第 30 讲　平面向量的概念及线性运算

学校:__________姓名：__________班级：__________考号：__________

【基础巩固】

1.给出下列说法:

①两个有共同起点的相等向量,其终点必相同;

②两个有共同终点的向量,一定是共线向量;

③非零向量$\overrightarrow{AB}$与非零向量$\overrightarrow{CD}$是共线向量,则点 A,B,C,D 必在同一条直线上;

④有向线段就是向量,向量就是有向线段.

其中错误说法的个数是　(　)

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

2.下列各式不能化简为$\overrightarrow{PQ}$的是　(　)

A.$\overrightarrow{AB}+(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{BQ})$

B.$(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{PC})+(\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{QC})$

C.$\overrightarrow{QC}-\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{CQ}$

D.$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BQ}$

3.在△ABC 中,D 是 AB 边上的中点,则$\overrightarrow{CB}$=(　)

A.$2\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CA}$　　B.$\overrightarrow{CD}-2\overrightarrow{CA}$

C.$2\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CA}$　　D.$\overrightarrow{CD}+2\overrightarrow{CA}$

4.在四边形 $ABCD$ 中,$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{BC}=-4\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{CD}=-5\boldsymbol{a}-5\boldsymbol{b}$,则四边形 $ABCD$ 的形状是　(　)

A.矩形　　B.平行四边形

C.梯形　　D.以上都不对

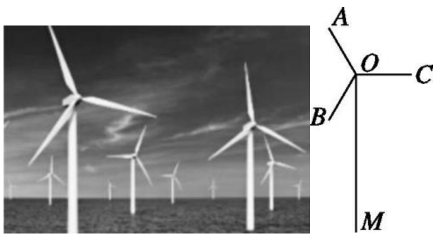
5.已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不共线,且$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{BC}=-5\boldsymbol{a}+6\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{CD}=7\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$,则一定共线的三点是(　)

A.A,B,D　　B.A,B,C　　C.B,C,D　　D.A,C,D

6. 在△ABC 中,$\overrightarrow{AE}=\frac{3}{10}\cdot(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$,$D$ 为 BC 边的中点,则　(　)

A.$3\overrightarrow{AE}=7\overrightarrow{ED}$　　B.$7\overrightarrow{AE}=3\overrightarrow{ED}$　　C.$2\overrightarrow{AE}=3\overrightarrow{ED}$　　D.$3\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{ED}$

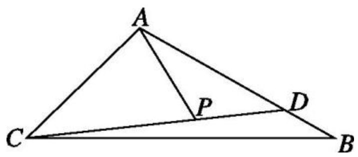
7.2020 年 10 月 27 日,在距离长江口南支航道 0.7 海里的风机塔上,东海航海保障中心上海航标处顺利完成临港海上风电场 AIS(船舶自动识别系统)基站的新建工作,该基站也是我国首个海上风机塔 AIS 基站.已知风机的每个转子叶片的长度为 20 米,每两个叶片之间的夹角相同,风机塔(杆)的长度为 60 米,叶片随风转动,假设叶片与风机塔在同一平面内,如图所示,则$|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OM}|$的最小值为　(　)



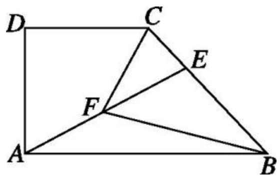
A.40　　B.$20\sqrt{7}$　　C.$20\sqrt{10}$　　D.80

8.如图,在△ABC 中,$\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{DB}$,$P$ 为 CD 上一点,且$\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$,则 m 的值为　(　)

A.$\frac{1}{2}$　　B.$\frac{1}{3}$　　C.$\frac{1}{4}$　　D.$\frac{1}{5}$



9.(多选)如图,在四边形 $ABCD$ 中,AB // CD,$AB\perp AD$,$AB=2AD=2DC$,E 为 BC 边上一点,且$\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{EC}$,$F$ 为线段 AE 的中点,则下列结论正确的是 (　)



A.$\overrightarrow{BC}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

B.$\overrightarrow{AF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

C.$\overrightarrow{BF}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

D.$\overrightarrow{CF}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$

10.(多选)设点 M 是△ABC 所在平面内一点,则下列说法正确的是 (　)

A.若$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$,则点 M 是边 BC 的中点

B.若$\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$,则点 M 在边 BC 的延长线上

C.若$\overrightarrow{AM}=-\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{CM}$,则点 M 是△ABC 的重心

D.若 $2\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}$,则△$MBC$ 的面积是△ABC 面积的$\frac{1}{2}$

11.已知向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的方向相反,$|\boldsymbol{a}|=1$,$|\boldsymbol{b}|=2$,则$|\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|$=________.

12.已知△ABC 所在的平面上有一点 D 满足$\overrightarrow{AD}=\frac{3\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{4}$,且$\overrightarrow{BD}=\lambda\overrightarrow{CD}(\lambda\in \mathrm{R})$,则 λ=________.

13.点 M 在△ABC 的内部,且满足 $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}=\mathbf{0}$,则 $S_{\triangle MAC}∶S_{\triangle MAB}$=________.

14.已知两个非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 不共线,$\overrightarrow{OA}=2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{OC}=k\boldsymbol{a}+12\boldsymbol{b}$.

(1)若 $2\overrightarrow{OA}-3\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\mathbf{0}$,求 k 的值;

(2)若 A,B,C 三点共线,求 k 的值.

15.已知点 G 是△ABO 的重心,M 是 AB 边的中点.

(1)求$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GO}$;

(2)若 PQ 过△ABO 的重心 G,且$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{OP}=m\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OQ}=n\boldsymbol{b}$,求证:$\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=3$.

【素养提升】

1.已知 P 为△ABC 所在平面内一点,$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=0$,$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{PB}|=|\overrightarrow{PC}|=2$,则△$ABC$ 的面积为 ( )

A.$\sqrt{3}$　　B.$2\sqrt{3}$　　C.$3\sqrt{3}$　　D.$4\sqrt{3}$

2.在矩形 $ABCD$ 中,$AB=3$,$AD=4$,P 为矩形 $ABCD$ 所在平面上一点,且 $PB\perp PD$,则$|\overrightarrow{PA}|$的最大值是________,$|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC}|=$________.

第 31 讲　平面向量基本定理及坐标表示

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

【基础巩固】

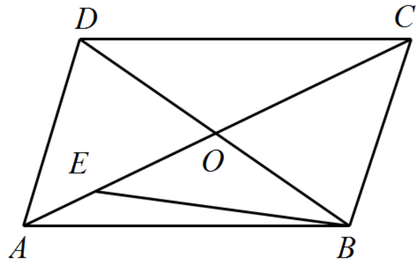
1．已知向量$\vec{a}=(2,1),\vec{b}=(-2,4)$，则$|\vec{a}-\vec{b}|$（　　）

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

2．若$\vec{a}=(2,1)$，$\vec{b}=(-1,1)$，$(2\vec{a}+\vec{b})//(\vec{a}+m\vec{b})$，则$m$的值为（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．2　　C．-2　　D．$-\frac{1}{2}$

3．如图，在平行四边形$ABCD$中，对角线AC与BD交于点O，且$\overrightarrow{EO}=2\overrightarrow{AE}$，则$\overrightarrow{EB}=$（　　）



A．$\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}-\frac{5}{6}\overrightarrow{AD}$　　B．$\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{5}{6}\overrightarrow{AD}$　　C．$\frac{5}{6}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$　　D．$\frac{5}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$

4．在平行四边形$ABCD$中，设$\overrightarrow{CB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{CD}=\vec{b}$，$E$为$AD$的中点，$CE$与$BD$交于$F$，则$\overrightarrow{AF}=$（　　）

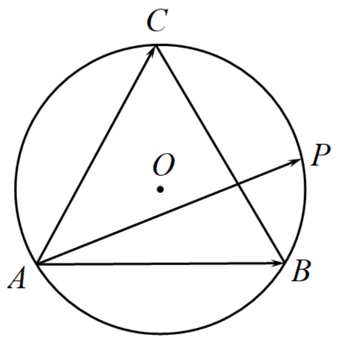
A．$-\frac{\vec{a}+2\vec{b}}{3}$　　B．$-\frac{2\vec{a}+\vec{b}}{3}$　　C．$-\frac{\vec{a}-2\vec{b}}{3}$　　D．$-\frac{2\vec{a}-\vec{b}}{3}$

5．已知O为坐标原点，$\overrightarrow{P_1P}=-2\overrightarrow{PP_2}$，若$P_1(1,2)$、$P_2(2,-1)$，则与$\overrightarrow{OP}$共线的单位向量为（　　）

A．$(3,-4)$　　B．$(3,-4)$或$(-3,4)$

C．$\left(\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)$或$\left(-\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$　　D．$\left(\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)$

6．如图，边长为 2 的等边三角形的外接圆为圆O，P为圆O上任一点，若$\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，则$2x+2y$的最大值为（　　）



A．$\frac{8}{3}$　　B．2　　C．$\frac{4}{3}$　　D．1

7．已知在$\triangle ABC$中，$\overrightarrow{AD}=-3\overrightarrow{BD}$，$\overrightarrow{CD}=\lambda\overrightarrow{CE}$，$\overrightarrow{AE}=\mu\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$，则$\mu=$（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{3}{4}$　　D．1

8．在平行四边形$ABCD$中，点E、F分别满足$\overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{EC}$，$\overrightarrow{BF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{FD}$，若$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，则$\overrightarrow{EF}=$（　　）

A．$\frac{5}{12}\vec{a}-\frac{3}{4}\vec{b}$　　B．$\frac{11}{12}\vec{a}-\frac{5}{4}\vec{b}$　　C．$\frac{13}{12}\vec{a}-\frac{3}{4}\vec{b}$　　D．$\frac{19}{12}\vec{a}-\frac{5}{4}\vec{b}$

9．（多选）已知向量$\vec{m}=(\cos\alpha,\sin\alpha),\vec{n}=(\cos\beta,\sin\beta)(\alpha,\beta\in[0,2\pi),\alpha>\beta)$，且$\vec{m}+\vec{n}=(0,1)$，则下列说法正确的是（　　）

A．$\vec{m}^2+\vec{n}^2=1$　　B．$\cos(\alpha-\beta)=-\frac{1}{2}$　　C．$|\vec{m}-\vec{n}|$的值为2　　D．$\sin(\alpha+\beta)=0$

10．（多选）已知向量$\vec{a}=(-1,2)$，$\vec{b}=(m,m-2)$，其中$m\in\mathbf{R}$，下列说法正确的是（　　）

A．若$\vec{a}//\vec{b}$，则$m=\frac{2}{3}$　　B．若$(\vec{a}+\vec{b})\perp(\vec{a}-\vec{b})$，则$|\vec{b}|=\sqrt{5}$

C．若$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为钝角，则$m<4$　　D．若$m=2$，向量$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影为-1

12．设向量$\vec{a}=(x,2-x)$，$\vec{b}=(-1,2)$，若$\vec{a}//\vec{b}$，则$x=$__________.

14．在边长为4的等边$\triangle ABC$中，已知$\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$，点$P$在线段$CD$上，且$\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，则$|\overrightarrow{AP}|=$________.

15．已知正三角形ABC的边长为2，D是边BC的中点，动点P满足$|\overrightarrow{PD}|\le 1$，且$\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，其中$x+y\ge 1$，则$2x+y$的最大值为___________.

16．平面内给定两个向量 $\vec{a}=(3,1)$，$\vec{b}=(-1,2)$.

(1)求 $|3\vec{a}+2\vec{b}|$；

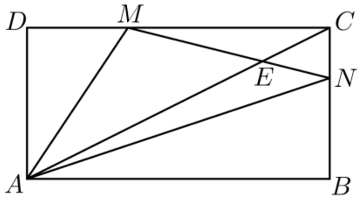
(2)若 $(\vec{a}+k\vec{b})//(2\vec{a}-\vec{b})$，求实数 k 的值.

17．已知 $A(1,3)$，$B(2,-2)$，$C(4,1)$.

(1)若 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$，求 D 点的坐标；

(2)设向量 $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$，$\vec{b}=\overrightarrow{BC}$，若 $k\vec{a}-\vec{b}$ 与 $\vec{a}+3\vec{b}$ 平行，求实数 k 的值.

18．如图所示，已知矩形 $ABCD$ 中，$AB=2,AD=1,\overrightarrow{DM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DC},\overrightarrow{BN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$，$AC$ 与 MN 相交于点 E.



(1)若 $\overrightarrow{MN}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$，求 λ 和 μ 的值；

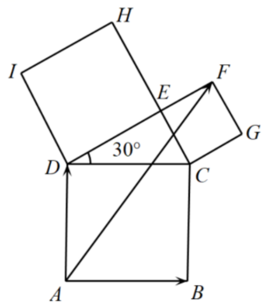
(2)用向量 $\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AN}$ 表示 $\overrightarrow{AE}$.

【素养提升】

1．在$\triangle ABC$中，$AB=1$，$AC=2$，$\angle BAC=60^\circ$，P是$\triangle ABC$的外接圆上的一点，若$\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}$，则$m+n$的最小值是（　　）

A．-1　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．$-\frac{1}{3}$　　D．$-\frac{1}{6}$

2．根据毕达哥拉斯定理，以直角三角形的三条边为边长作正方形，从斜边上作出的正方形的面积正好等于在两直角边上作出的正方形面积之和．现在对直角三角形CDE按上述操作作图后，得如图所示的图形，若$\overrightarrow{AF}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$，则$x-y=$____________.



第 32 讲　平面向量的数量积及应用举例

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

【基础巩固】

1．已知向量$\vec{a}=(2,1),\vec{b}=(-2,4)$，则$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$（　　）

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

2．已知单位向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{3}\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为（　　）

A．$30°$　　B．$60°$　　C．$120°$　　D．$150°$

3．已知向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1,|\vec{b}|=\sqrt{3},|\vec{a}-2\vec{b}|=3$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}=$（　　）

A．-2　　B．-1　　C．1　　D．2

4．定义：$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\sin\theta$，其中$\theta$为向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角．若$\left|\vec{a}\right|=2$，$\left|\vec{b}\right|=5$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-6$，则$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|$等于（　　）

A．6　　B．-6　　C．-8　　D．8

5．已知平面向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$\left|\vec{a}\right|=2$，$\left|\vec{b}\right|=1$，且$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，则$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=$（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{5}$　　C．$\sqrt{7}$　　D．3

6．已知△ABC中，$\angle A=60°$，AB=4，AC=6，且$\overrightarrow{CM}=2\overrightarrow{MB}$，$\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{NB}$，则$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{NM}=$（　　）

A．12　　B．14　　C．16　　D．18

7．在$\triangle ABC$中，$AC=3,BC=4,\angle C=90°$．P为$\triangle ABC$所在平面内的动点，且$PC=1$，则$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$的取值范围是（　　）

A．$[-5,3]$　　B．$[-3,5]$　　C．$[-6,4]$　　D．$[-4,6]$

9．（多选）已知向量$\vec{a}=\left(-2,1\right),\vec{b}=\left(-1,t\right)$，则下列说法正确的是（　　）

A．若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则t的值为-2

B．若$\vec{a}//\vec{b}$则t的值为$\frac{1}{2}$

C．若$0<t<2$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为锐角

D．若$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\perp\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$，则$\frac{\left|\vec{a}+\vec{b}\right|}{\left|\vec{a}-\vec{b}\right|}=1$

10．（多选）在平面四边形$ABCD$中，$\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{BC}\right|=\left|\overrightarrow{CD}\right|=\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DC}=1$，$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}$，则

（　　）

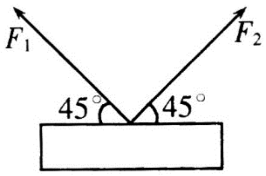
A．$\left|\overrightarrow{AC}\right|=1$　　　　B．$\left|\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CD}\right|=\left|\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CD}\right|$

C．$\overrightarrow{AD}=\sqrt{2}\,\overrightarrow{BC}$　　　　D．$\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{CD}=\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}$

11．已知向量$\vec{a}=(m,3),\vec{b}=(1,m+1)$．若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$m=$______________．

12．设向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角的余弦值为$\dfrac{1}{3}$，且$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=3$，则$\left(2\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\vec{b}=$__________．

13．如图所示，一个物体被两根轻质细绳拉住，且处于平衡状态.已知两条绳上的拉力分别是$\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2}$，且$\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2}$与水平夹角均为$45°$，$\left|\overrightarrow{F_1}\right|=\left|\overrightarrow{F_2}\right|=10\sqrt{2}\mathrm{N}$，则物体的重力大小为__________$N$.



14．若$\triangle ABC$是边长为 2 的等边三角形，AD为BC边上的中线，M为AD的中点，则$\overrightarrow{MA}\cdot\left(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)$的值为____________．

15．已知$|\vec{a}-2\vec{e}|=|\vec{b}-\vec{e}|=1,|\vec{e}|=1$，则向量$\vec{a}\cdot\vec{b}$的范围是_____________．

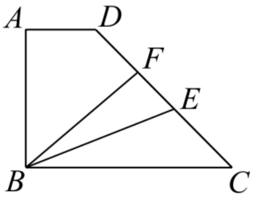
16．菱形$ABCD$中，$AB=1,A\in\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{2}\right]$，点$E$，$F$分别是线段$AD,CD$上的动点（包括端点），$AE=CF$，则$(\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{CF})\cdot\overrightarrow{AC}=$____________，$\overrightarrow{ED}\cdot\overrightarrow{EB}$的最小值为____________．

【素养提升】

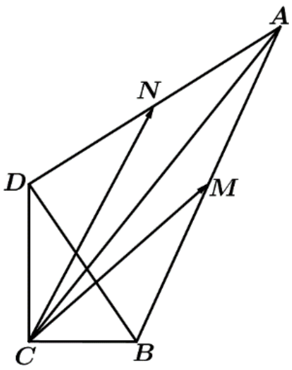
2．设直角$\triangle ABC$，P_0是斜边AB上一定点．满足$P_0B=\dfrac{1}{6}AB=1$，则对于边AB上任一点P，恒有$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}\ge\overrightarrow{P_0B}\cdot\overrightarrow{P_0C}$，则斜边$AB$上的高是_________．

3．已知平面向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d}$满足$|\vec{a}|=|\vec{b}|=2,\vec{a}\perp\vec{b},|\vec{b}+2\vec{c}|=2$，若$(\vec{d}-\vec{a})\cdot(\vec{d}+2\vec{b})\le4$，则$|\vec{c}+\vec{d}|$的最大值是___________．

4．如图直角梯形$ABCD$中，EF是CD边上长为 6 的可移动的线段，$AD=4$，$AB=8\sqrt{3}$，$BC=12$，则$\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{BF}$的取值范围为_________________．



5．如图，已知B，D是直角C两边上的动点，$AD\perp BD$，$\left|\overrightarrow{AD}\right|=\sqrt{3}$，$\angle BAD=\frac{\pi}{6}$，$\overrightarrow{CM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}\right)$，$\overrightarrow{CN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CA}\right)$，则$\overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{CN}$的最大值为__________.



6．(已知$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$是非零平面向量，$\left|\vec{a}\right|=2$，$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=1$，$\left(\sqrt{2}\vec{c}-\vec{b}\right)\cdot\vec{b}=0$，$\left|\vec{b}\right|=\left|\vec{c}\right|$，则$\frac{\vec{a}\cdot\vec{c}}{\left|\vec{a}\right|}$的最大值是_________.

7．定义两个向量组$X=\left(\vec{x_1},\vec{x_2},\vec{x_3}\right),Y=\left(\vec{y_1},\vec{y_2},\vec{y_3}\right)$的运算$X\cdot Y=\vec{x_1}\cdot\vec{y_1}+\vec{x_2}\cdot\vec{y_2}+\vec{x_3}\cdot\vec{y_3}$，设$\vec{e_1},\vec{e_2},\vec{e_3}$为单位向量，向量组$X=\left(\vec{x_1},\vec{x_2},\vec{x_3}\right),Y=\left(\vec{y_1},\vec{y_2},\vec{y_3}\right)$分别为$\vec{e_1},\vec{e_2},\vec{e_3}$的一个排列，则$X\cdot Y$的最小值为_______.

第 33 讲　数系的扩充与复数的引入

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

【基础巩固】

1．$(2+2\mathrm{i})(1-2\mathrm{i})=$（　　）

A．$-2+4\mathrm{i}$　　B．$-2-4\mathrm{i}$　　C．$6+2\mathrm{i}$　　D．$6-2\mathrm{i}$

2．（**2022·浙江·高考真题**）已知$a,b\in\mathbf{R},a+3\mathrm{i}=(b+\mathrm{i})\mathrm{i}$（$\mathrm{i}$为虚数单位），则（　　）

A．$a=1,b=-3$　　B．$a=-1,b=3$　　C．$a=-1,b=-3$　　D．$a=1,b=3$

3．若复数z满足$\mathrm{i}\cdot z=3-4\mathrm{i}$，则$|z|=$（　　）

A．1　　B．5　　C．7　　D．25

4．复数$\frac{2\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$（$\mathrm{i}$是虚数单位）的虚部是（　　）

A．1　　B．$-\mathrm{i}$　　C．2　　D．$-2\mathrm{i}$

5．复数$\frac{2-\mathrm{i}}{1-3\mathrm{i}}$在复平面内对应的点所在的象限为（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

6．已知$(1-i)^2z=3+2i$，则$z=$（　　）

A．$-1-\frac{3}{2}i$　　B．$-1+\frac{3}{2}i$　　C．$-\frac{3}{2}+i$　　D．$-\frac{3}{2}-i$

7．已知复数z在复平面内对应的点为$(1,1)$，$\overline{z}$是z的共轭复数，则$\frac{1}{\overline{z}}=$（　　）

A．$-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　B．$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　C．$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　D．$-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$

8．已知$z=1-2i$，且$z+a\overline{z}+b=0$，其中a，b为实数，则（　　）

A．$a=1,b=-2$　　B．$a=-1,b=2$　　C．$a=1,b=2$　　D．$a=-1,b=-2$

9．设$2\left(z+\overline{z}\right)+3\left(z-\overline{z}\right)=4+6i$，则$z=$（　　）

A．$1-2i$　　B．$1+2i$　　C．$1+i$　　D．$1-i$

10．设复数z的模长为1，在复平面对应的点位于第一象限，且满足$|z+\overline{z}|=1$，则$\overline{z}=$（　　）

A．$\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{i}$　　C．$\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{i}$

12．（多选）已知复数z满足方程$\left(z^2+9\right)\left(z^2-2z+4\right)=0$，则（　　）

A．z 可能为纯虚数　　　　　　　　　　　B．该方程共有两个虚根

C．z 可能为$1-\sqrt{3}\mathrm{i}$　　　　　　　　　　D．该方程的各根之和为 2

13．（多选）设复数$z=\dfrac{1}{a+2\mathrm{i}}(a\in\mathbf{R})$，当 a 变化时，下列结论正确的是（　　）

A．$|z|=|\overline{z}|$恒成立　　　　　　　　　B．z 可能是纯虚数

C．$z+\dfrac{1}{z}$可能是实数　　　　　　　　　D．$|z|$的最大值为$\dfrac{1}{2}$

14．（多选）已知复数z_1对应的向量为$\overrightarrow{OZ_1}$，复数z_2对应的向量为$\overrightarrow{OZ_2}$，则（　　）

A．若$|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$，则$\overrightarrow{OZ_1}\perp\overrightarrow{OZ_2}$

B．若$\left(\overrightarrow{OZ_1}+\overrightarrow{OZ_2}\right)\perp\left(\overrightarrow{OZ_1}-\overrightarrow{OZ_2}\right)$，则$|z_1|=|z_2|$

C．若z_1与z_2在复平面上对应的点关于实轴对称，则$z_1z_2=|z_1z_2|$

D．若$|z_1|=|z_2|$，则$z_1^2=z_2^2$

15．已知 i 是虚数单位，化简$\dfrac{11-3\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}$的结果为_______.

16．已知复数 z 满足$(4+3\mathrm{i})(z-3\mathrm{i})=25$，则$|z|=$____________

17．已知复数$z=\dfrac{\mathrm{i}}{1-\sqrt{3}\mathrm{i}}$，则$z\cdot\overline{z}=$________.

18．若复数 z 满足$(1-\mathrm{i})z=|1-\mathrm{i}|$，则 z 的模为____________，虚部为____________.

19．中国古代数学著作《九章算术》中记载了平方差公式，平方差公式是指两个数的和与这两个数差的积，等于这两个数的平方差.若复数$a=5+3\mathrm{i},b=4+3\mathrm{i}$（i 为虚数单位），则$a^2-b^2=$__________.

20．请写出一个同时满足①$|z-2\mathrm{i}|=|z-2|$；②$|z|^2=2$的复数 z，z=______.

21．设 m 为实数，复数$z_1=1+2\mathrm{i},z_2=m+3\mathrm{i}$（这里 i 为虚数单位），若$z_1\cdot\overline{z_2}$为纯虚数，则$|z_1+z_2|$的值为______.

22．如果复数 z 满足$|z+1-\mathrm{i}|=2$，那么$|z-2+\mathrm{i}|$的最大值是______ .

【素养提升】

1．已知复数 z 对应的点在第二象限，$\overline{z}$为 z 的共轭复数，有下列关于 z 的四个命题：

甲：$z+\overline{z}=-2$；　　乙：$z-\overline{z}=2\mathrm{i}$；　　丙：$z\cdot\overline{z}=4$；　　丁：$z\div\overline{z}=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$.

如果只有一个假命题，则该命题是（　　）

A．甲　　　　B．乙　　　　C．丙　　　　D．丁

2．若i为虚数单位，复数z满足$1\le|z+1+\mathrm{i}|\le\sqrt{2}$，则$|z-1-\mathrm{i}|$的最大值为_______.

3．已知$|z|=1$，$k\in\mathbf{R}$且z是复数，当$|z^2+kz+1|$的最大值为3，则$k=$_______.

4．若非零复数x,y满足$x^2+xy+y^2=0$，则$\left(\dfrac{x}{x+y}\right)^{2020}+\left(\dfrac{y}{x+y}\right)^{2020}$的值是___________.

5．任何一个复数$z=a+b\mathrm{i}$（其中a、$b\in\mathrm{R}$，i为虚数单位）都可以表示成：$z=r(\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta)$的形式，通常称之为复数$z$的三角形式．法国数学家棣莫弗发现：$z^n=\left[r\left(\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta\right)\right]^n=r^n\left(\cos n\theta+\mathrm{i}\sin n\theta\right)\left(n\in\mathrm{N}^*\right)$，我们称这个结论为棣莫弗定理．根据以上信息，若$r=1$，$\theta=\dfrac{\pi}{4}$时，则$z^{2022}=$________；对于$\forall n\in\mathrm{N}^*,n\ge2$，

$\sum\limits_{k=2}^{n}[\cos\dfrac{(k-1)\pi}{n}+\sin\dfrac{(k-1)\pi}{n}]=$________.