

(新教材) 2021-2022 学年上学期高二

第一次月考备考金卷

数 学 (A)

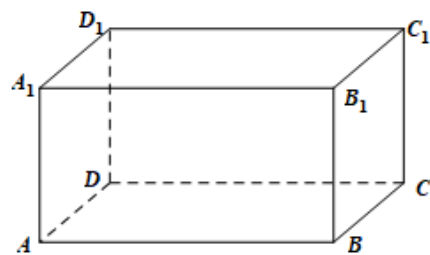
注意事项:

1. 答题前, 先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上, 并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答: 用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后, 请将本试题卷和答题卡一并上交。

第 I 卷

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知空间向量 $\mathbf{a} = (-3, 2, 5)$, $\mathbf{b} = (1, x, -1)$, 且 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 垂直, 则 x 等于 ()
A. 4 B. 1 C. 3 D. 2
2. 设点 $A(4, 2, -1)$, $O(0, 0, 0)$, $M(1, -1, 2)$, 若 $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$, 则点 B 的坐标为 ()
A. $(-1, 3, -3)$ B. $(1, -3, 3)$
C. $(5, 1, 1)$ D. $(-5, -1, -1)$
3. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 下列各式运算结果为 $\overrightarrow{AC_1}$ 的有 ()



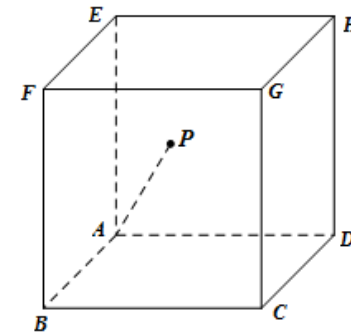
- ① $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{CC_1}$; ② $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{DD_1}$; ③ $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{CC_1}$;
④ $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{DD_1}$; ⑤ $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1}) + \overrightarrow{A_1D_1}$; ⑥ $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AA_1}$.

- A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

4. 如图, $ABCD-EFGH$ 是棱长为 1 的正方体, 若 P 在正方体内部且满足

$$\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AE},$$

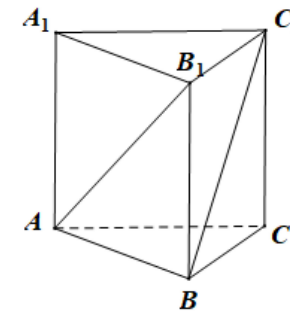
则 P 到 AB 的距离为 ()



- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{3}{5}$

5. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CA = CC_1 = 2CB$, 则直线 BC_1 与 AB_1

直线夹角的余弦值为 ()



- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

6. 已知平面 α 内两向量 $\mathbf{a} = (1, 1, 1)$, $\mathbf{b} = (0, 2, -1)$, 若 \mathbf{c} 为平面 α 的法向量且

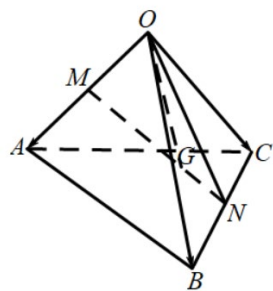
$$\mathbf{c} = m\mathbf{a} + n\mathbf{b} + (4, -4, 1),$$

则 m , n 的值分别为 ()

- A. $-1, 2$ B. $1, -2$ C. $1, 2$ D. $-1, -2$

7. 如图, 已知空间四边形 $OABC$, 其对角线为 OB , AC , M , N 分别是对边 OA , BC 的中点, 点 G 在线段 MN 上, 且分 MN 所成的定比为 2, 现用基向量 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 表示

向量 \overrightarrow{OG} , 设 $\overrightarrow{OG} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} + z\overrightarrow{OC}$, 则 x , y , z 的值分别为 ()



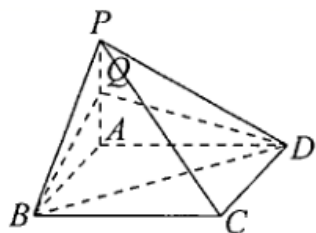
A. $x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{3}, z = \frac{1}{3}$

B. $x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{3}, z = \frac{1}{6}$

C. $x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{6}, z = \frac{1}{3}$

D. $x = \frac{1}{6}, y = \frac{1}{3}, z = \frac{1}{3}$

8. 如图, 点 P 为矩形 $ABCD$ 所在平面外一点, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, Q 为 AP 的中点, $AB = 3$, $BC = 4$, $PA = 2$, 则点 P 到平面 BQD 的距离为 ()



A. $\frac{5}{13}$

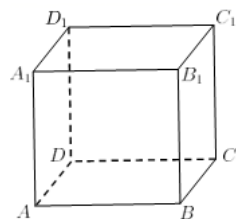
B. $\frac{12}{13}$

C. $\frac{13}{5}$

D. $\frac{13}{12}$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 设 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$, $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 构成空间的一个基底, 则下列向量不共面的是 ()



A. $\mathbf{a}, \mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{c}$

B. $\mathbf{a}, \mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} - \mathbf{b}$

C. $\mathbf{c}, \mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} - \mathbf{b}$

D. $\mathbf{c}, \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}, \mathbf{a} + \mathbf{b}$

10. 直线 l 的方向向量为 \mathbf{a} , 两个平面 α, β 的法向量分别为 \mathbf{n}, \mathbf{m} , 则下列命题为真命题的是 ()

A. 若 $\mathbf{a} \perp \mathbf{n}$, 则直线 $l \parallel$ 平面 α

B. 若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{n}$, 则直线 $l \perp$ 平面 α

C. 若 $\cos \langle \mathbf{a}, \mathbf{n} \rangle = \frac{1}{2}$, 则直线 l 与平面 α 所成角的大小为 $\frac{\pi}{6}$

D. 若 $\cos \langle \mathbf{m}, \mathbf{n} \rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则平面 α, β 所成角的大小为 $\frac{\pi}{6}$

11. 以下命题正确的是 ()

A. 若 \mathbf{p} 是平面 α 的一个法向量, 直线 b 上有不同的两点 A, B , 则 $b \parallel \alpha$ 的充要条件是 $\mathbf{p} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$

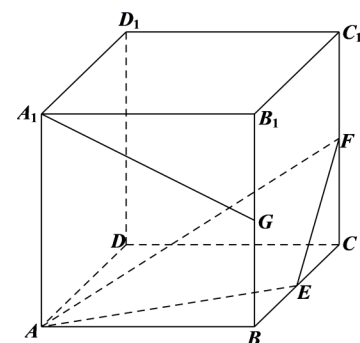
B. 已知 A, B, C 三点不共线, 对于空间任意一点 O , 若 $\overrightarrow{OP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{5}\overrightarrow{OB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{OC}$,

则 P, A, B, C 四点共面

C. 已知 $\mathbf{a} = (-1, 1, 2)$, $\mathbf{b} = (0, 2, 3)$, 若 $\frac{25}{\lambda} - \frac{4}{6 - \lambda} = 1$ 与 $2\mathbf{a} - \mathbf{b}$ 垂直, 则 $k = -\frac{3}{4}$

D. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别为 $A(-1, 1, 2)$, $B(4, 1, 4)$, $C(3, -2, 2)$, 则 AC 边上的高 BD 的长为 $\sqrt{13}$

12. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, G 分别为 BC, CC_1, BB_1 的中点, 则 ()



A. $D_1D \perp AF$

B. $A_1G \parallel$ 平面 AEF

C. $\overrightarrow{A_1C} \cdot (\overrightarrow{A_1B_1} - \overrightarrow{A_1A}) = 0$

D. 向量 $\overrightarrow{A_1B}$ 与向量 $\overrightarrow{AD_1}$ 的夹角是 60°

第 II 卷

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分.

13. 已知空间直角坐标系中, 点 $A(-1,1,2)$, $B(-3,0,4)$, 若 $|c|=6$, $c \parallel \overrightarrow{AB}$, 则 $c =$ _____.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $A(1,-2,-1)$, $B(0,-3,1)$, $C(2,-2,1)$. 若向量 n 与平面 ABC 垂直, 且 $|n|=\sqrt{21}$, 则 n 的坐标为 _____.

15. 已知空间向量 a, b, c 满足 $a+b+c=0$, $|a|=3, |b|=1, |c|=4$, 则 $a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a$ 的值为 _____.

16. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, Q 是棱 BB_1 的中点, 点 P 在侧面 BCC_1B_1 (包含边界).

(1) 若点 P 与点 Q 重合, 则点 P 到平面 ACC_1A_1 的距离是 _____;

(2) 若 $A_1P \perp DQ$, 则线段 CP 长度的取值范围是 _____.

四、解答题: 本大题共 6 个大题, 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 已知 $a=(1,4,-2)$, $b=(-2,2,4)$.

(1) 若 $c=\frac{1}{2}b$, 求 $\cos\langle a, c \rangle$ 的值;

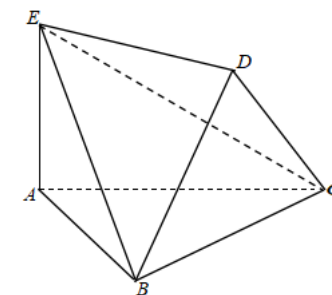
(2) 若 $(ka+b) \parallel (a-3b)$, 求实数 k 的值;

(3) 若 $(ka+b) \perp (a-3b)$, 求实数 k 的值.

18. (12 分) 如图, 在多面体 $ABCDE$ 中, $AE \perp$ 平面 ABC , 点 D 到平面 ABC 的距离为 2, $\triangle ABC$ 是正三角形, $BD=CD=\sqrt{5}$, $AE=AB=2$.

(1) 证明: $BC \perp DE$;

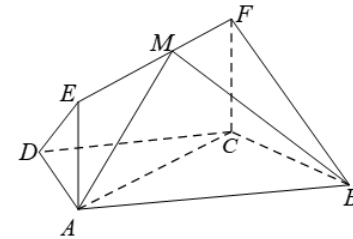
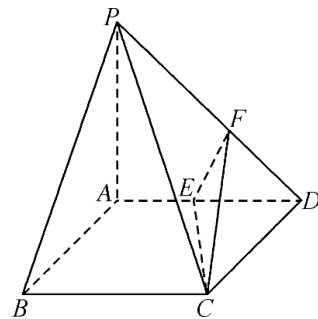
(2) 求直线 CE 与平面 BED 所成角的正弦值.



19. (12 分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是菱形, $\angle BCD=120^\circ$, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $PA=AD=2$, E 是 AD 的中点, F 为 PD 上一点, 且 $PB \parallel$ 平面 CEF .

(1) 求 PF ;

(2) 求平面 PAB 与平面 CEF 所成角的正弦值.



(1) 求证: $EF \perp$ 平面 BCF ;

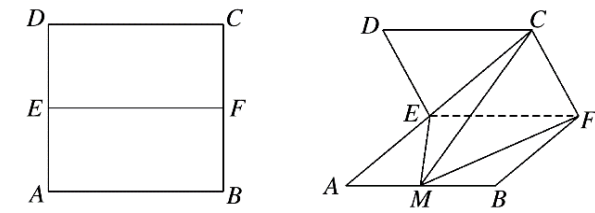
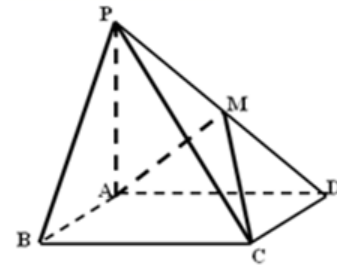
(2) 若 M 为线段 EF 上一点, 且 $FM = \lambda EF$, 是否存在实数 λ , 使平面 MAB 与平面 ABC 所成锐二面角为 $\frac{\pi}{3}$? 若存在, 求出实数 λ ; 若不存在, 请说明理由.

20. (12 分) 如图所示, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle DAB = 60^\circ$, $AE \parallel CF$, $AE = CF$, $CF \perp$ 平面 $ABCD$, $DC = BC = AD = CF = 1$.

21. (12 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是矩形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $PA = AD = 4$, $AB = 2$, M 是 PD 中点.

(1) 求直线 AD 与平面 ACM 的夹角余弦值;

- (2) 求平面 ACD 和平面 ACM 的夹角的余弦值；
 (3) 求点 P 到平面 ACM 的距离.



- (1) 若 M 为 AB 的中点，且直线 MF 与由 A, D, E 三点所确定平面的交点为 O ，试确定点 O 的位置，并证明直线 $OD \parallel$ 平面 EMC ；
 (2) 是否存在点 M ，使得直线 DE 与平面 EMC 所成的角为 60° ；若存在，求此时二面角 $M-EC-F$ 的余弦值；若不存在，说明理由.

22. (12 分) 已知正方形的边长为 4, E, F 分别为 AD, BC 的中点, 以 EF 为棱将正方形 $ABCD$ 折成如图所示的 60° 的二面角, 点 M 在线段 AB 上.