第 22 讲　任意角和弧度制及任意角的三角函数

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

【基础巩固】

1．下列与$\frac{9\pi}{4}$的终边相同的角的集合中正确的是（　　）

A．$\{\alpha|\alpha=2k\pi+45^\circ(k\in Z)\}$　　B．$\left\{\alpha\middle|\alpha=k\cdot 360^\circ+\frac{9}{4}\pi(k\in Z)\right\}$

C．$\{\alpha|\alpha=k\cdot 360^\circ-315^\circ(k\in Z)\}$　　D．$\left\{\alpha\middle|\alpha=k\pi+\frac{5\pi}{4}(k\in Z)\right\}$

2．若角α是第一象限角，则$\frac{\alpha}{2}$是（　　）

A．第一象限角　　B．第二象限角

C．第一或第三象限角　　D．第二或第四象限角

3．已知圆锥的底面直径为$\sqrt{2}$，母线长为$2\sqrt{2}$，则其侧面展开图扇形的圆心角为（　　）

A．$\frac{\pi}{4}$　　B．$\frac{3\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．π

4．终边与直线$y=x$重合的角可表示为（　　）

A．$45^\circ+k\cdot 180^\circ,k\in Z$　　B．$45^\circ+k\cdot 360^\circ,k\in Z$

C．$135^\circ+k\cdot 180^\circ,k\in Z$　　D．$225^\circ+k\cdot 360^\circ,k\in Z$

5．半径为3的圆的边沿有一点A，半径为4的圆的边沿有一点B，A、B两点重合后，小圆沿着大圆的边沿滚动，A、B两点再次重合小圆滚动的圈数为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

6．若角α满足$\sin\alpha\cdot\cos\alpha<0$，$\cos\alpha-\sin\alpha<0$，则$\alpha$在（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

7．已知角α的顶点在坐标原点O，始边与x轴的非负半轴重合，将角α的终边绕O点顺时针旋转$\frac{\pi}{3}$后，经过点$(-3,4)$，则$\sin\alpha=$（　　）

A．$\frac{3\sqrt{3}+4}{10}$　　B．$\frac{4-3\sqrt{3}}{10}$　　C．$\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$　　D．$-\frac{3\sqrt{3}+4}{10}$

8．（多选）下列与角$\frac{2\pi}{3}$的终边不相同的角是（　　）

A. $\frac{11\pi}{3}$　　　　B. $2k\pi-\frac{2\pi}{3}(k\in Z)$

C. $2k\pi+\frac{2\pi}{3}(k\in Z)$　　　　D. $(2k+1)\pi+\frac{2\pi}{3}(k\in Z)$

9.（多选）已知扇形的周长是12，面积是8，则扇形的中心角的弧度数可能是（　　）

A. 1　　B. 4　　C. 2　　D. 2或4

10.（多选）下列说法正确的有（　　）

A. 经过 30 分钟，钟表的分针转过π弧度

B. $1°=\frac{180}{\pi}\text{rad}$

C. 若$\sin\theta>0$，$\cos\theta<0$，则θ为第二象限角

D. 若θ为第二象限角，则$\frac{\theta}{2}$为第一或第三象限角

11.（多选）已知角α的顶点与原点重合，始边与x轴的非负半轴重合，终边经过点$P(m,1-m)$，若$m>0$，则下列各式的符号无法确定的是（　　）

A. $\sin\alpha$　　B. $\cos\alpha$　　C. $\sin\alpha-\cos\alpha$　　D. $\sin\alpha+\cos\alpha$

12．已知角α的终边过点$P(-1,2)$，则$\tan\alpha$的值为_________.

13．已知角α的顶点为坐标原点，始边与x轴的非负半轴重合，终边上一点$A(2\sin\alpha,3)$，则$\cos\alpha=$_________

14．与2021°终边相同的最小正角是___________.

15．若一个扇形的周长是 4 为定值，则当该扇形面积最大时，其圆心角的弧度数是___________.

16．屏风文化在我国源远流长，可追溯到汉代某屏风工艺厂设计了一款造型优美的扇环形屏风，如图，扇环外环弧长为 3.6m，内环弧长为 1.2m，径长（外环半径与内环半径之差）为 1.2m，则该扇环形屏风的面积为__________ m^2.

17．已知扇形 AOB 的周长为 8.

（1）若这个扇形的面积为 3，求其圆心角的大小.

（2）求该扇形的面积取得最大时，圆心角的大小和弦长 AB.

18．已知角 α 的终边在直线 $y=-3x$ 上，求 $10\sin\alpha+\dfrac{3}{\cos\alpha}$ 的值.

【素养提升】

1．已知角α的终边在直线$y=-3x$上，则$10\sin\alpha+\dfrac{3}{\cos\alpha}$的值为（　　）

A．$-6\sqrt{10}$　　B．$6\sqrt{10}$　　C．0　　D．$-3\sqrt{10}$

2．设点P是以原点为圆心的单位圆上的一个动点，它从初始位置$P_0(0,1)$出发，沿单位圆顺时针方向旋转角$\theta(0<\theta<\dfrac{\pi}{2})$后到达点$P_1$，然后继续沿单位圆顺时针方向旋转角$\dfrac{\pi}{3}$到达点$P_2$，若点$P_2$的纵坐标是$-\dfrac{1}{2}$，则点$P_1$的坐标是____________.

3．已知角α的顶点与原点O重合，始边与x轴的非负半轴重合，它的终边过点P，且点P在圆C：$(x+3)^2+(y-4)^2=1$上.

(1)若P点的横坐标为-3，求$\sin 2\alpha$的值；

(2)若角β满足$\sin(\alpha+\beta)=-\dfrac{1}{2}$，求$\sin\beta$的最大值.

第 23 讲　同角三角函数的基本关系与诱导公式

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

【基础巩固】

1．下列各数中，与$\cos 1030^{\circ}$相等的是（　　）

A．$\sin 50^{\circ}$　　B．$-\cos 50^{\circ}$　　C．$\cos 50^{\circ}$　　D．$-\sin 50^{\circ}$

2．已知$\tan\alpha=-3$，则$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\sin\alpha=$（　　）

A．$-\frac{9}{10}$　　B．$-\frac{3}{10}$　　C．$\frac{3}{10}$　　D．$\frac{9}{10}$

3．若$\frac{1+\sin 2\alpha}{1-2\sin^{2}\alpha}=5$，则$\tan\alpha=$（　　）

A．$-\frac{2}{3}$　　B．$-\frac{3}{2}$

C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{3}{2}$

4．若$\frac{\sin(\pi-\theta)+\cos(\theta-2\pi)}{\sin\theta+\cos(\pi+\theta)}=\frac{1}{2}$，则$\tan\theta=$（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$-\frac{1}{3}$　　C．-3　　D．3

5．已知函数$f(x)=a\sin(\pi x+\alpha)+b\cos(\pi x+\beta)$，且$f(3)=3$，则$f(2020)$的值为（　　）

A．-1　　B．1　　C．3　　D．-3

6．已知$\tan\theta=2$，则$\sin^{2}\theta+\sin\theta\cos\theta-2\cos^{2}\theta=$（　　）

A．$\frac{4}{5}$　　B．$-\frac{4}{5}$　　C．1　　D．$\frac{3}{5}$

7．已知$\tan\left(\alpha+\frac{5\pi}{4}\right)=3$，$\tan(\alpha+\beta)=\frac{1}{3}$，则$\tan(2\pi-\beta)$等于（　　）

A．1　　B．$-\frac{1}{7}$　　C．$\frac{1}{7}$　　D．2 或 6

8．已知$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{\sqrt{2}}{6}$，则$\frac{\sin\alpha}{1+\tan\alpha}$的值为（　　）

A．$\frac{4\sqrt{14}}{51}$　　B．$\frac{2\sqrt{14}}{13}$　　C．$\frac{4\sqrt{17}}{51}$　　D．$\frac{2\sqrt{17}}{13}$

9．（多选）已知$\tan\theta=2$，则下列结论正确的是（　　）

A．$\tan(\pi-\theta)=-2$　　B．$\tan(\pi+\theta)=-2$　　C．$\dfrac{\sin\theta-3\cos\theta}{2\sin\theta+3\cos\theta}=-\dfrac{1}{7}$　　D．$\sin 2\theta=\dfrac{4}{5}$

10．若$\cos\theta=\dfrac{1}{5}$，则$\sin\theta\sin 2\theta+\cos 2\theta=$______.

11．已知$\tan\theta=-3$，则$\dfrac{\sin\theta(\sin\theta+\cos\theta)}{\sin 2\theta}=$__________.

12．若$\alpha\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，且$3\sin 2\alpha+4\cos 2\alpha=0$，则$\dfrac{\cos\alpha\cos 2\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}=$_______.

13．已知$\dfrac{\pi}{2}<x<\pi$，$\sin x+\cos x=\dfrac{1}{5}$，则$\sin x-\cos x=$______.

14．化简：$\dfrac{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)}{\cos(\pi+\alpha)}+\dfrac{\sin(\pi-\alpha)\cdot\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)}{\sin(\pi+\alpha)}=$________.

15．若$\dfrac{\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)+\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha+\cos\alpha+1}=3$，则$\sin 2\alpha=$________.

16．已知$\sin\alpha=\dfrac{1}{3}$，则$\sin\left(2\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)=$____________，若角$\beta$与角$\alpha$关于$x$轴对称，则$\sin\beta=$____________.

17．已知$\sin\alpha+2\cos\alpha=0$.

（1）求$\dfrac{\sin\alpha-2\cos\alpha}{\cos\alpha-5\sin\alpha}$的值；　　　　（2）求$\dfrac{\sin\alpha}{\cos^3\alpha}+\dfrac{\cos\alpha}{\sin^3 a}$的值.

18．已知$\tan\theta,\dfrac{1}{\tan\theta}$是关于$x$的方程$x^2-\left(k+\dfrac{1}{2}\right)x+k^2-3=0$的两个实根，且$-\dfrac{3\pi}{4}<\theta<-\dfrac{\pi}{2}$.

（1）求$\dfrac{\sin(\pi-\theta)+5\cos(2\pi-\theta)}{2\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)-\sin(-\theta)}$的值；

（2）求$\sin^2\theta+\sin\theta\cos\theta-1$的值.

19．已知角α的终边经过点$P\left(3m,-6m\right)$（$m\neq 0$）.

（1）求$\dfrac{\sin\left(\alpha+\pi\right)+\cos\left(\alpha-\pi\right)}{\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)+2\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{2}\right)}$的值；

（2）若α是第二象限角，求$\sin^2\left(\alpha+\dfrac{3\pi}{2}\right)+\sin\left(\pi-\alpha\right)\cos\alpha-\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)$的值.

【素养提升】

1．已知角θ的顶点与原点重合，始边与x轴的非负半轴重合，$P\left(1,2\right)$为角θ终边上的一点，将角θ终边逆时针旋转$\dfrac{\pi}{4}$得到角β的终边，则$\dfrac{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+2\beta\right)}{1-\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}-2\beta\right)}=$（　　）

A．-2　　B．$-\dfrac{1}{2}$　　C．-1　　D．2

2．函数$f(x)=\dfrac{\cos 2x+2\sin x\cdot\cos^2 x-2\sin^2 x\cos x}{\sqrt{2}\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)}$的值域为（　　）

A．$\left(-\sqrt{2}+1,\sqrt{2}+1\right)$　　B．$\left[-\sqrt{2}+1,\sqrt{2}+1\right)$　　C．$\left[-\dfrac{5}{4},\sqrt{2}+1\right]$　　D．$\left[-\dfrac{5}{4},\sqrt{2}+1\right)$

3．（多选）已知角α满足$\sin\alpha\cdot\cos\alpha\neq 0$，则表达式$\dfrac{\sin\left(\alpha+k\pi\right)}{\sin\alpha}+\dfrac{\cos\left(\alpha+k\pi\right)}{\cos\alpha}\left(k\in Z\right)$的取值可能为（　　）

A．-2　　B．-1 或 1　　C．2　　D．-2 或 2 或 0

4．已知$\tan\alpha=2$，则$\dfrac{\cos^2\alpha-2\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha+1}+\dfrac{2\cos^2\alpha-3\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha+2}=$________.

5．已知角$\alpha=2k\pi-\dfrac{\pi}{5}(k\in Z)$，若角$\theta$与角$\alpha$的终边相同，则$y=\dfrac{\sin\theta}{|\sin\theta|}+\dfrac{\cos\theta}{|\cos\theta|}+\dfrac{\tan\theta}{|\tan\theta|}$的值为______.

6．已知$\sin x+\cos y=\dfrac{1}{4}$，则$\sin x-\sin^2 y$的最大值为____________

7．已知函数$f(x)=\sqrt{6}(\sin x+\cos x)+\sqrt{2}(\sin x-\cos x)$.

(1)求f（x）的最小正周期和在$[0,2\pi]$的单调递增区间；

(2)已知$\alpha\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right], f(\alpha)=2\sqrt{3}$，先化简后计算求值：

$$\frac{-2\sin(\pi-\alpha)\cdot\cos(\pi+\alpha)-\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)}{1-\cos\left(\dfrac{3}{2}\pi+\alpha\right)+[\sin(-\alpha)]^2-\sin^2\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)}$$

第 24 讲　两角和与差的正弦、余弦和正切公式

学校:__________姓名：__________班级：__________考号：__________

【基础巩固】

1．若$\sin(\alpha+\beta)+\cos(\alpha+\beta)=2\sqrt{2}\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)\sin\beta$，则（　　）

A．$\tan(\alpha-\beta)=1$　　B．$\tan(\alpha+\beta)=1$

C．$\tan(\alpha-\beta)=-1$　　D．$\tan(\alpha+\beta)=-1$

2．若$\tan\theta=-2$，则$\frac{\sin\theta(1+\sin 2\theta)}{\sin\theta+\cos\theta}=$（　　）

A．$-\frac{6}{5}$　　B．$-\frac{2}{5}$　　C．$\frac{2}{5}$　　D．$\frac{6}{5}$

3．若$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right),\tan 2\alpha=\frac{\cos\alpha}{2-\sin\alpha}$，则$\tan\alpha=$（　　）

A．$\frac{\sqrt{15}}{15}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{15}}{3}$

4．已知角α的顶点与坐标原点重合，始边与x轴的非负半轴重合，终边经过点$P(-1,2)$，则$\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=$（　　）

A．$-\frac{3\sqrt{3}+4}{10}$　　B．$-\frac{4\sqrt{3}+3}{10}$　　C．$\frac{-3\sqrt{3}+4}{10}$　　D．$\frac{-4\sqrt{3}+3}{10}$

5．已知$\alpha\in(-\frac{\pi}{2},0)$，且$\sqrt{2}\cos 2\alpha=\sin(\alpha+\frac{\pi}{4})$，则$\sin 2\alpha=$（　　）

A．$-\frac{3}{4}$　　B．$\frac{3}{4}$　　C．-1　　D．1

6．已知$\alpha\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$，若$\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{5}}{5}$，则$\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{12}\right)=$（　　）

A．$\frac{3\sqrt{10}}{10}$　　B．$\frac{\sqrt{10}}{10}$　　C．$-\frac{\sqrt{10}}{10}$　　D．$-\frac{3\sqrt{10}}{10}$

7．已知$m\sin20^\circ+\tan20^\circ=\sqrt{3}$，则实数$m$的值为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．2　　C．4　　D．8

8．我国古代数学家僧一行应用“九服晷影算法”在《大衍历》中建立了晷影长l与太阳天顶距$\theta(0^\circ\le\theta\le180^\circ)$的对应数表，这是世界数学史上较早的一张正切函数表.根据三角学知识可知，晷影长度l等于表高h与太阳天顶距θ正切值的乘积，即$l=h\tan\theta$.对同一“表高”两次

测量，第一次和第二次太阳天顶距分别为α，β，若第一次的“晷影长”是“表高”的3倍，且$\tan(\alpha-\beta)=\frac{1}{2}$，则第二次的“晷影长”是“表高”的（　　）倍.

A．1　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{5}{2}$　　D．$\frac{7}{2}$

9．已知$\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\sin(\beta-\alpha)=-\frac{\sqrt{10}}{10}$，$\alpha,\beta$均为锐角，则$\beta=$（　　）

A．$\frac{\pi}{12}$　　B．$\frac{\pi}{6}$　　C．$\frac{\pi}{4}$　　D．$\frac{\pi}{3}$

10．已知$0<\alpha<\beta<2\pi$，函数$f(x)=5\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$，若$f(\alpha)=f(\beta)=1$，则$\cos(\beta-\alpha)=$（　　）

A．$\frac{23}{25}$　　B．$-\frac{23}{25}$　　C．$\frac{3}{5}$　　D．$-\frac{3}{5}$

11．（多选）已知$\cos(\alpha+\beta)=-\frac{\sqrt{5}}{5},\cos 2\alpha=-\frac{4}{5}$，其中$\alpha,\beta$为锐角，则以下命题正确的是（　　）

A．$\sin 2\alpha=\frac{3}{5}$　　B．$\cos(\alpha-\beta)=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C．$\cos\alpha\cos\beta=\frac{\sqrt{3}}{10}$　　D．$\tan\alpha\tan\beta=\frac{1}{3}$

12．$\tan 10°+\tan 35°+\tan 10°\tan 35°=$______.

13．已知$\frac{\pi}{2}<\alpha<\frac{5\pi}{4}$，$\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3}{5}$，则$\cos 2\alpha=$__________.

14．已知α为锐角，且$\tan\alpha+\tan(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{5}{3}$，则$\frac{\sin 2\alpha+1}{\cos 2\alpha}=$__________.

15．若$3\sin\alpha-\sin\beta=\sqrt{10},\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$，则$\sin\alpha=$_________，$\cos 2\beta=$_________.

16．已知$0<\alpha<\frac{\pi}{2},\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{\sqrt{2}}{6}$，则$\frac{\sin\alpha}{1+\tan\alpha}=$________.

17．已知$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，$\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{3}$.

(1)求$\sin\alpha$的值；

(2)若$-\frac{\pi}{2}<\beta<0$，$\cos\left(\frac{\beta}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$，求$\alpha-\beta$的值.

18．在①$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=4\sqrt{3}\cos(-\alpha)$；②$\tan\alpha=7\sin\alpha$；③$\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{\sqrt{21}}{7}$这三个条件中任选

一个，补充在下面横线上，并解答问题.

已知$\alpha \in \left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\beta \in \left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\cos(\alpha+\beta)=-\dfrac{3}{5}$，______，求$\cos\beta$.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

【素养提升】

1．已知$\alpha+\beta=15^\circ$，则$\dfrac{1+\tan\alpha+\tan\beta-\tan\alpha\tan\beta}{1-\tan\alpha-\tan\beta-\tan\alpha\tan\beta}=$（　　）

A．$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　C．1　　D．$\sqrt{3}$

2．已知双曲线$C:x^2-3y^2=1$的左，右顶点分别为A、B，P是C在第一象限的图象上的点，记$\angle PAB=\alpha$，$\angle PBA=\beta$，$\angle APB=\gamma$，则（　　）

A．$\tan\alpha+\tan\beta+\tan\gamma=0$　　B．$\tan\alpha+\tan\beta-\tan\gamma=0$

C．$3\tan\alpha+3\tan\beta+4\tan\gamma=0$　　D．$2\tan\alpha+2\tan\beta+3\tan\gamma=0$

3．$8\sin 12^\circ\left(2\cos^2 12^\circ-1\right)+\tan 12^\circ=$（　　）

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

4．英国化学家、物理学家亨利·卡文迪许被称为第一个能测出地球质量的人，卡文迪许是从小孩玩的游戏（用一面镜子将太阳光反射到墙面上，我们只要轻轻晃动一下手中的镜子，墙上的光斑就会出现大幅度的移动，如图1）得到灵感，设计了卡文迪许扭秤实验来测量万有引力，由此计算出地球质量，他在扭秤两端分别固定一个质量相同的铅球，中间用一根韧性很好的钢丝系在支架上，钢丝上有个小镜子，用激光照射镜子，激光反射到一个很远的地方，标记下此时激光所在的点，然后用两个质量一样的铅球同时分别吸引扭秤上的两个铅球（如图2），由于万有引力作用，根秤微微偏转，但激光所反射的点却移动了较大的距离，他用此计算出了万有引力公式中的常数G，从而计算出了地球的质量．在该实验中，光源位于刻度尺上点P处，从P出发的光线经过镜面（点M处）反射后，反射光线照射在刻度尺的点Q处，镜面绕M点顺时针旋转a角后，反射光线照射在刻度尺的点Q'处，若$\triangle PMQ$是正三角形．$PQ=a$，$QQ'=b$（如图3），则下列等式中成立的是（　　）

图1

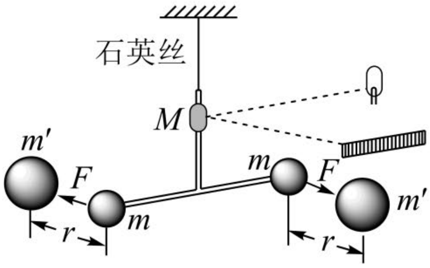


图2

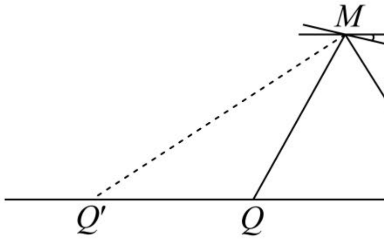


图3

A．$\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{3}b}{2a+b}$　　B．$\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{3}a}{a+2b}$

C．$\tan2\alpha=\dfrac{\sqrt{3}b}{2a+b}$　　D．$\tan2\alpha=\dfrac{\sqrt{3}a}{a+2b}$

5．已知$0°\le\alpha<90°$，且$\sin36°(1+\sin2\alpha)=2\cos^2 18°\cos2\alpha$，则$\alpha$=（　　）

A．18°　　B．27°　　C．54°　　D．63°

6．（多选）已知α为第一象限角，β为第三象限角，且$\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{3}{5}$，

$\cos\left(\beta-\dfrac{\pi}{3}\right)=-\dfrac{12}{13}$，则$\cos(\alpha+\beta)$可以为（　　）

A．$-\dfrac{33}{65}$　　B．$-\dfrac{63}{65}$　　C．$\dfrac{33}{65}$　　D．$\dfrac{63}{65}$

7．$\sin(\theta+75°)+\cos(\theta+45°)-\sqrt{3}\cos(\theta+15°)=$__________.

8．$\sin(\alpha+\dfrac{\pi}{6})+\sin(\dfrac{\pi}{3}-\alpha)=\sin(2\alpha+\dfrac{\pi}{3})+\sqrt{2}-1$,若$\alpha\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$，则$\alpha=$_________.

9．（1）已知$\dfrac{3\pi}{4}<\alpha<\pi$，$\tan\alpha+\dfrac{1}{\tan\alpha}=-\dfrac{10}{3}$，求$\dfrac{5\sin^2\frac{\alpha}{2}+8\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}+11\cos^2\frac{\alpha}{2}-8}{\sqrt{2}\sin(\alpha-\frac{\pi}{2})}$的值；

（2）已知$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}<\beta<\pi$，$\tan\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1}{2}$，$\cos(\beta-\alpha)=\dfrac{\sqrt{2}}{10}$，求$\beta$的值.

第 25 讲　简单的三角恒等变换

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

【基础巩固】

1．已知函数 $f\left(x\right)=\sin x\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-\frac{1}{4}$，则 $f\left(x\right)$ 的值不可能是（　　）

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．0　　D．2

2．若角 α 顶点与原点重合，始边与 x 轴非负半轴重合，终边在直线 $2x+y=0$ 上，则 $\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=$（　　）

A．$\pm\frac{3}{5}$　　B．$\pm\frac{4}{5}$　　C．$-\frac{3}{10}$　　D．$\frac{3}{10}$

3．已知角 α 为锐角，角 β 为钝角，且 $\sin\alpha=\frac{3\sqrt{10}}{10},\cos(\alpha+\beta)=-\frac{\sqrt{5}}{5}$，则 $\sin\beta=$（　　）

A．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{5}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{10}$

4．在 ΔABC 中，“$\tan A\tan B<1$”是“ΔABC 为钝角三角形”的（　　）

A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充要条件　D．既不充分也不必要条件

5．函数 $f\left(x\right)=4\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(3x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的最大值为(　　)

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

6．若将函数 $f\left(x\right)=\sin x\left(\sin x+\cos x\right)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位，所得图象对应的函数在区间 $\left(-m,m\right)$ 上无极值点，则 m 的最大值为（　　）

A．$\frac{\pi}{8}$　　B．$\frac{\pi}{4}$　　C．$\frac{3\pi}{8}$　　D．$\frac{\pi}{2}$

7．若函数 $f(x)=2\sin x+\cos x$ 在[0，α]上是增函数，则当 α 取最大值时，$\sin 2\alpha$ 的值等于（　　）

A．$\frac{4}{5}$　　B．$\frac{3}{5}$　　C．$\frac{2}{5}$　　D．$\frac{\sqrt{21}}{5}$

8．已知函数$f(x)=\sin x+a\cos x$满足：$f\left(x\right)\le f\left(\frac{\pi}{6}\right)$． 若函数$f(x)$在区间$\left[x_1,x_2\right]$上单调，且满足$f(x_1)+f(x_2)=0$，则$\left|x_1+x_2\right|$的最小值为（　　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{2\pi}{3}$　　D．$\frac{4\pi}{3}$

9．（多选）已知函数$f\left(x\right)=2\sin x\cos x+2\sqrt{3}\sin^2 x$，则（　　）

A．$f\left(x\right)$的最小正周期为π

B．$\left(\frac{\pi}{6},0\right)$是曲线$f\left(x\right)$的一个对称中心

C．$x=-\frac{\pi}{12}$是曲线$f\left(x\right)$的一条对称轴

D．$f\left(x\right)$在区间$\left(\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{12}\right)$上单调递增

10．（多选）在$\triangle ABC$中，角A、B、C的对边分别为a、b、c，且满足$\sin B\left(1+2\cos C\right)=2\sin A\cos C+\cos A\sin C$，则下列结论可能成立的是（　　）

A．$a=2b$　　B．$b=2a$　　C．$A=2B$　　D．$C=90°$

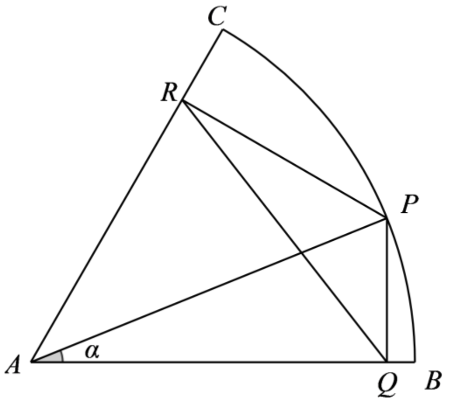
11．若$\theta=\theta_0$时，$f\left(\theta\right)=\sin 2\theta-\cos^2\theta$取得最大值，则$\sin\left(2\theta_0+\frac{\pi}{4}\right)=$______.

12．函数$f(x)=\sin 2x-\cos\left(x+\frac{3\pi}{4}\right)$的最小值为________.

13．若$\sin\left(\frac{3}{4}\pi-x\right)=-3\sin\left(\frac{3}{4}\pi+x\right)$，则$\dfrac{\sin 2x+\sin x\cos 2x+\sin x}{\cos^2\frac{x}{2}}=$__________.

14．已知$\tan\alpha,\tan\beta$是方程$x^2+3\sqrt{3}x+4=0$的两根，且$\alpha,\beta\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$，则$\alpha+\beta$的值为________.

15．某地进行老旧小区改造，有半径为60米，圆心角为$\frac{\pi}{3}$的一块扇形空置地（如图），现欲从中规划出一块三角形绿地PQR，其中P在$\overset{\frown}{BC}$上，$PQ\perp AB$，垂足为Q，$PR\perp AC$，垂足为R，设$\angle PAB=\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$，则$PQ=$__________（用$\alpha$表示）；当$P$在$\overset{\frown}{BC}$上运动时，这块三角形绿地的最大面积是__________.



16．设函数 $f\left(x\right)=\sin x+\cos x(x\in \mathrm{R})$.

（1）求函数 $y=\left[f\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)\right]^2$ 的最小正周期；

（2）求函数 $y=f(x)f\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$ 在 $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值.

17．设函数 $f\left(x\right)=\left[\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)+\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)\right]\cdot\left[\sin\left(x-\pi\right)+\cos\left(x+\pi\right)\right]$.

(1)求函数 $f\left(x\right)$ 单调递增区间；

(2)求函数 $g\left(x\right)=f\left(x\right)+f\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)$ 在区间 $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上的最值.

18．已知函数 $f\left(x\right)=\sin x$.

(1)若 $f\left(\varphi-x\right)=f\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ 对于任意实数 x 恒成立，其中 $|\varphi|\le\pi$，求 φ 的值；

(2)设函数 $g\left(x\right)=f^{2}\left(x\right)+f^{2}\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$，求 $g\left(x\right)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$ 上的取值范围.

【素养提升】

1．已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{\left(1-\sqrt{1+\sin 2x}\right)\sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{2+\sqrt{2}\left[\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right]}}$，当 $\pi<x<\frac{3\pi}{2}$ 时，$f\left(x\right)$ 的值域为

(　　)

A．(-1，1)　　B．(0，1)　　C．(-1，0)　　D．$\left(-\sqrt{2},0\right)$

2．(已知 α，β，γ 是三个互不相同的锐角，则在 $\sin\alpha+\cos\beta$，$\sin\beta+\cos\gamma$，$\sin\gamma+\cos\alpha$ 三个值中，大于 $\sqrt{2}$ 的个数最多有（　　）个

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

3．已知函数 $f\left(x\right)=|\sin x|+|\cos x|-2\sin 2x$，以下结论错误的是(　　)

A．π 是 $f\left(x\right)$ 的一个周期　　B．$f\left(x\right)$ 在区间 $\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$ 单调递减

C．$f\left(x-\frac{3\pi}{4}\right)$ 是偶函数　　D．$f\left(x\right)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 恰有两个零点

4．在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\sin A\sin B\sin\left(C-\theta\right)=\lambda\sin^{2}C$，其中 $\tan\theta=\frac{1}{3}$（其中 $0<\theta<\frac{\pi}{2}$），若 $\frac{1}{\tan A}+\frac{1}{\tan B}+\frac{2}{\tan C}$ 为定值，则实数 λ 的值是（　　）

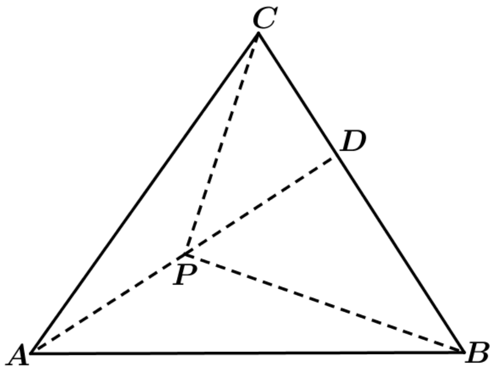
A．$\frac{\sqrt{10}}{20}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$\sqrt{10}$　　D．$\frac{\sqrt{5}}{10}$

5．已知函数 $f\left(x\right)=\sin\omega x+a\cos\omega x$，周期 $T<2\pi$，$f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}$，且在 $x=\frac{\pi}{6}$ 处取得最大值，则使得不等式 $\lambda|\omega|\ge a$ 恒成立的实数 λ 的最小值为（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{10}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{11}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{12}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{13}$

6．已知$8\tan^3\theta+2\tan\theta-\frac{4}{\cos^2\theta}>-3$，则$\tan\left(\theta+\frac{7\pi}{4}\right)$的取值范围为__________.

7．如图，正三角形ABC内有一点P，$\angle BPC=\frac{\pi}{2}$，$\angle APC=\frac{5\pi}{6}$，连接$AP$并延长交$BC$于$D$，则$\frac{|CD|}{|CB|}=$__________.



8．已知$\triangle ABC$中，则$2\sin^2A+\sin^2B=2\sin^2C$则$\frac{1}{\tan A}+\frac{1}{\tan B}+\frac{1}{\tan C}$最小值是__________.

第 26 讲　三角函数的图象与性质

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

【基础巩固】

1．函数 $f\left(x\right)=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 在 $\left(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right)$ 上的值域为（　　）

A．$\left(0,1\right]$　　B．$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},0\right)$

C．$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},1\right]$　　D．$\left[-1,1\right]$

2．已知 $f\left(x\right)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，则（　　）

A．$f\left(2\right)<f\left(1\right)<f\left(0\right)$　　B．$f\left(2\right)<f\left(0\right)<f\left(1\right)$

C．$f\left(0\right)<f\left(2\right)<f\left(1\right)$　　D．$f\left(1\right)<f\left(2\right)<f\left(0\right)$

3．在下列区间中，函数 $f(x)=2022\cos\left(x-\frac{\pi}{12}\right)$ 单调递增的区间是（　　）

A．$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$　　B．$\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$　　C．$\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$　　D．$\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$

4．若函数 $f\left(x\right)=\left|\tan\left(\omega x-\omega\right)\right|\left(\omega>0\right)$ 的最小正周期为 4，则下列区间中 $f\left(x\right)$ 单调递增的是（　　）

A．$\left(-1,\frac{1}{3}\right)$　　B．$\left(\frac{1}{3},\frac{5}{3}\right)$　　C．$\left(\frac{5}{3},3\right)$　　D．$\left(3,4\right)$

5．已知函数 $f(x)=\cos^2 x-\sin^2 x$，则（　　）

A．$f(x)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{6}\right)$ 上单调递减　　B．$f(x)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{12}\right)$ 上单调递增

C．$f(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$ 上单调递减　　D．$f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{4},\frac{7\pi}{12}\right)$ 上单调递增

6．记函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)+b(\omega>0)$ 的最小正周期为 T．若 $\frac{2\pi}{3}<T<\pi$，且 $y=f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{3\pi}{2},2\right)$ 中心对称，则 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=$（　　）

A．1　　B．$\frac{3}{2}$　　C．$\frac{5}{2}$　　D．3

7．已知函数 $f\left(x\right)=\sin x+\sin 2x$ 在 $\left(0,a\right)$ 上有 4 个零点，则实数 a 的最大值为(　　)

A．$\frac{4}{3}\pi$　　B．2π　　C．$\frac{8}{3}\pi$　　D．3π

8．已知直线 $x=\frac{\pi}{3}$ 和 $x=\frac{2\pi}{3}$ 是曲线 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(-\pi<x\le\pi)$ 的两条对称轴，且函数 $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{2},\frac{2\pi}{3}\right)$ 上单调递减，则 φ 的值是（　　）

A．$-\frac{\pi}{2}$　　B．0　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．π

9．（多选）设函数 $f\left(x\right)=\sin\left(2x+\frac{2\pi}{3}\right)$，则下列结论中正确的是（　　）

A．$y=f\left(x\right)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{6},0\right)$ 对称　　B．$y=f\left(x\right)$ 的图象关于直线 $x=-\frac{\pi}{12}$ 对称

C．$f\left(x\right)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$ 上单调递减　　D．$f\left(x\right)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{6},0\right]$ 上的最小值为 0

10．（多选）已知函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)(0<\varphi<\pi)$ 的图像关于点 $\left(\frac{2\pi}{3},0\right)$ 中心对称，则（　　）

A．$f(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{5\pi}{12}\right)$ 单调递减

B．$f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{12},\frac{11\pi}{12}\right)$ 有两个极值点

C．直线 $x=\frac{7\pi}{6}$ 是曲线 $y=f(x)$ 的对称轴

D．直线 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}-x$ 是曲线 $y=f(x)$ 的切线

11．写出一个最小正周期为 3 的偶函数 $f\left(x\right)=$___________.

12．已知函数 $f(x)=3\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right),(\omega>0)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$ 上单调递增，则 ω 的最大值为______.

13．记函数 $f\left(x\right)=\cos\left(\omega x+\varphi\right)\left(\omega>0,0<\varphi<\pi\right)$ 的最小正周期为 T，若 $f(T)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$x=\frac{\pi}{9}$ 为 $f(x)$ 的零点，则 ω 的最小值为____________.

14．已知函数 $f\left(x\right)=\frac{\sin x}{x},x\in\left[-2\pi,0\right)\cup\left(0,2\pi\right]$，给出下列四个结论：

①$f\left(x\right)$ 是偶函数；

②$f\left(x\right)$ 有 4 个零点；

③ $f\left(x\right)$的最小值为$-\frac{1}{2}$；

④ $f\left(x\right)<\frac{1}{2x}$的解集为$\left(-\frac{11}{6}\pi,-\frac{7}{6}\pi\right)\cup\left(0,\frac{\pi}{6}\right)\cup\left(\frac{5}{6}\pi,2\pi\right)$.

其中，所有正确结论的序号为__________.

15．设函数$f\left(x\right)=\sin x+\cos x(x\in \mathrm{R})$.

（1）求函数$y=\left[f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)\right]^2$的最小正周期；

（2）求函数$y=f(x)f\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$在$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上的最大值.

16．已知函数$f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})+\cos(2x-\frac{\pi}{3})$

(1)求$f(\frac{7\pi}{24})$的值；

(2)求函数$f(x+\frac{\pi}{12})$在$[0,\frac{\pi}{2}]$上的增区间和值域.

17．已知函数$f\left(x\right)=\left(\sin x+\sqrt{3}\cos x\right)\left(\cos x-\sqrt{3}\sin x\right)$.

(1)求函数$f\left(x\right)$在$\left[0,\pi\right]$上的单调增区间；

(2)若$f\left(x_0\right)=\frac{6}{5},x_0\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，求$\cos 2x_0$的值.

18．已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$，再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择两个作为一组已知条件，使 $f(x)$ 的解析式唯一确定.

(1)求 $f(x)$ 的解析式；

(2)设函数 $g(x)=f(x)+f\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$，求 $g(x)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ 上的最大值.

条件①：$f(x)$ 的最小正周期为 π；

条件②：$f(0)=0$；

条件③：$f(x)$ 图象的一条对称轴为 $x=\frac{\pi}{4}$.

注：如果选择多组条件分别解答，按第一个解答计分.

【素养提升】

2．已知函数 $f(x)=-\sin x-2|\sin x|$，关于 x 的方程 $f^2(x)+\sqrt{a}f(x)-1=0$ 有以下结论

①当 $a\geq0$ 时，方程 $f^2(x)+\sqrt{a}f(x)-1=0$ 在 $[0,2\pi]$ 最多有 3 个不等实根；

②当 $0\leq a<3$ 时，方程 $f^2(x)+\sqrt{a}f(x)-1=0$ 在 $[0,2\pi]$ 内有两个不等实根；

③若方程 $f^2(x)+\sqrt{a}f(x)-1=0$ 在 $[0,6\pi]$ 内根的个数为偶数，则所有根之和为 15π；

④若方程 $f^2(x)+\sqrt{a}f(x)-1=0$ 在 $[0,6\pi]$ 内根的个数为偶数，则所有根之和为 36π.

其中所有正确结论的序号是（　　）

A．①③　　B．②④　　C．①④　　D．①②③

3．（多选）已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$ 图像的一条对称轴和一个对称中心的最小距离为 $\frac{3\pi}{4}$，则（　　）

A．函数 $f(x)$ 的最小正周期为 3π

B．将函数 $f(x)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度后所得图像关于原点对称

C．函数 $f(x)$ 在 $\left[\pi,\frac{5}{2}\pi\right]$ 上为增函数

D．设 $g(x)=e^{|x|}f\left(\frac{3}{2}x+\frac{\pi}{4}\right)$，则 $g(x)$ 在 $(-10\pi,10\pi)$ 内有 20 个极值点

4．（多选）若 $f\left(x\right)=\left|\sin x+\sqrt{3}\cos x\right|+\left|\sqrt{3}\sin x-\cos x\right|$，则下列说法正确的是（　　）

A．$f\left(x\right)$ 的最小正周期是 $\frac{\pi}{2}$

B．$f\left(x\right)$ 的对称轴方程为 $x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{12}$，$\left(k\in\mathbf{Z}\right)$

C．存在实数 a，使得对任意的 $x\in\mathbf{R}$，都存在 $x_1,x_2\in\left[-\frac{5\pi}{12},0\right]$ 且 $x_1\neq x_2$，满足 $\left[f\left(x\right)\right]^2-af\left(x\right)f\left(x_k\right)+1=0$，$\left(k=1,2\right)$

D．若函数 $g\left(x\right)=2f\left(x\right)+b$，$x\in\left[0,\frac{25\pi}{12}\right]$，（$b$ 是实常数），有奇数个零点 $x_1,x_2,\cdots,x_{2n},x_{2n+1}\left(n\in\mathrm{N}\right)$，则 $x_1+2\left(x_2+x_3+\cdots+x_{2n}\right)+x_{2n+1}=\frac{50\pi}{3}$

5．（多选）已知函数 $f(x)=|\sin x|\cos x,x\in\mathrm{R}$，则（　　）

A．函数 $f(x)$ 的值域为 $[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$

B．函数 $f(x)$ 是一个偶函数，也是一个周期函数

C．直线 $x=\frac{3\pi}{4}$ 是函数 $f(x)$ 的一条对称轴

D．方程 $f(x)=\log_4 x$ 有且仅有一个实数根

6．设函数 $f\left(x\right)=\cos\left(\omega x+\varphi\right)$（$\omega>0$ 且 $\left|\varphi\right|<\frac{\pi}{2}$）满足以下条件：①$\forall x\in R$，满足 $f\left(x\right)\geq f\left(\frac{7\pi}{12}\right)$；②$\exists x_0$，使得 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=f\left(x_0\right)=0$；③$\left|x_0-\frac{\pi}{3}\right|_{\min}>\frac{\pi}{6}$，则 $f\left(x\right)=$__________.关于 x 的不等式 $\left[f\left(x\right)-f\left(-\frac{31\pi}{4}\right)\right]\left[f\left(x\right)-f\left(\frac{31\pi}{3}\right)\right]>0$ 的最小正整数解为__________.

7．已知函数 $f\left(x\right)=\sin\left(\frac{5\pi}{6}-2x\right)-2\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x+\frac{3\pi}{4}\right)$.

(1)解不等式 $f\left(x\right)\geq-\frac{1}{2}$；

(2)若 $x\in\left[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{3}\right]$，且 $F\left(x\right)=-4\lambda f\left(x\right)-\cos\left(4x-\frac{\pi}{3}\right)$ 的最小值是 $-\frac{3}{2}$，求实数 λ 的值.

8．已知常数 $a<0$，定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)=\cos 2x+a\sin x$.

（1）当 $a=-4$ 时，求函数 $y=f(x)$ 的最大值，并求出取得最大值时所有 x 的值；

（2）当 $a=-2$ 时，设集合 $A=\left\{x\middle|\frac{\pi}{4}\leq x\leq\frac{2\pi}{3}\right\}$，$B=\{x|f(x)>m\sin x+2m-1\}$，若 $A\cup B=B$，求实数 m 的取值范围；

（3）已知常数 $n\in\mathbf{N}$，$n\geq1$，且函数 $y=f(x)$ 在 $(0,n\pi)$）内恰有 2021 个零点，求常数 a 及 n 的值.