5.1 平面向量的线性运算及基本定理（精练）（基础版）

题组一　概念辨析

1.（2022·全国·高三专题练习）（多选）下面的命题正确的有（　　）

A．方向相反的两个非零向量一定共线

B．单位向量都相等

C．若$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|>|\vec{b}|$且$\vec{a}$与$\vec{b}$同向，则$\vec{a}>\vec{b}$

D．“若A、B、C、D是不共线的四点，且$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$”$\Leftrightarrow$“四边形$ABCD$是平行四边形”

2.（2022·全国·高三专题练习）（多选）下列说法正确的是（　　）

A．对于任意两个向量$\vec{a},\vec{b}$，若$\left|\vec{a}\right|>\left|\vec{b}\right|$，且$\vec{a}$与$\vec{b}$同向，则$\vec{a}>\vec{b}$

B．已知$\left|\vec{a}\right|=6$，$\vec{e}$为单位向量，若$<\vec{a},\vec{e}>=\dfrac{3\pi}{4}$，则$\vec{a}$在$\vec{e}$上的投影向量为$-3\sqrt{2}\vec{e}$

C．设$\vec{m},\vec{n}$为非零向量，则“存在负数λ，使得$\vec{m}=\lambda\vec{n}$”是“$\vec{m}\cdot\vec{n}<0$”的充分不必要条件

D．若$\vec{a}\cdot\vec{b}<0$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角是钝角

3.（2022·江苏）（多选）设$\vec{a}$是已知的平面向量，向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$在同一平面内且两两不共线，其中真命题是（　　）

A．给定向量$\vec{b}$，总存在向量$\vec{c}$，使$\vec{a}=\vec{b}+\vec{c}$；

B．给定向量$\vec{b}$和$\vec{c}$，总存在实数λ和μ，使$\vec{a}=\lambda\vec{b}+\mu\vec{c}$；

C．给定单位向量$\vec{b}$和正数μ，总存在单位向量$\vec{c}$和实数λ，使$\vec{a}=\lambda\vec{b}+\mu\vec{c}$；

D．若$|\vec{a}|=2$，存在单位向量$\vec{b}$，$\vec{c}$和正实数λ，μ，使$\vec{a}=\lambda\vec{b}+\mu\vec{c}$，则$3^{\lambda}+3^{\mu}>6$．

4.（2022·全国·高三专题练习）（多选）设$\vec{a}$是已知的平面向量且$\vec{a}\neq 0$，向量$\vec{b}$，$\vec{c}$和$\vec{a}$在同一平面内且两两不共线，关于向量$\vec{a}$的分解，下列说法正确的是（　　）

A．给定向量$\vec{b}$，总存在向量$\vec{c}$，使$\vec{a}=\vec{b}+\vec{c}$；

B．给定向量$\vec{b}$和$\vec{c}$，总存在实数λ和μ，使$\vec{a}=\lambda\vec{b}+\mu\vec{c}$；

C．给定单位向量$\vec{b}$和正数μ，总存在单位向量$\vec{c}$和实数λ，使$\vec{a}=\lambda\vec{b}+\mu\vec{c}$；

D．给定正数λ和μ，总存在单位向量$\vec{b}$和单位向量$\vec{c}$，使$\vec{a}=\lambda\vec{b}+\mu\vec{c}$．

5.（2022 • 东莞高级中学）（多选）关于平面向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$，下列说法中错误的是（　　）

A. 若$\vec{a}//\vec{b}$且$\vec{b}//\vec{c}$，则$\vec{a}//\vec{c}$

B. $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}$

C. 若$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$，且$\vec{a}\neq\vec{0}$，则$\vec{b}=\vec{c}$

D. $(\vec{a}\cdot\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot(\vec{b}\cdot\vec{c})$

6.（2022·全国高三专题练习）（多选）已知$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$是三个平面向量，则下列叙述错误的是（　　）

A. 若$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，则$\vec{a}=\pm\vec{b}$

B. 若$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}$，且$\vec{a}\neq\vec{0}$，则$\vec{b}=\vec{c}$

C. 若$\vec{a}//\vec{b}$，$\vec{b}//\vec{c}$，则$\vec{a}//\vec{c}$

D. 若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$

7.（2022·全国·高三专题练习）给出下列命题：①若$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，则$\vec{a}=\vec{b}$；②若A、B、C、D是不共线的四点，则$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$是四边形$ABCD$为平行四边形的充要条件；③若$\vec{a}=\vec{b}$，$\vec{b}=\vec{c}$，则$\vec{a}=\vec{c}$；④$\vec{a}=\vec{b}$的充要条件是$|\vec{a}|=|\vec{b}|$且$\vec{a}//\vec{b}$；⑤若$\vec{a}//\vec{b}$，$\vec{b}//\vec{c}$，则$\vec{a}//\vec{c}$．其中正确命题的序号是________．

题组二　共线定理

1.（2022·广东）已知向量a和b不共线，向量$\overrightarrow{AB}=a+mb$，$\overrightarrow{BC}=5\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CD}=-3\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$，若A、$B$、$D$三点共线，则$m=$（　　）

A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. -2

2.（2022·河南省杞县）已知向量$\vec{e}_1$，$\vec{e}_2$不共线，$a=\vec{e}_1+3\vec{e}_2$，$b=2\vec{e}_1+\lambda\vec{e}_2$，若$\vec{a}//\vec{b}$，则$\lambda=$______.

3.（2021·全国）设两个非零向量$\vec{a}$与$\vec{b}$不共线，

（1）若$\overrightarrow{AB}=\vec{a}+\vec{b}$，$\overrightarrow{BC}=2\vec{a}+8\vec{b}$，$\overrightarrow{CD}=3(\vec{a}-\vec{b})$，求证：$A$，$B$，$D$三点共线；

（2）试确定实数k，使$k\vec{a}+\vec{b}$和$\vec{a}+k\vec{b}$共线.

题组三　平面向量的基本定理

1.（2022·黑龙江·哈尔滨三中）$\triangle ABC$ 中，E 是边 BC 上靠近 B 的三等分点，则向量 $\overrightarrow{AE}=$（　　）

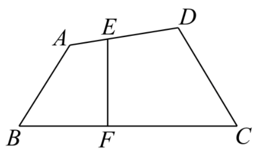
A．$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$　　B．$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

C．$\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$　　D．$\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

2.（2022·全国·模拟预测）在平行四边形 $ABCD$ 中，设 $\overrightarrow{CB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{CD}=\vec{b}$，$E$ 为 AD 的中点，CE 与 BD 交于 F，则 $\overrightarrow{AF}=$（　　）

A．$-\frac{\vec{a}+2\vec{b}}{3}$　　B．$-\frac{2\vec{a}+\vec{b}}{3}$　　C．$-\frac{\vec{a}-2\vec{b}}{3}$　　D．$-\frac{2\vec{a}-\vec{b}}{3}$

3（2022·全国·高三专题练习）如图平面四边形 $ABCD$ 中，$AD=3AE,BC=3BF$，则 $\overrightarrow{EF}$ 可表示为（　　）



A．$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$　　B．$\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$

C．$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$　　D．$\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$

4.（2022·山东潍坊·模拟预测）在平行四边形 $ABCD$ 中，M,N 分别是 AD,CD 的中点，$\overrightarrow{BM}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BN}=\vec{b}$，则 $\overrightarrow{BD}=$（　　）

A．$\frac{3}{4}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$　　B．$\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$　　C．$\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}$　　D．$\frac{3}{4}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}$

5.（2022·全国·高三专题练习）在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 AB 上，$BD=2DA$．记 $\overrightarrow{CA}=\vec{m},\overrightarrow{CD}=\vec{n}$，则 $\overrightarrow{CB}=$（　　）

A．$3\vec{m}-2\vec{n}$　　B．$-2\vec{m}+3\vec{n}$　　C．$3\vec{m}+2\vec{n}$　　D．$2\vec{m}+3\vec{n}$

6.（2022·全国·高三专题练习）在等边$\triangle ABC$中，O为重心，D是OB的中点，则$\overrightarrow{AD}=$（　　）

A．$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$　　B．$\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$　　C．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　　D．$\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

7.（2022·河南）在$\triangle ABC$中，$\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$，$M$为$AD$的中点，$\overrightarrow{BM}=x\overrightarrow{BA}+y\overrightarrow{BC}$，则$x+y=$（　　）

A．$\frac{5}{6}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．1　　D．$\frac{2}{3}$

8.（2022·全国·高三专题练习）已知点P是$\triangle ABC$所在平面内一点，且$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\vec{0}$，则（　　）

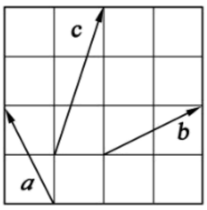
A．$\overrightarrow{PA}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$　　B．$\overrightarrow{PA}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

C．$\overrightarrow{PA}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}-\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$　　D．$\overrightarrow{PA}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}-\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

9.（2022·云南·一模（理））在$\triangle ABC$中，D是直线AB上的点.若$2\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{CB}+\lambda\overrightarrow{CA}$，记$\triangle ACB$的面积为$S_1$，$\triangle ACD$的面积为$S_2$，则$\frac{S_1}{S_2}=$（　　）

A．$\frac{\lambda}{6}$　　B．$\frac{\lambda}{2}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{2}{3}$

10.（2022·辽宁沈阳·二模）（多选）如图，在4×4方格中，向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$的始点和终点均为小正方形的顶点，则（　　）



A．$\vec{a}=\vec{b}$　　B．$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{c}|$

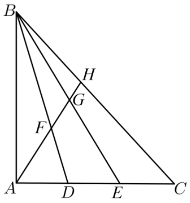
C．$\vec{a}\perp\vec{b}$　　D．$\vec{a}\cdot\vec{c}\neq\vec{b}\cdot\vec{c}$

11.（2022·广东·深圳市光明区高级中学模拟预测）（多选）在$\triangle ABC$中，D为BC中点，且$\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{ED}$，则（　　）

A．$\overrightarrow{CE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{6}\overrightarrow{CB}$　　B．$\overrightarrow{CE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$

C．$\overrightarrow{CE}\mathbin{/\!/}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}\right)$　　D．$\overrightarrow{CE}\perp\left(\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}\right)$

12．（2022·全国·模拟预测）（多选）如图，直角三角形ABC中，D，E是边AC上的两个三等分点，G是BE的中点，直线AG分别与BD， BC交于点F，H设$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}$，则（　　）



A．$\overrightarrow{AG}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$　B．$\overrightarrow{AF}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{6}\vec{b}$　C．$\overrightarrow{EG}=\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}$　D．$\overrightarrow{AH}=\frac{3}{5}\vec{a}+\frac{2}{5}\vec{b}$

13．（2022·全国·高三专题练习）在三角形ABC中，点D在边BC上，若$\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{AD}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}\left(\lambda,\mu\in\mathbf{R}\right)$，则$\lambda-\mu=$______.

14．（2022·全国·高三专题练习）在边长为4的等边$\triangle ABC$中，已知$\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$，点$P$在线段$CD$上，且$\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，则$\left|\overrightarrow{AP}\right|=$________.

15．（2022·浙江·模拟预测）在平行四边形$ABCD$中，$AB=2,\cos\angle BAD=\frac{1}{2}$，$E$、$F$是边$BC$，$CD$上的点，$BE=\frac{1}{2}BC$，$CF=\frac{2}{3}CD$，若$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BF}=8$，则平行四边形的面积为_________.

16．（2022·全国·高三专题练习）等腰直角$\triangle ABC$中，点P是斜边BC边上一点，若$\overrightarrow{AP}=\frac{4\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}+\frac{\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|}$，则$\triangle ABC$的面积为______

17．（2022·全国·高三专题练习）已知$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$，则$\Delta ABM$与$\Delta ABC$的面积之比为_______

题组四　数量积

1．（2022·上海市嘉定区第二中学模拟预测）在$\triangle ABC$中，$AB=AC=3$，$\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$．若$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=4$，则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$（　　）．

A．3　　B．-3　　C．2　　D．-2

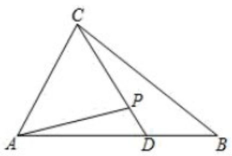
2．（2022·全国·高三专题练习）已知△ABC中，$\angle A=60^\circ$，AB=4，AC=6，且$\overrightarrow{CM}=2\overrightarrow{MB}$，$\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{NB}$，则$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{NM}=$（　　）

A．12　　B．14　　C．16　　D．18

3．（2022·全国·高三专题练习）已知菱形$ABCD$的边长为a，$\angle ABC=60^\circ$，则$\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{CD}=$（　　）

A．$-\frac{3}{2}a^2$　　B．$-\frac{3}{4}a^2$　　C．$\frac{3}{4}a^2$　　D．$\frac{3}{2}a^2$

4．（2022·全国·高三专题练习）如图，$\triangle ABC$中，$\angle BAC=\frac{\pi}{3}$，$\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DB}$，$P$为$CD$上一点，且满足$\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，若$AC$=3，$AB$=4，则$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{CD}$的值为（　　）



A．$\frac{12}{5}$　　B．$\frac{5}{12}$　　C．$\frac{13}{12}$　　D．$\frac{12}{13}$

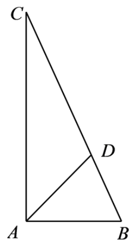
5．（2022·陕西·交大附中）已知在平行四边形$ABCD$中，$\overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{EC},\overrightarrow{BF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{FC},|\overrightarrow{AE}|=2,|\overrightarrow{AF}|=\sqrt{6}$，则$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DB}$值为__________．

6．（2022·湖南·湘潭一中高三阶段练习）已知等边$\triangle ABC$的边长为6，平面内一点P满足$\overrightarrow{CP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$，则$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=$____________．

7．（2022·天津·模拟预测）已知菱形$ABCD$的边长为4，E是BC的中点，则$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{ED}=$_______．

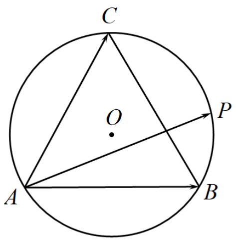
8．（2022·全国·高三专题练习）如图，$AB=1,AC=3,\angle A=90^\circ,\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{DB}$，则$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=$

____



题组五　取值范围

1．（2022·山东烟台·三模）如图，边长为 2 的等边三角形的外接圆为圆O，P为圆O上任一点，若$\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，则$2x+2y$的最大值为（　　）



A．$\frac{8}{3}$　　B．2　　C．$\frac{4}{3}$　　D．1

2．（2022·全国·高三专题练习）边长为 2 的正三角形ABC内一点M（包括边界）满足：$\overrightarrow{CM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}+\lambda\overrightarrow{CB}(\lambda\in R)$，则$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{BM}$的取值范围是（　　）

A．$\left[-\frac{4}{3},\frac{2}{3}\right]$　　B．$\left[-\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right]$　　C．$\left[-\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right]$　　D．$[-2,2]$

3．（2022·全国·高三专题练习）在△ABC中，M为边BC上任意一点，N为AM中点，且满足$\overrightarrow{AN}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，则$\lambda^2+\mu^2$的最小值为（　　）

A．$\frac{1}{16}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{8}$　　D．1

4．（2022·全国·高三专题练习）已知圆O的半径为 2，A为圆内一点，$OA=\frac{1}{2}$，B，C为圆O上任意两点，则$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}$的取值范围是（　　）

A. $\left[-\frac{1}{8},6\right]$　　B. $[-1,6]$　　C. $\left[-\frac{1}{8},10\right]$　　D. $[1,10]$

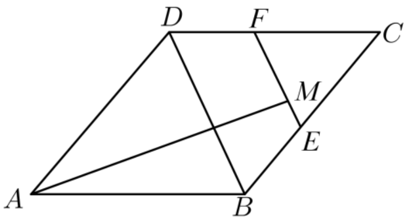
5.（2022·全国·高三专题练习）已知线段 AB 是圆 $C: x^2+y^2=4$ 的一条动弦，且 $|AB|=2\sqrt{3}$，若点 P 为直线 $x+y-4=0$ 上的任意一点，则 $\left|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}\right|$ 的最小值为（　　）

A. $2\sqrt{2}-1$　　B. $2\sqrt{2}+1$　　C. $4\sqrt{2}-2$　　D. $4\sqrt{2}+2$

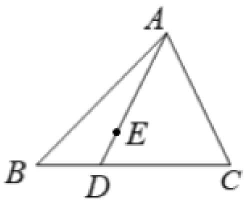
6（2022·全国·高三专题练习）在 ΔABC 中，$A=\frac{\pi}{3}$，$AB=2$，$AC=1$.D 是 BC 边上的动点，则 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}$ 的取值范围是（　　）

A. $[-3,0]$　　B. $\left[-\sqrt{3},0\right]$　　C. $[-1,2]$　　D. $\left[-1,\sqrt{3}\right]$

7.（2022·天津·高三专题练习）如图，在菱形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$\angle BAD=60^\circ$，E,F 分别为 BC,CD 上的点，$\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{EB},\overrightarrow{CF}=2\overrightarrow{FD}$，若线段 EF 上存在一点 M，使得 $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}(x\in R)$，则 $k=$_______，若点 N 为线段 BD 上一个动点，则 $\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{MN}$ 的取值范围为_______.



8.（2022·广东·金山中学高三阶段练习）如图，在$\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{BD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$，点 E 在线段 AD 上移动(不含端点)，若 $\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，则 $\frac{\lambda}{\mu}=$___________，$\lambda^2-\mu$ 的最小值为___________.

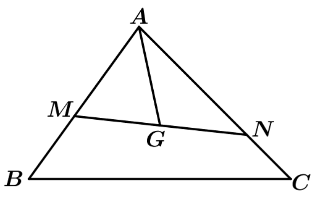


题组六　平面向量与其他知识的综合运用

1．（2022·全国·高三专题练习）若G是$\triangle ABC$的各边中线交点，a，b，c分别是角A，B，C的对边，若$\sqrt{3}a\overrightarrow{GA}+\sqrt{3}b\overrightarrow{GB}+c\overrightarrow{GC}=\vec{0}$，则角$A=$（　　）

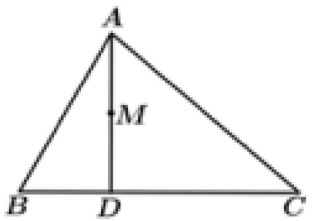
A．$90°$　　　　B．$60°$　　　　C．$45°$　　　　D．$30°$

2．（2022·全国·高三专题练习）如图所示，已知点G是$\triangle ABC$的重心，过点G作直线分别与AB，AC两边交于M，N两点（点N与点C不重合），设$\overrightarrow{AB}=x\overrightarrow{AM}$，$\overrightarrow{AC}=y\overrightarrow{AN}$，则$\frac{1}{x}+\frac{1}{y-1}$的最小值为（　　）



A．2　　B．$1+\sqrt{2}$　C．$\frac{3}{2}$　　D．$2+2\sqrt{2}$

3．（2022·江苏省木渎高级中学模拟预测）如图所示，$\triangle ABC$的面积为$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，其中$AB=2,\angle ABC=60°$，AD为BC边上的高，M为AD的中点，若$\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，则$\lambda+2\mu$的值为（　　）



A．$-\frac{2}{3}$　　　　B．$\frac{1}{2}$　　　　C．$\frac{2}{3}$　　　　D．$\frac{5}{3}$

4．（2022·江苏·南京师大附中模拟预测）在边长为2的等边$\triangle ABC$中，D为线段BC上的动点，$DE\perp AB$且交AB于点E，DF // AB且交AC于点F，则$\left|2\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{DF}\right|$的值为（　　）

A．1　　　　B．$\frac{3}{2}$　　　　C．2　　　　D．$\frac{5}{2}$

5（2022·全国·高三专题练习）在△ABC中，点D满足$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$，直线$AD$与$BC$交

于点E，则$\dfrac{|\overrightarrow{CE}|}{|\overrightarrow{CB}|}$的值为（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$\frac{1}{5}$

6．(2022·全国·高三专题练习)（多选）已知$\triangle ABC$是半径为2的圆O的内接三角形，则下列说法正确的是（　　）

A．若角$C=\dfrac{\pi}{3}$，则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=12$

B．若$2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\vec{0}$，则$|\overrightarrow{BC}|=4$

C．若$|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}|=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$，则$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$的夹角为$\dfrac{\pi}{3}$

D．若$(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA})\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AC}|^2$，则$AB$为圆$O$的一条直径

7．(2022·江苏·高三专题练习)（多选）若点O是线段BC外一点，点P是平面上任意一点，且$\overrightarrow{OP}=\lambda\overrightarrow{OB}+\mu\overrightarrow{OC}$ (λ，$\mu\in\mathbf{R}$)，则下列说法正确的有（　　）

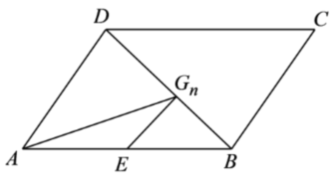
A．若$\lambda+\mu=1$且$\lambda>0$，则点P在线段BC的延长线上

B．若$\lambda+\mu=1$且$\lambda<0$，则点P在线段BC的延长线上

C．若$\lambda+\mu>1$，则点P在$\triangle OBC$外

D．若$\lambda+\mu<1$，则点P在$\triangle OBC$内

8．(2022·山西大附中三模（理）)如图，已知点E是平行四边形$ABCD$的边AB的中点，点$G_n(n\in\mathrm{N}^*)$在线段BD上，且满足$\overrightarrow{G_nD}=a_{n+1}\cdot\overrightarrow{G_nA}-2(2a_n+3)\cdot\overrightarrow{G_nE}$，其中数列$\{a_n\}$是首项为1的数列，则数列$\{a_n\}$的通项公式为____________



5.2 平面向量的数量积及坐标运算（精练）（基础版）

题组一　坐标运算

1.（2022·全国·高三专题练习）已知向量$\vec{a}=(3,4),\vec{b}=(1,0),\vec{c}=\vec{a}+t\vec{b}$，若$<\vec{a},\vec{c}>=<\vec{b},\vec{c}>$，则$t=$（　　）

A．-6　　B．-5　　C．5　　D．6

2.（2022·全国·高三专题练习）已知向量$\vec{a}=(2,1),\vec{b}=(-2,4)$，则$|\vec{a}-\vec{b}|$（　　）

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

3.（2022·全国·模拟预测）设向量$\vec{a}=(3,2)$，$\vec{b}=(m,-2)$，若$\vec{a}\cdot\vec{b}=m$，则$\vec{a}+\vec{b}=$（　　）

A．$(1,0)$　　B．$(2,0)$　　C．$(4,0)$　　D．$(5,0)$

4.（2022·云南师大附中模拟预测（理））已知向量$\vec{a}=(2t,2)$，$\vec{b}=(-t-2,-5)$，若向量$\vec{a}$与向量$\vec{a}+\vec{b}$的夹角为钝角，则t的取值范围为（　　）

A．$(-3,1)$　　B．$(-3,-1)\cup(-1,1)$

C．$(-1,3)$　　D．$\left(-1,\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2},3\right)$

5.（2022·全国·高三专题练习）已知O为坐标原点，$\overrightarrow{P_1P}=-2\overrightarrow{PP_2}$，若$P_1(1,2)$、$P_2(2,-1)$，则与$\overrightarrow{OP}$共线的单位向量为（　　）

A．$(3,-4)$　　B．$(3,-4)$或$(-3,4)$

C．$\left(\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)$或$\left(-\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$　　D．$\left(\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)$

6.（2022·湖北·华中师大一附中模拟预测）已知向量$\vec{a}=(m,3)$，$\vec{b}=(1,m)$，若$\vec{a}$与$\vec{b}$反向共线，则$|\vec{a}-\sqrt{3}\vec{b}|$的值为（　　）

A．0　　B．48　　C．$4\sqrt{3}$　　D．$3\sqrt{6}$

7.（2022·内蒙古·满洲里市教研培训中心三模（文））若$\vec{a}=(2,-\sqrt{3})$，$\vec{b}=(2\sin\frac{\pi}{6},2\cos\frac{\pi}{6})$，

下列正确的是（　　）

A．$\vec{b}//(\vec{a}-\vec{b})$　　B．$\vec{b}\perp(\vec{a}-\vec{b})$

C．$\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影是$-\frac{1}{2}$　　D．$(\vec{a}+\vec{b})\perp(\vec{a}-\vec{b})$

8．（2022·全国·高三专题练习）已知$\vec{a}=(1,-2)$，$\vec{b}=(1,\lambda)$，且$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角θ为锐角，则实数λ的取值范围是（　　）

A．$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$　B．$\left(-2,\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$　C．$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$　D．$(-\infty,-2)\cup\left(-2,\frac{1}{2}\right)$

9．（2022·河南安阳·模拟预测（文））已知向量$\vec{a}=(1,0)$，$\vec{b}=(-1,1)$，则以下与$\vec{a}+2\vec{b}$垂直的向量坐标为（　　）

A．$(1,2)$　B．$(2,1)$　C．$(1,-2)$　D．$(2,-1)$

10．（2022·广东惠州·高三阶段练习）已知向量$\vec{a}=\left(2\sqrt{3},2\right)$，向量$\vec{e}=\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.则向量$\vec{a}$在向量$\vec{e}$上的投影向量为（　　）

A．$\left(\sqrt{3},3\right)$　B．$\left(-\sqrt{3},1\right)$　C．$\left(1,\sqrt{3}\right)$　D．$\left(\frac{1}{4},\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

11．（2022·江西·赣州市第三中学）已知向量$\vec{a}=(1,0)$，$\vec{b}=(-1,\sqrt{3})$.若$\left\langle\vec{c},\vec{a}\right\rangle=\left\langle\vec{c},\vec{b}\right\rangle$，则$\vec{c}$可能是（　　）

A．$2\vec{a}-\vec{b}$　　B．$\vec{a}+\vec{b}$

C．$2\vec{a}+\vec{b}$　　D．$\sqrt{3}\vec{a}+\vec{b}$

12．（2022·安徽淮南·二模）已知公比为q的等比数列$\{a_n\}$中，$a_1a_2a_3=3,a_2a_3a_4=24$，平面向量$\vec{a}=(1,q)$，$\vec{b}=(2,3q)$，则下列$\vec{c}$与$2\vec{a}+\vec{b}$共线的是（　　）

A．$\vec{c}=(1,4)$　B．$\vec{c}=(1,5)$　C．$\vec{c}=(5,2)$　D．$\vec{c}=(2,5)$

13．（2022·全国·高三专题练习）若向量$\vec{a}=(2,3)$，$\vec{b}=(8,m)$，则（　　）

A．$\exists m\in Z,\vec{a}\perp\vec{b}$　　B．$\exists m\in Z,\vec{a}//\vec{b}$

C．$\forall m\in R,\vec{a}\cdot\vec{b}\neq m$　　　　D．$\exists m\in R,|\vec{a}|=|\vec{b}|$

14．(2022·全国·高三专题练习) 已知点 $A(-1,4),B(2,6),C(3,0)$，则满足 $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ 的 G 的坐标为______.

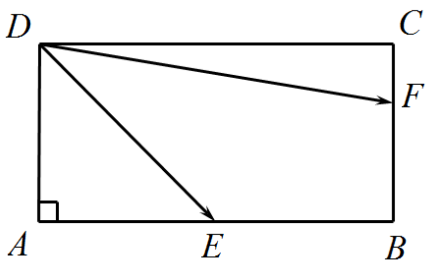
题组二　巧建坐标

1．(2022·全国·高三专题练习) 在矩形 $ABCD$ 中，$AB=3$，$AD=1$，若 $\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AE}$，则 $\overrightarrow{BD}$ 与 $\overrightarrow{CE}$ 的夹角为（　　）

A．30°　　B．45°　　C．60°　　D．135°

2．(2022·全国·高三专题练习) 在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$BC=1$，点 E 为边 AB 的中点，点 F 为边 BC 上的动点，则 $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DF}$ 的取值范围是（　　）

\



A．$[2,4]$　　B．$[2,3]$　　C．$[3,4]$　　D．$[1,4]$

3．(2022·山东·德州市教育科学研究院三模) 已知平面向量 $\vec{a}=(2,0)$，$\vec{b}=(0,1)$，且非零向量 $\vec{c}$ 满足 $(\vec{a}-2\vec{c})\perp(\vec{b}-\vec{c})$，则 $|\vec{c}|$ 的最大值是（　　）

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

4．(2022·重庆·二模) 已知平面内一正三角形 ABC 的外接圆半径为 4，在三角形 ABC 中心为圆心 $r\left(0<r\leq 1\right)$ 为半径的圆上有一个动 M，则 $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right|$ 最大值为（　　）

A．13　　B．$\sqrt{89}$　　C．$5\sqrt{11}$　　D．$\sqrt{11}+6$

5．(2022·全国·高三专题练习) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，若 $b=c=4$，$A=120^\circ$，且 D 是 BC 边上的动点(不含端点)，则 $\left(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}\right)\cdot\left(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}\right)$ 的取值范围是（　　）

A．$[-8,10)$　　B．$[-16,40)$　　C．$[-8,40)$　　D．$[-16,48)$

6.（2022·湖南·一模）在一个边长为 2 的等边三角形 ABC 中，若点 P 是平面 ABC (包括边界)中的任意一点，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PC}$ 的最小值是(　　)

A．$-\frac{5}{2}$　　B．$-\frac{4}{3}$　　C．-1　　D．$-\frac{3}{4}$

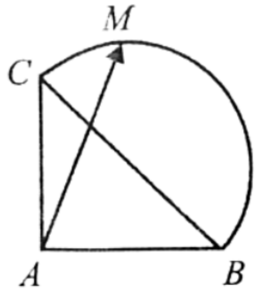
7.（2022·福建厦门·高三阶段练习）平面四边形 $ABCD$ 中，AB=1，AC=$\sqrt{3}$，$AC\perp AB$，$\angle ADC$=$\frac{2\pi}{3}$，则 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}$ 的最小值为（　　）

A．-$\sqrt{3}$　　B．-1　　C．-$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．-$\frac{1}{2}$

8.（2022·北京工业大学附属中学三模）已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $|\vec{b}|=2$，$\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $60°$，则当实数 λ 变化时，$|\vec{b}-\lambda\vec{a}|$ 的最小值为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．2　　C．$\sqrt{10}$　　D．$2\sqrt{3}$

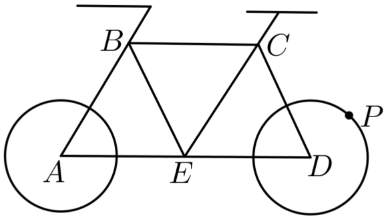
9.（2022·宁夏·银川一中一模（文））在直角 $\triangle ABC$ 中，$AB\perp AC$，$AB=AC=2$，以 BC 为直径的半圆上有一点 M（包括端点），若 $\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，则 $\lambda+\mu$ 的最大值为（　　）



A．4　　B．$\sqrt{3}$

C．2　　D．$\sqrt{2}$

10.（2022·全国·高三专题练习）骑行是目前很流行的一种绿色健身和环保出行方式，骑行属于全身性有氧活动、能有效地锻炼大脑、心脏等人体器官机能，它带给人们的不仅是简单的身体上的运动锻炼，更是心灵上的释放.如图是某一自行车的平面结构示意图，已知图中的圆 A（前轮），圆 D（后轮）的半径均为 $\sqrt{3}$，$\triangle ABE$，$\triangle BEC$，$\triangle ECD$ 均是边长为 4 的等边三角形.设点 P 为后轮上一点，则在骑行该自行车的过程中，$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BP}$ 的最小值为（　　）



A．$4\sqrt{3}$　　　　　　B．12　　　　　　C．$12\sqrt{3}$　　　　　　D．24

题组三 平面向量与其他知识的综合运用

1．（2022·全国·高三专题练习）在$\triangle ABC$中，若$\overrightarrow{AB}^2=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}$，则$\triangle ABC$的形状是（　　）

A．直角三角形

B．等腰三角形

C．等腰直角三角形

D．既非等腰三角形又非直角三角形

2．（2022·全国·高三专题练习）在$\triangle ABC$中，设$\overrightarrow{AC}^2-\overrightarrow{AB}^2=2\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BC}$，那么动点$M$的轨迹必通过$\triangle ABC$的（　　）

A．垂心　　　　　　B．内心　　　　　　C．外心　　　　　　D．重心

3（2022·湖南·长沙一中模拟预测）（多选）已知$\vec{a}=(\cos\alpha,\sin\alpha)$,$\vec{b}=(\cos\beta,\sin\beta)$,其中$\alpha,\beta\in[0,2\pi)$，则以下结论正确的是（　　）

A．若$\vec{a}//\vec{b}$，则$\alpha=\beta$

B．若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$|\alpha-\beta|=\frac{\pi}{2}$或$\frac{3\pi}{2}$

C．若$\vec{a}\cdot\vec{b}=-\frac{1}{2}$，则$|\vec{a}+\vec{b}|=1$

D．若$|\vec{a}-\vec{b}|=|\vec{a}|$，则$\vec{a}\cdot(\vec{a}+b)=\frac{3}{2}$

4．（2022·全国·高三专题练习）（多选）已知点O为平面直角坐标系原点，角α,β的终边分别与以O为圆心的单位圆交于A,B两点，若$\sin a>0,\beta$为第四象限角，且$\cos\beta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，则（　　）

A. $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\cos(\alpha+\beta)$

B. 当$|AB|=\sqrt{2}$时，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-1$

C. $|\overrightarrow{AB}|$最大值为2

D. 当$|\overrightarrow{AB}|=1$时，$\sqrt{3}\cos a-\sin a=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

5.（2022·江西赣州·高三期末（文））已知a，b，c分别为$\triangle ABC$的三个内角A，B，C的对边，$b=9$，且$ac\cos B=a^2-b^2+\dfrac{1}{3}bc$，$O$是$\triangle ABC$内一点，且满足为$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，$\angle BAO=45°$，则$|\overrightarrow{OA}|=$__________.

6.（2022·广东茂名·高三阶段练习）设$n\in\mathbf{N}^*$，$\vec{a}_1$，$\vec{a}_2$，…，$\vec{a}_n$是一组平面向量，记$\vec{s}_n=\vec{a}_1+\vec{a}_2+\cdots+\vec{a}_n$，若向量$\vec{a}_n=(4-n,1)$，且$\vec{a}_n\perp\vec{s}_n$，则$n=$________.

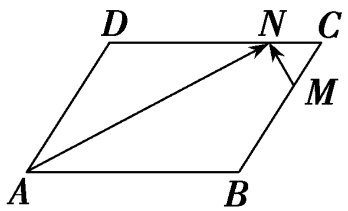
7.（2022·上海·高三专题练习）A、B是直线$y=x$上的两个动点，且$|AB|=2\sqrt{2}$，点$C(3+\sqrt{2}\cos\theta,-1+\sqrt{2}\sin\theta)$（其中$\theta\in[0,2\pi)$），则$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$的最小值等于__________.

8.（2022·河南安阳·）已知向量$\vec{a}=(-2\sqrt{2},4),\vec{b}=\left(1,\cos\dfrac{\theta}{2}\right)$，其中$\theta\in(0,\pi)$，若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$\sin\theta=$__________.

5.3 平面向量的应用（精练）（基础版）

题组一　证线段垂直

1．（2022·全国·高一课前预习）在平行四边形 $ABCD$ 中，M、N 分别在 BC、CD 上，且满足 $BC=3MC$，$DC=4NC$，若 $AB=4$，$AD=3$，则△AMN 的形状是(　　)



A．锐角三角形　　B．钝角三角形

C．直角三角形　　D．等腰三角形

2．（2022·新疆）在△ABC 中，若 $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|$，则△$ABC$ 的形状是（　　）

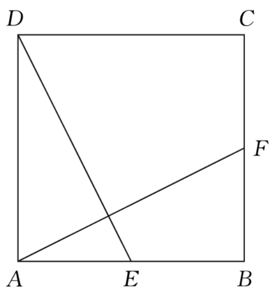
A．等腰三角形　　B．直角三角形　　C．等边三角形　　D．等腰直角三角形

3．（2021·浙江）在$\triangle ABC$ 中，若 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$，则$\triangle ABC$ 的形状为（　　）

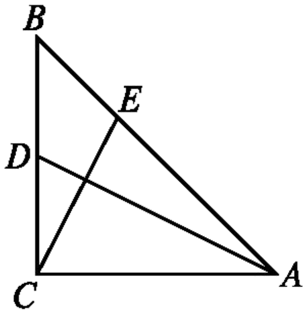
A．等边三角形　　B．等腰三角形

C．直角三角形　　D．等腰直角三角形

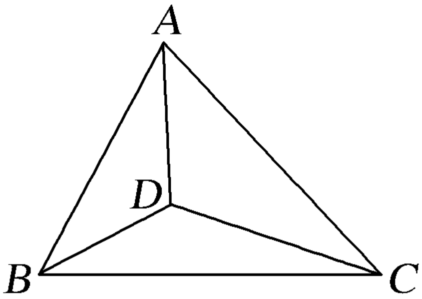
4．（2022·黑龙江）如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 a， E 是 AB 的中点，F 是 BC 的中点，求证：$DE\perp AF$.



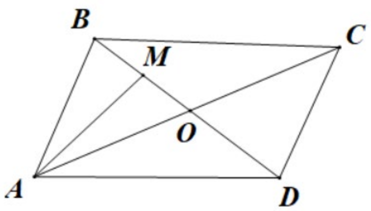
5．（2022·湖南）如图所示，在等腰直角三角形 ACB 中，$\angle ACB=90°$，$CA=CB$，D 为 BC 的中点，E 是 AB 上的一点，且 $AE=2EB$，求证：$AD\perp CE$.



6.（2022·浙江）如图所示，若 D 是$\triangle ABC$ 内的一点，且 AB^2-AC^2=DB^2-DC^2，求证：$AD\perp BC$.



7.（2022·浙江）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB=1$， $AD=2$， $\angle BAD=60^\circ$，BD，AC 相交于点 O，M 为 BO 中点．设向量 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$， $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$．



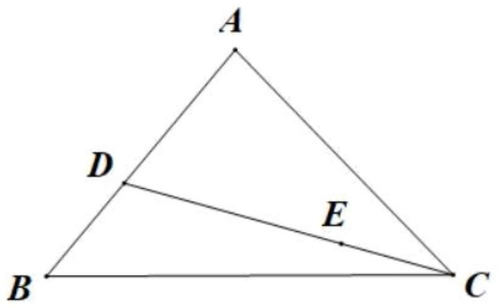
（1）求$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$的值；

（2）用$\vec{a}$，$\vec{b}$表示$\overrightarrow{BD}$和$\overrightarrow{AM}$；

（3）证明：$\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{BD}$．

题组二　夹角问题

1.（2022·云南）$\triangle ABC$ 中，若 $AB=AC=5$，$BC=6$，点 E 满足$\overrightarrow{CE}=\dfrac{2}{15}\overrightarrow{CA}+\dfrac{1}{5}\overrightarrow{CB}$，直线 CE 与直线 AB 相交于点 D，则 $\cos\angle ADE=$（　　）



A．$\frac{\sqrt{10}}{10}$　　B．$\frac{3\sqrt{10}}{10}$　　C．$-\frac{\sqrt{10}}{10}$　　D．$-\frac{3\sqrt{10}}{10}$

2．（2022·江西）已知菱形$ABCD$中，$AC=2\sqrt{2}$，$BD=2$，点E为CD上一点，且$CE=2ED$，则$\angle AEB$的余弦值为（　　）

A．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

3．（2022·江苏）（多选）已知向量$\vec{a}=(1,-2),\vec{b}=(\lambda,1)$，记向量$\vec{a},\vec{b}$的夹角为$\theta$，则（　　）

A．$\lambda>2$时θ为锐角　　B．$\lambda<2$时θ为钝角

C．$\lambda=2$时θ为直角　　D．$\lambda=-\frac{1}{2}$时θ为平角

4．（2023·全国·高三专题练习）已知$|\vec{a}|=\sqrt{2}$，$|\vec{b}|=1$，$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$45°$，若向量$(2\vec{a}-\lambda\vec{b})$与$(\lambda\vec{a}-3\vec{b})$的夹角是锐角，则实数入的取值范围是：______.

5．（2022·四川省平昌中学）已知$\vec{a}=(\lambda,-1),\vec{b}=(\lambda+2,3)$，且$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为钝角，则实数$\lambda$的范围_______

6．（2022·全国·期末）一扇中式实木仿古正方形花窗如图1所示，该窗有两个正方形，将这两个正方形（它们有共同的对称中心与对称轴）单独拿出来放置于同一平面，如图2所示．已知$AB=6$分米，$FG=3$分米，点P在正方形$ABCD$的四条边上运动，当$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AP}$取得最大值时，$\overrightarrow{AE}$与$\overrightarrow{AP}$夹角的余弦值为___________.

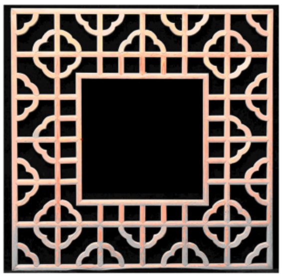


图1

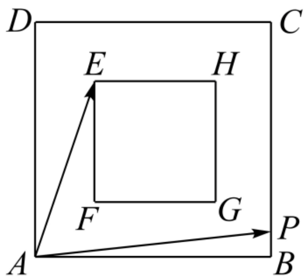
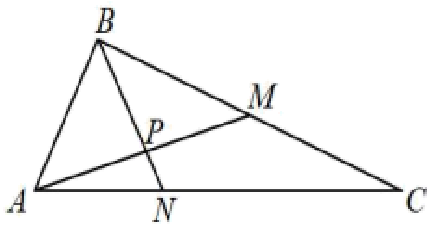


图2

7（2022·福建·厦门一中模拟预测）已知$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$均为单位向量，且$3\vec{a}+2\vec{b}-3\vec{c}=0$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$夹角的余弦值为______.

8.（2022·安徽·池州市第一中学）如图，在$\triangle ABC$中，已知$AB=2$，$AC=6$，$\angle BAC=60°$，$BC=2BM$，$AC=3AN$，线段AM，BN相交于点P，则$\angle MPN$的余弦值为___________.



9.（2021·湖南）已知平面四边形$ABCD$中，$AB\perp AD$，$BC\perp CD$，$AB=1$，$BC=\sqrt{3}$，$\angle ABC=150°$，则$\cos\angle CBD=$_______.

10.（2022·湖北）已知$\vec{a}=(1，2)$，$\vec{b}=(1，\lambda)$，分别确定实数λ的取值范围，使得：

（1）$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为直角；

（2）$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为钝角；

（3）$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为锐角.

11.（2022·全国·高三专题练习）已知△ABC的面积为S满足$\sqrt{3}\le 2S\le 3$，且$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=3$，$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{BC}$的夹角为$\theta$.求$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{BC}$夹角的取值范围______________.

题组三　线段长度

1.（2022·全国·高三专题练习）在平行四边形$ABCD$中，点E，F满足$\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{EC}$，$\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{AF}$，

且 $\overrightarrow{DF} \perp \overrightarrow{AE}$，设 $|\overrightarrow{AB}| = \lambda |\overrightarrow{AD}|$，则 $\lambda =$（　　）

A．$\frac{4}{3}$　　B．$\frac{3}{2}$　　C．2　　D．$2\sqrt{2}$

2．（2022·湖南）（多选）已知 E,F 分别是三棱锥 $P-ABC$ 的棱 PA，BC 的中点，$PC = AB = 6$．若异面直线 PC 与 AB 所成角的大小为 60°，则线段 EF 的长为（　　）

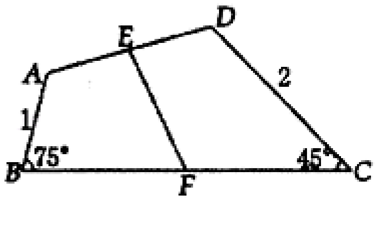
A．3　　B．6　　C．$6\sqrt{3}$　　D．$3\sqrt{3}$

3．（2022·全国·信阳高中）已知四边形 $ABCD$ 是矩形，$AB = 2AD$，$\overrightarrow{DF} = \lambda \overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{BE} = \mu \overrightarrow{BC}$，$\lambda + \mu = 1$，$AE \perp AF$，则 $\frac{EF}{AD} =$（　　）

A．$\frac{\sqrt{53}}{3}$　　B．$\frac{53}{9}$　　C．$\frac{\sqrt{65}}{3}$　　D．$\frac{65}{9}$

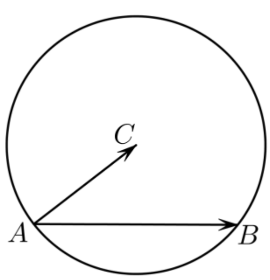
4．（2022·山东济宁）已知两点 E,F 分别是四边形 $ABCD$ 的边 AD,BC 的中点，且 $AB = 3$，$CD = 2$，$\angle ABC = 45°$，$\angle BCD = 75°$，则线段 EF 的长为是___________

5（2022·全国·高三专题练习）如图，E，F 分别是四边形 $ABCD$ 的边 AD，BC 的中点，$AB = 1$，$CD = 2$，$\angle ABC = 75°$，$\angle BCD = 45°$，则线段 EF 的长是___________.



6．（2021·上海市市西中学）空间四边形 $ABCD$ 中，E、F、G、H 分别是 AB、BC、CD、DA 边的中点，且 $AC = 2, BD = 6$，则 $EG^2 + FH^2 =$____________.

7．（2022·上海理工大学附属中学）如图，定圆 C 的半径为 3，A，B 为圆 C 上的两点，且 $|\overrightarrow{AC} + t\overrightarrow{AB}|$ 的最小值为 2，则 $|\overrightarrow{AB}| =$______.

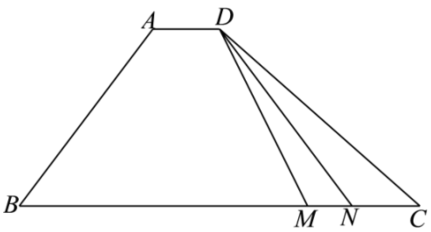


题组四　几何中的最值

1．（2022·河南南阳·高一期末）已知 D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上一点，且 $\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{BD}$， $AD=2$， $\tan\angle BAC=\sqrt{15}$，则 $AC+2AB$ 的最大值为（　　）

A．$\dfrac{12\sqrt{10}}{5}$　　B．$\dfrac{6\sqrt{10}}{5}$　　C．$\dfrac{12\sqrt{15}}{5}$　　D．$\dfrac{6\sqrt{15}}{5}$

2．（2022·湖南张家界）如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AD//BC$，$AD=\dfrac{3}{2}$，$BC=9$，$AB=5$，$\cos B=\dfrac{3}{5}$，若 M，N 是线段 BC 上的动点，且 $\left|\overrightarrow{MN}\right|=1$，则 $\overrightarrow{DM}\cdot\overrightarrow{DN}$ 的最小值为（　　）



A．$\dfrac{13}{4}$　　B．$\dfrac{13}{2}$　　C．$\dfrac{63}{4}$　　D．$\dfrac{35}{2}$

3．（2022·湖南）线段 AB 是圆 $O:x^2+y^2=9$ 的一条直径，直线 $x-2y+10=0$ 上有一动点 P，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的最小值为（　　）

A．9　　B．10　　C．11　　D．12

4．（2022·广东广州·）平面四边形 $PABC$ 中，$\angle APC=\dfrac{2\pi}{3}, AB=2, AC=2\sqrt{3}, AC\perp AB$，则 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}$ 最小值（　　）

A．-2　　B．-1　　C．$-2\sqrt{3}$　　D．$-\sqrt{3}$

5．（2022·浙江·镇海中学）已知平面向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$ 满足 $\left|2\vec{c}-\vec{a}\right|=\left|\vec{c}-2\vec{b}\right|=1$，则 $\vec{a}-4\vec{b}$ 与 $\vec{c}-2\vec{b}$ 所成夹角的最大值是（　　）

A．$\dfrac{\pi}{6}$　　B．$\dfrac{\pi}{3}$　　C．$\dfrac{2\pi}{3}$　　D．$\dfrac{5\pi}{6}$

6．（2022·湖南·周南中学）已知边长为 2 的菱形 $ABCD$ 中，点 F 为 BD 上一动点，点 E 满足

$\overrightarrow{BE}=2\overrightarrow{EC}$，$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BD}=-\frac{2}{3}$，则$\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{BE}$的最小值为（　　）

A．0　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{4}{3}$　　D．2

7．（2022·浙江丽水）已知平面向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$，若$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{2}$，$|\vec{c}-2(\vec{a}+\vec{b})|=|\vec{a}-\vec{b}|$，则$\left|\vec{c}-\lambda\vec{b}\right|(\lambda\in\mathbf{R})$的最小值是（　　）

A．$\sqrt{2}-1$　　B．$\sqrt{3}-1$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{3}+1$

8．（2022·河南）已知点P是圆：$x^2+y^2=4$上的动点，点A,B,C是以坐标原点为圆心的单位圆上的动点，且$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=0$，则$|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}|$的最大值为（　　）

A．5　　B．6　　C．7　　D．8

题组五　三角的四心

1．（2022·湖北武汉）在三棱锥$S-ABC$中.作$SO\perp$平面ABC，垂足为O.

①若三条侧棱SA、SB SC与底面ABC所成的角相等，则O是$\triangle ABC$的（　　）心；

②若三个侧面SAB、SBC SCA与底面ABC所成的二面角相等，则O是$\triangle ABC$的（　　）心：

③若三组对棱SA与BC,SB与CA,SC与AB中有两组互相垂直，则O是$\triangle ABC$的（　　）心

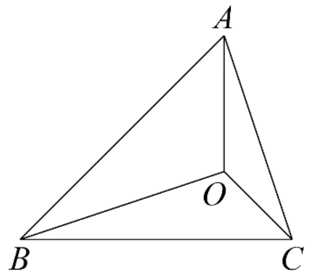
以上三个空依次填（　　）

A．外，垂，内　　B．内，外，垂　　C．垂，内，外　　D．外，内，垂

2．（2022·全国·专题练习）若O在△ABC所在的平面内，a，b，c是△ABC的三边，满足以下条件$a\cdot\overrightarrow{OA}+b\cdot\overrightarrow{OB}+c\cdot\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，则$O$是△$ABC$的（　　）

A．垂心　　B．重心　　C．内心　　D．外心

3．（2022·重庆市长寿中学校）奔驰定理：已知O是$\triangle ABC$内的一点，若$\triangle BOC$、△AOC、$\triangle AOB$的面积分别记为S_1、S_2、S_3，则$S_1\cdot\overrightarrow{OA}+S_2\cdot\overrightarrow{OB}+S_3\cdot\overrightarrow{OC}=\vec{0}$．“奔驰定理”是平面向量中一个非常优美的结论，这个定理对应的图形与“奔驰”轿车的logo很相似，故形象地称其为“奔驰定理”.如图，已知O是$\triangle ABC$的垂心，且$\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}+4\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，则$\cos B=$(　　)



A．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

4．（2022·重庆市实验中学）在平面上有$\triangle ABC$及内一点O满足关系式：$S_{\triangle OBC}\cdot\overrightarrow{OA}+S_{\triangle OAC}\cdot\overrightarrow{OB}+S_{\triangle OAB}\cdot\overrightarrow{OC}=\vec{0}$即称为经典的“奔驰定理”，若$\triangle ABC$的三边为$a$，$b$，$c$，现有$a\cdot\overrightarrow{OA}+b\cdot\overrightarrow{OB}+c\cdot\overrightarrow{OC}=\vec{0}$则$O$为$\triangle ABC$的（　　）

A．外心　　B．内心　　C．重心　　D．垂心

5．（2022·浙江省杭州第二中学）在$\triangle ABC$中，$A=\frac{\pi}{3}$，G为$\triangle ABC$的重心，若$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{AC}=6$，则$\triangle ABC$外接圆的半径为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$\frac{4\sqrt{3}}{3}$　　C．2　　D．$2\sqrt{3}$

6（2022·四川达州）在$\triangle ABC$中，G为重心，$AC=2\sqrt{3}$，$BG=2$，则$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=$__________.

题组六　三角形的面积

1．（2022·河南·新密市第一高级中学）若点M是$\triangle ABC$所在平面内的一点，且满足$3\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\vec{0}$，则$\triangle ABM$与$\triangle ABC$的面积之比为（　　）

A．1∶2　　B．1∶3　　C．1∶4　　D．2∶5

2．（2022·江西宜春）已知$S_{\triangle ABC}=3$，点M是$\triangle ABC$内一点且$\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{CM}$，则$\triangle MBC$的面积为（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{3}{4}$　　D．$\frac{1}{2}$

3（2022·广东·东莞市东华高级中学）已知D是$\triangle ABC$内部（不含边界）一点，若$S_{\triangle ABD}:S_{\triangle BCD}:S_{\triangle CAD}=5:4:3$，$\overrightarrow{AD}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，则$x+y=$（　　）

A．$\frac{2}{3}$ B．$\frac{3}{4}$ C．$\frac{7}{12}$ D．1

4．（2021·安徽·合肥一中）点 P 是菱形 $ABCD$ 内部一点，若 $2\overrightarrow{PA}+3\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\vec{0}$，则 $ABCD$ 的面积与 $\triangle PBC$ 的面积的比值是（　　）

A．6 B．8 C．12 D．15

5．（2022·河北）设点 O 在 $\triangle ABC$ 的内部，且 $\overrightarrow{AB}=4\overrightarrow{OB}+5\overrightarrow{OC}$，则的面积 $S_{\triangle OAB}$ 与 $S_{\triangle OBC}$ 的面积之比是__________

6．（2022·福建）点 M 在 $\triangle ABC$ 内部，满足 $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}=\vec{0}$，则 $S_{\triangle MAC}:S_{\triangle MAB}=$ __________.

7．（2022·全国·专题练习）设 D、P 为 $\triangle ABC$ 内的两点，且满足 $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{5}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$，$\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AD}+\frac{1}{10}\overrightarrow{BC}$，则 $\frac{S_{\triangle APD}}{S_{\triangle ABC}}=$ __.

8．（2022·全国·高三专题练习）已知四边形 $ABCD$ 的面积为2022，E 为 AD 边上一点，$\triangle ABE$，$\triangle BCE$，$\triangle CDE$ 的重心分别为 G_1，G_2，G_3，那么 $\triangle G_1G_2G_3$ 的面积为__________.

9．（2022·福建厦门）点 P 为 $\triangle ABC$ 内一点，$\overrightarrow{PA}+3\overrightarrow{PB}+4\overrightarrow{PC}=\vec{0}$，则 $\triangle APB,\triangle APC,\triangle BPC$ 的面积之比是_____.

10．（2022·江苏）设 O 为 $\triangle ABC$ 内一点，且满足关系式 $\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}+3\overrightarrow{OC}=3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$，则 $S_{\triangle BOC}:S_{\triangle AOB}:S_{\triangle COA}=$ __.