ ,  $E$  是线段  $OD$  的中点,  $AE$  的延长线与  $CD$  交于点  $F$ , 则  $\overrightarrow{EF}$  等于 ( )

- A.  $\frac{1}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$       B.  $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$   
C.  $\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$       D.  $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

2. 在梯形  $ABCD$  中,  $AB \parallel CD$  且  $AB = 4CD$ , 点  $P$  在边  $BC$  上, 若  $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \lambda\overrightarrow{AD}$ , 则实数  $\lambda =$  ( )

- A.  $\frac{4}{5}$       B.  $\frac{2}{5}$       C.  $\frac{4}{15}$       D.  $\frac{3}{20}$

3. 如图所示,  $\triangle ABC$  中, 点  $D$  是线段  $BC$  的中点,  $E$  是线段  $AD$  的靠近  $A$  的三等分点, 则  $\overrightarrow{BE} =$  ( )

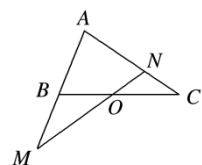


- A.  $\frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$       B.  $\frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$       C.  $\frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$       D.  $\frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$

4. 已知向量  $\vec{a} = (-1, 2)$ ,  $\vec{b} = (1, -2\lambda)$ , 若  $(\vec{a} + 3\vec{b}) \parallel (\vec{a} - \vec{b})$ , 则实数  $\lambda$  的值为 ( )

- A. 1      B. 0      C.  $\frac{4}{3}$       D.  $-\frac{2}{3}$

5. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $O$  是  $BC$  的中点, 过点  $O$  的直线分别交直线  $AB$ ,  $AC$  于不同的两点  $M$ ,  $N$ , 若  $\overrightarrow{AB} = m\overrightarrow{AM}$ ,  $\overrightarrow{AC} = n\overrightarrow{AN}$ , 则  $m+n$  等于 ( )



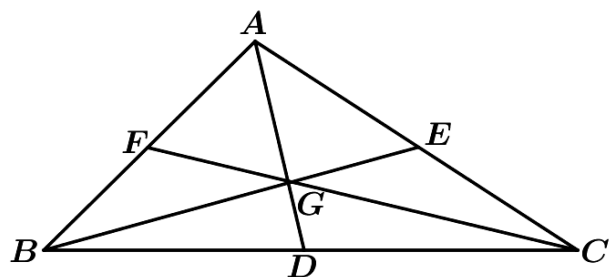
- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

6. 直角三角形  $ABC$  中,  $P$  是斜边  $BC$  上一点, 且满足  $\overrightarrow{BP} = 2\overrightarrow{PC}$ , 点  $M$ 、 $N$  在过点  $P$  的直线上, 若  $\overrightarrow{AM} = m\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AN} = n\overrightarrow{AC}$ , ( $m > 0, n > 0$ ), 则下列结论错误的是 ( )

- A.  $\frac{1}{m} + \frac{2}{n}$  为常数      B.  $m+n$  的最小值为  $\frac{16}{9}$   
C.  $m+2n$  的最小值为 3      D.  $m$ 、 $n$  的值可以为  $m = \frac{1}{2}$ ,  $n = 2$

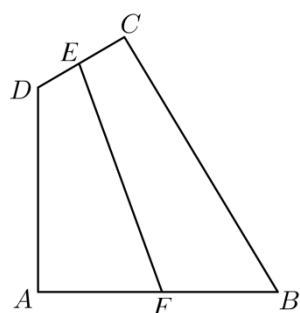
## 二、多选题

7. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$ ,  $BE$ ,  $CF$  分别是边  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  上的中线, 它们交于点  $G$ , 则下列各等式中正确的是 ( )



- A.  $\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BE}$       B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3 \overrightarrow{AG}$   
 C.  $\overrightarrow{DG} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AG}$       D.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

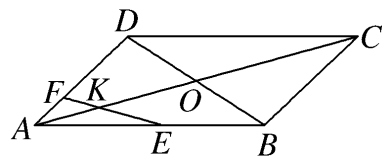
8. 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $AB \perp AD, CD \perp CB, \angle ABC = 60^\circ, AB = 2, AD = \sqrt{3}$ ,  $E$  为线段  $CD$  的中点,  $F$  为线段  $AB$  上一动点 (包括端点), 且  $\overrightarrow{EF} = \lambda \overrightarrow{DA} + \mu \overrightarrow{CB}$ , 则下列说法正确的是 ( )



- A.  $BC = \frac{5}{2}$       B. 若  $F$  为线段  $AB$  的中点, 则  $\lambda + \mu = 1$   
 C.  $\overrightarrow{FC} \cdot \overrightarrow{FD}$  的最小值为  $\frac{15}{4}$       D.  $\mu$  的最大值比最小值大  $\frac{8}{5}$

### 三、填空题

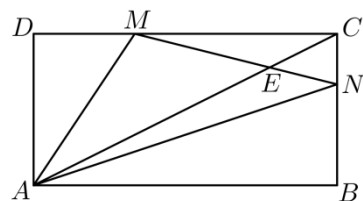
9. 若  $\vec{a} = (1, 1), \vec{b} = (-1, 2)$ , 则与  $\vec{a} - \vec{b}$  同方向的单位向量是\_\_\_\_\_.
10. 若  $A$  是直线  $BC$  外一点,  $D$  为线段  $BC$  的中点,  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3 \overrightarrow{AE}$ ,  $\overrightarrow{DE} = x \overrightarrow{AB} + y \overrightarrow{AC}$ , 则  $x + y =$ \_\_\_\_\_.
11. 如图, 平行四边形  $ABCD$  的两条对角线相交于点  $O$ ,  $7 \overrightarrow{AE} = 5 \overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AD} = 4 \overrightarrow{AF}$ ,  $EF$  交  $AC$  于点  $K$ ,  $\overrightarrow{AK} = \lambda \overrightarrow{OA}$ , 则实数  $\lambda$  的值为\_\_\_\_\_.



12. 已知向量  $\vec{a} = (m, 1), \vec{b} = (4 - n, 2)$ ,  $m > 0, n > 0$ , 若  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ , 则  $\frac{1}{m} + \frac{4}{n}$  的最小值\_\_\_\_\_.

### 四、解答题

13. 如图所示, 已知矩形  $ABCD$  中,  $AB = 2, AD = 1, DM = \frac{1}{3} DC, BN = \frac{2}{3} BC$ ,  $AC$  与  $MN$  相交于点  $E$ .



(1)若  $\overrightarrow{MN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AD}$ , 求  $\lambda$  和  $\mu$  的值;

(2)用向量  $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}$  表示  $\overrightarrow{AE}$ .

# 第 03 讲 平面向量的数量积 (精练)

## 一、单选题

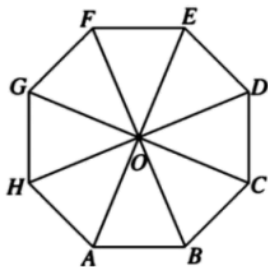
- 已知向量  $\vec{a} = (-1, m)$ ,  $\vec{b} = (m+1, 2)$ , 且  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , 则  $m =$  ( )  
 A. 2                      B. -2                      C. 1                      D. -1
- 已知  $|\vec{a}| = 2$ ,  $\vec{b}$  在  $\vec{a}$  上的投影为 1, 则  $\vec{a} + \vec{b}$  在  $\vec{a}$  上的投影为 ( )  
 A. -1                      B. 2                      C. 3                      D.  $\sqrt{2}$
- 设非零向量  $\vec{r}, \vec{b}$  满足  $|\vec{r} + \vec{b}| = |\vec{r} - \vec{b}|$ , 则 ( )  
 A.  $|\vec{r}| = |\vec{b}|$                       B.  $\vec{r} \perp \vec{b}$   
 C.  $\vec{r} \parallel \vec{b}$                       D.  $|\vec{r}| > |\vec{b}|$
- 已知  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 1$ ,  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为  $\frac{\pi}{3}$ , 那么  $|\vec{a} - \vec{b}| =$  ( )  
 A. 4                      B. 3                      C. 2                      D.  $\sqrt{3}$
- 已知  $\vec{a} = (1, -2)$ ,  $\vec{b} = (1, \lambda)$ , 且  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角  $\theta$  为锐角, 则实数  $\lambda$  的取值范围是 ( )  
 A.  $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$                       B.  $\left(-2, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$   
 C.  $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$                       D.  $(-\infty, -2) \cup \left(-2, \frac{1}{2}\right)$
- 已知  $P$  是等边三角形  $ABC$  所在平面内一点, 且  $AB = 2\sqrt{3}$ ,  $BP = 1$ , 则  $\vec{AP} \cdot \vec{CP}$  的最小值是 ( )  
 A. 1                      B.  $\sqrt{2}$                       C.  $\sqrt{3}$                       D. 2

## 二、多选题

- 已知向量  $\vec{a} = (3, 1)$ ,  $\vec{b} = (1, 3)$ , 则下列说法正确的是 ( )  
 A.  $(\vec{a} + \vec{b}) \perp (\vec{a} - \vec{b})$                       B.  $\vec{a}, \vec{b}$  的夹角为  $60^\circ$   
 C.  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  上的投影向量为  $\frac{3}{5}\vec{b}$                       D.  $\vec{b}$  在  $\vec{a}$  上的投影向量为  $\frac{4}{5}\vec{a}$
- 如图甲所示, 古代中国的太极八卦图是以同圆内的圆心为界, 画出相等的两个阴阳鱼, 阳鱼的头部有眼, 阴鱼的头部有个阳殿, 表示万物都在相互转化, 互相涉透, 阴中有阳, 阳中有阴, 阴阳相合, 相生相克, 蕴含现代哲学中的矛盾对立统一规律, 其平面图形记为图乙中的正八边形  $ABCDEFGH$ , 其中  $OA = 2$ , 则 ( )



甲



乙

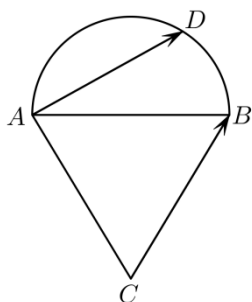
A.  $\sqrt{2}\vec{OB} + \vec{OE} + \vec{OG} = \vec{0}$

B.  $\vec{OA} \cdot \vec{OD} = -2\sqrt{2}$

C.  $|\vec{AH} + \vec{EH}| = 4$

D.  $|\vec{AH} + \vec{GH}| = 4 + 2\sqrt{2}$

9. 如图, 点  $D$  位于以  $AB$  为直径的半圆上 (含端点  $A, B$ ),  $\triangle ABC$  是边长为 2 的等边三角形, 则  $\vec{AD} \cdot \vec{CB}$  的取值可能是 ( )



A. -1

B. 0

C. 1

D. 4

### 三、填空题

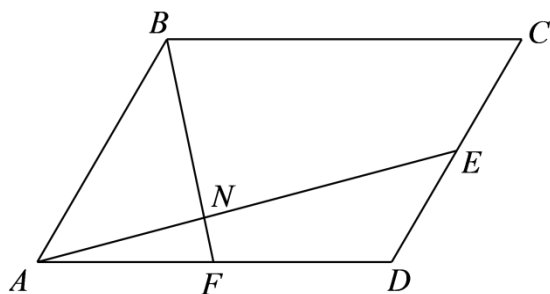
11. 已知向量  $\vec{a} = (2, 1)$ ,  $\vec{b} = (3, 4)$ , 若  $(\lambda\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{b}$ , 则  $\lambda =$  \_\_\_\_\_.

12. 已知在  $\triangle ABC$  中,  $E$  为  $AC$  上一点, 且  $\vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{EC}$ ,  $P$  为  $BE$  上一点, 且满足  $\vec{AP} = m\vec{AB} + n\vec{AC}$  ( $m > 0, n > 0$ ), 则

$\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$  取最小值时, 向量  $\vec{a} = (m, n)$  的模为 \_\_\_\_\_.

### 四、解答题

13. 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中,  $AB = 2$ ,  $AD = 3$ ,  $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$ ,  $E$  为  $CD$  中点,  $\vec{AF} = \lambda\vec{AD}$ , ( $0 \leq \lambda \leq 1$ ).

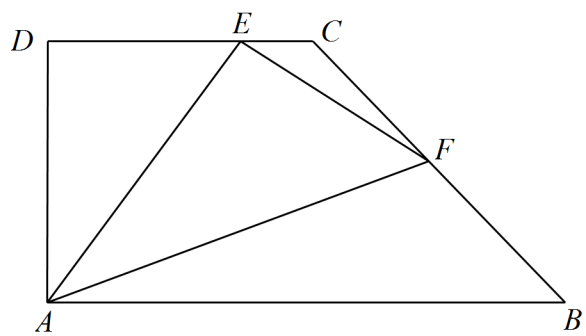


(1) 若  $\vec{AE} \perp \vec{BF}$ , 求实数  $\lambda$  的值;

(2) 求  $\vec{BF} \cdot \vec{FE}$  的取值范围.

14. 在直角梯形  $ABCD$  中, 已知  $AB \parallel CD$ ,  $\angle DAB = 90^\circ$ ,  $AB = 2AD = 2CD = 4$ , 点  $F$  是  $BC$  边上的中点, 点  $E$  是  $CD$  边上一个动点.





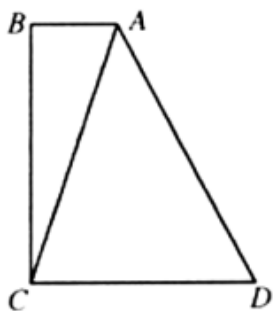
(1)若  $\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{DC}$ ，求  $\overline{AC} \cdot \overline{EF}$  的值；

(2)求  $\overline{EA} \cdot \overline{EF}$  的取值范围.

# 第 04 讲 正弦定理和余弦定理 (精练)

## 一、单选题

1. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 若  $a^2 + b^2 < c^2$ , 则  $\triangle ABC$  是 ( )
- A. 等腰三角形      B. 锐角三角形      C. 直角三角形      D. 钝角三角形
2. 已知正三角形的边长为 2, 则该三角形的面积 ( )
- A. 4      B.  $\sqrt{3}$       C.  $\sqrt{2}$       D. 1
3. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ,  $A = 45^\circ, C = 30^\circ, c = 6$ , 则  $a$  等于 ( )
- A.  $3\sqrt{2}$       B.  $6\sqrt{2}$       C.  $2\sqrt{6}$       D.  $3\sqrt{6}$
4. 如图, 在直角梯形  $ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $AB = 2$ ,  $CD = 5$ ,  $BC = 6$ , 则  $\angle CAD =$  ( )



- A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $75^\circ$
5. 图 1 是我国古代数学家赵爽创制的一幅“赵爽弦图”, 它是由四个全等的直角三角形和一个小的正方形拼成一个大的正方形. 某同学深受启发, 设计出一个图形, 它是由三个全等的钝角三角形和一个小的正三角形拼成一个大的正三角形, 如图 2, 若  $BD = 1$ , 且三个全等三角形的面积和与小正三角形的面积之比为  $\frac{9}{4}$ , 则  $\triangle ABC$  的面积为 ( )

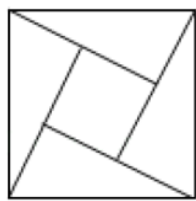


图 1

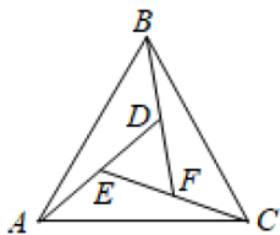
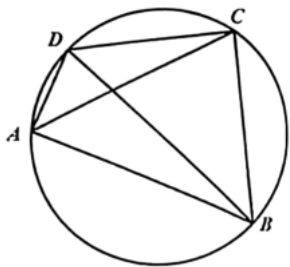


图 2

- A.  $\frac{9}{4}$       B.  $\frac{9\sqrt{3}}{4}$       C.  $\frac{13}{4}$       D.  $\frac{13\sqrt{3}}{4}$
6. 已知  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 若  $c \sin A = \sqrt{3} a \cos C$ ,  $c = 3\sqrt{3}$ ,  $ab = 18$ , 则  $a + b$  的值是 ( )
- A.  $6\sqrt{2}$       B.  $6\sqrt{3}$       C. 9      D. 11
7. 如图, 四边形  $ABCD$  四点共圆, 其中  $BD$  为直径,  $AB = 4$ ,  $BC = 3$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ , 则  $\triangle ACD$  的面积为 ( )



- A.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       C.  $\frac{5\sqrt{3}}{6}$       D.  $\frac{7\sqrt{3}}{6}$

8. 设向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为  $\theta$ , 定义  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的“向量积”:  $\vec{a} \times \vec{b}$ . 可知  $\vec{a} \times \vec{b}$  是一个向量, 它的模为  $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin \theta$ . 已知在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ,  $A = \frac{\pi}{3}$ ,  $|\vec{BA} \times \vec{BC}| = \frac{\sqrt{3}}{6}(8b^2 - 9a^2)$ , 则  $\cos B =$  ( )

知在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ,  $A = \frac{\pi}{3}$ ,  $|\vec{BA} \times \vec{BC}| = \frac{\sqrt{3}}{6}(8b^2 - 9a^2)$ , 则  $\cos B =$  ( )

- A.  $\frac{\sqrt{7}}{14}$       B.  $-\frac{\sqrt{7}}{14}$       C.  $-\frac{\sqrt{7}}{7}$       D.  $\frac{2\sqrt{7}}{7}$

## 二、多选题

9. 在  $\triangle ABC$  中, 如下判断正确的是 ( )

- A. 若  $\sin 2A = \sin 2B$ , 则  $\triangle ABC$  为等腰三角形      B. 若  $A > B$ , 则  $\sin A > \sin B$   
C. 若  $\triangle ABC$  为锐角三角形, 则  $\sin A > \cos B$       D. 若  $\sin A > \sin B$ , 则  $A > B$

10. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 则下列说法正确的是 ( )

- A.  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b+c}{\sin B + \sin C}$   
B. 若  $A > B$ , 则  $\sin 2A > \sin 2B$   
C.  $c = a \cos B + b \cos A$   
D. 若  $\left( \frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} + \frac{\vec{AC}}{|\vec{AC}|} \right) \cdot \vec{BC} = 0$ , 且  $\frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} \cdot \frac{\vec{AC}}{|\vec{AC}|} = \frac{1}{2}$ , 则  $\triangle ABC$  为等边三角形

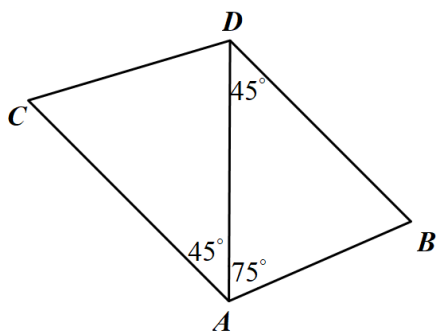
11. 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  在线段  $AB$  上, 且  $AD=5$ ,  $BD=3$ , 若  $CB=2CD$ ,  $\cos \angle CDB = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ , 则 ( )

- A.  $\sin \angle CDB = \frac{2\sqrt{5}}{5}$       B.  $\triangle DBC$  的面积为 3  
C.  $\triangle ABC$  的周长为  $8+2\sqrt{5}$       D.  $\triangle ABC$  为钝角三角形

## 三、填空题

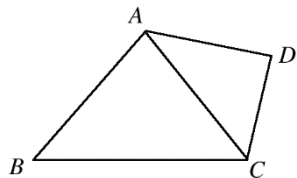
12. 已知  $\triangle ABC$  中角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ,  $D$  为边  $BC$  上一点, 且  $AD$  为  $\angle BAC$  的角平分线, 若  $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ ,  $AD = \sqrt{3}$ , 则  $b+4c$  最小值为\_\_\_\_\_.

13. 一艘渔船航行到  $A$  处看灯塔  $B$  在  $A$  的北偏东  $75^\circ$ , 距离为  $2\sqrt{6}$  海里, 灯塔  $C$  在  $A$  的北偏西  $45^\circ$ , 距离为  $3\sqrt{2}$  海里, 该船由  $A$  沿正北方向继续航行到  $D$  处时再看灯塔  $B$  在其南偏东  $45^\circ$  方向, 则  $CD =$ \_\_\_\_\_海里.



#### 四、解答题

14. 如图，在  $\triangle ABC$  中，内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ， $2b \cos A = 2c - a$ 。



(1) 求角  $B$ ；

(2) 若  $\sin A \cdot \sin C = \sin^2 B$ ， $AD = CD = 2$ ，求四边形  $ABCD$  面积的最大值。

15. 已知函数  $f(x) = \vec{m} \cdot \vec{n}$ ，向量  $\vec{n} = (\sin x + \cos x, \sqrt{3} \cos x)$ ， $\vec{m} = (\cos x - \sin x, 2 \sin x)$ ，在锐角  $\triangle ABC$  中内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ，

(1) 若  $f(A) = 1$ ，求角  $A$  的大小；

(2) 在 (1) 的条件下， $a = \sqrt{3}$ ，求  $c + b$  的最大值。

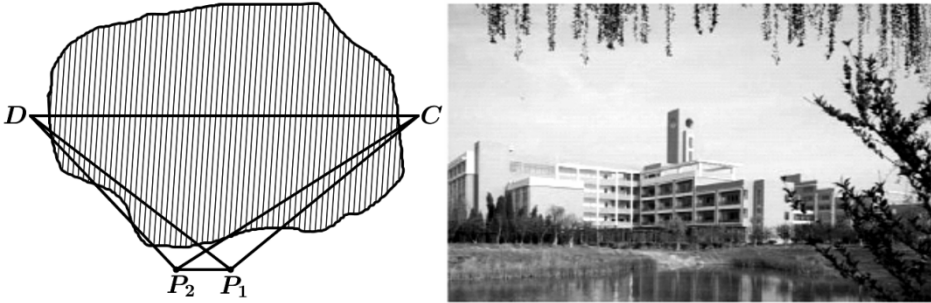
16. 在锐角  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ， $a = 2\sqrt{6}$ ， $b = 4$ ， $\sin A = \frac{\sqrt{15}}{4}$ 。

(1) 求  $\sin C$  的值；

(2) 点  $D, E$  分别在边  $AB, AC$  上， $\triangle ABC$  的面积是  $\triangle ADE$  面积的 2 倍。求  $DE$  的最小值。

- A.  $\frac{17\sqrt{6}}{2}$  海里/时
- B.  $34\sqrt{6}$  海里/时
- C.  $\frac{17\sqrt{2}}{2}$  海里/时
- D.  $34\sqrt{2}$  海里/时
6. “湖畔波澜飞，耕耘战鼓催”，合肥一六八中学的一草一木都见证了同学们的成长. 某同学为了测量澜飞湖两侧  $C, D$  两点间的距离，除了观测点  $C, D$  外，他又选了两个观测点  $P_1, P_2$ ，且  $P_1P_2 = a$ ，已经测得两个角

$\angle P_1P_2D = \alpha, \angle P_2P_1D = \beta$ ，由于条件不足，需要再观测新的角，则利用已知观测数据和下面三组新观测的角的其中一组，就可以求出  $C, D$  间距离的有（ ）组

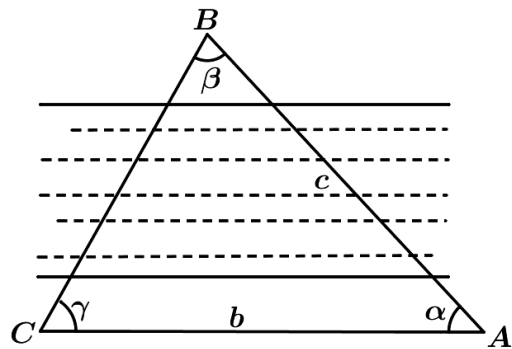


- ①  $\angle DP_1C$  和  $\angle DCP_1$ ；②  $\angle P_1P_2C$  和  $\angle P_1CP_2$ ；③  $\angle P_1DC$  和  $\angle DCP_1$ .

- A. 0                                      B. 1                                      C. 2                                      D. 3

二、多选题

7. 为了测量  $B, C$  之间的距离，在河的南岸  $A, C$  处测量（测量工具：量角器、卷尺），如图所示.下面是四位同学所测得的数据记录，你认为不合理的有（ ）



- A.  $c$  与  $\alpha$                                       B.  $c$  与  $b$                                       C.  $b, c$  与  $\beta$                                       D.  $b, \alpha$  与  $\gamma$

8. 某货轮在  $A$  处看灯塔  $B$  在货轮北偏东  $75^\circ$ ，距离为  $12\sqrt{6}\text{n mile}$ ；在  $A$  处看灯塔  $C$  在货轮的北偏西  $30^\circ$ ，距离为  $8\sqrt{3}\text{n mile}$ .货轮由  $A$  处向正北航行到  $D$  处时，再看灯塔  $B$  在南偏东  $60^\circ$ ，则下列说法正确的是（ ）

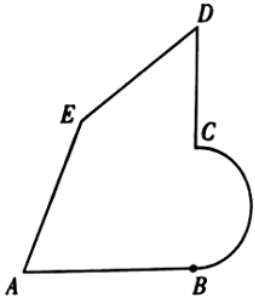
- A.  $A$  处与  $D$  处之间的距离是  $24\text{n mile}$                                       B. 灯塔  $C$  与  $D$  处之间的距离是  $8\sqrt{3}\text{n mile}$   
C. 灯塔  $C$  在  $D$  处的西偏南  $60^\circ$                                       D.  $D$  在灯塔  $B$  的北偏西  $30^\circ$

9. 某货轮在  $A$  处看灯塔  $B$  在货轮北偏东  $75^\circ$ ，距离为  $12\sqrt{6}\text{ n mile}$ ；在  $A$  处看灯塔  $C$  在货轮的北偏西  $30^\circ$ ，距离  $8\sqrt{3}\text{ n mile}$ . 货轮由  $A$  处向正北航行到  $D$  处时，再看灯塔  $B$  在南偏东  $60^\circ$ ，则下列说法正确的是（ ）

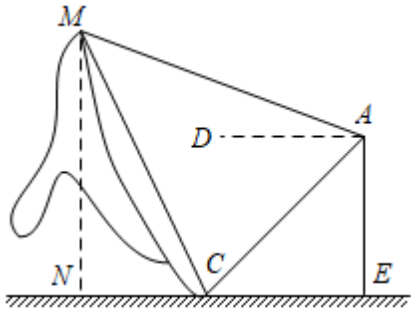
- A.  $A$  处与  $D$  处之间的距离是  $24\text{n mile}$ ；                                      B. 灯塔  $C$  与  $D$  处之间的距离是  $16\text{n mile}$ ；  
C. 灯塔  $C$  在  $D$  处的西偏南  $60^\circ$ ；                                      D.  $D$  在灯塔  $B$  的北偏西  $30^\circ$ .

三、填空题

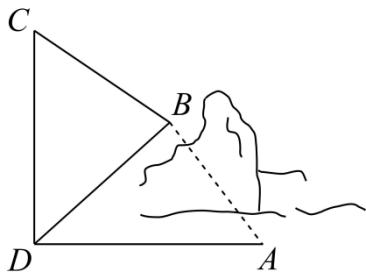
10. 随着生活水平的不断提高，人们更加关注健康，重视锻炼.通过“小步道”，走出“大健康”，健康步道成为引领健康生活的一道亮丽风景线.如图，  $A-B-C-D-E$  为某区的一条健康步道，其中  $AB,CD,DE,AE$  为线段，  $B,C,D$  三点共线，  $\overset{\frown}{BC}$  是以  $BC$  为直径的半圆，  $AB \perp BD$ ，  $AB = \frac{3}{2}CD = 6\text{km}$ ,  $\cos \angle BAD = \frac{3}{5}$ ,  $AE = DE, \angle E = 2\angle BAD$ .则该健康步道的长度为\_\_\_\_\_.



11. (如图, 无人机在离地面的高  $AE = 200\text{m}$  的  $A$  处, 观测到山顶  $M$  处的仰角为  $30^\circ$ , 山脚  $C$  处的俯角为  $45^\circ$ , 已知  $\angle MCN = 60^\circ$ , 则山的高度  $MN$  为\_\_\_\_\_.

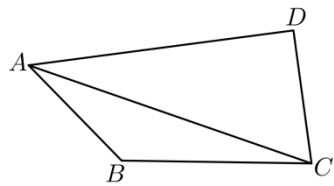


四、为了测量隧道口  $A$ 、 $B$  间的距离, 开车从  $A$  点出发, 沿正西方向行驶  $400\sqrt{2}$  米到达  $D$  点, 然后从  $D$  点出发, 沿正北方向行驶一段路程后到达  $C$  点, 再从  $C$  点出发, 沿东南方向行驶  $400$  米到达隧道口  $B$  点处, 测得  $BD$  间的距离为  $1000$  米.



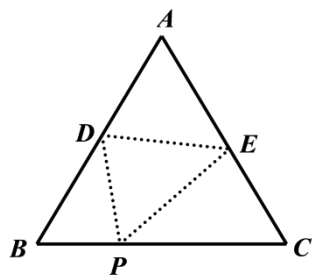
- (1)若隧道口  $B$  在点  $D$  的北偏东  $\theta$  度的方向上, 求  $\cos \theta$  的值;
- (2)求隧道口  $AB$  间的距离.

13. 如图, 在平面四边形  $ABCD$  中, 对角线  $AC$  平分  $\angle BAD$ ,  $\triangle ABC$  的内角  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的对边分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ . 已知  $\sqrt{2}b \cos B + a \cos C + c \cos A = 0$ .



- (1)求  $B$ ;
- (2)若  $AB = CD = 2$ , 且\_\_\_\_\_, 求线段  $AD$  的长. 从下面①②中任选一个, 补充在上面的空格中进行求解. ①  $\triangle ABC$  的面积  $S = 2$ ; ②  $AC = 2\sqrt{5}$ .

14. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ ，且满足 $\tan B + \tan C + \sqrt{3} = \sqrt{3} \tan B \cdot \tan C$  .



(1)求角 $A$ 的大小；

(2)若 $b=c=1$ ，在边 $AB, AC$ 上分别取 $D, E$ 两点，将 $\triangle ADE$ 沿直线 $DE$ 折叠，使顶点 $A$ 正好落在边 $BC$ 上，求线段 $AD$ 长度的最小值.