

# 南方科技大学

## 2026 年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题

科目代码：[825]

科目名称：自动控制原理

考生须知：

1. 本试卷满分 150 分，考试时间 180 分钟。
  2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。
- 

一、 [15 分] 考虑具有如下动态方程的系统：

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u \\ y &= [1 \ 0]x\end{aligned}$$

(1) 判断系统的可控性和可观性，并给出理由。

[8 分]

(2) 已知输入  $u(t)$  为阶跃信号，初始状态  $x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ，求输出  $y$ 。

[7 分]

二、 [15 分] 请分别将以下微分方程描述的系统转换为状态空间模型，以  $u$  为输入，以  $y$  为输出：

(1)  $\ddot{y} + 3\dot{y} + y = u$

[9 分]

(2)  $\ddot{y} - 3\dot{y} + 3\dot{y} - y = 2\dot{u} + u$

[6 分]

三、 [15 分] 考虑如下系统 1，其中， $x_1$  为二维向量， $x_2$  为一维标量：

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= f(x_1) + g(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 &= u\end{aligned}\tag{1}$$

(1) 如果  $f$  和  $g$  满足如下形式：

$$\begin{aligned}f(x_1) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}x_1 \\ g(x_1) &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

请设计任意控制器  $u$  使得闭环系统渐近稳定。

[8 分]

(2) 如果存在光滑函数  $\phi(x_1)$  使得存在光滑函数  $V(x_1)$  满足如下条件：

$$\frac{\partial V}{\partial x_1}(f(x_1) + g(x_1)\phi(x_1)) \leq -\|x_1\|^2$$

并设计控制器  $u = \phi(x_1) + \frac{\partial \phi}{\partial x_1}(f(x_1) + g(x_1)x_2) - \frac{\partial V}{\partial x_1}g(x_1) - x_2$ ，令 Lyapunov 函数为  $W(x_1, x_2) = V(x_1) + \frac{1}{2}(x_2 - \phi(x_1))^2$ ，请证明  $W$  满足如下条件：

$$\frac{dW}{dt} \leq -\|x_1\|^2 - |x_2 - \phi(x_1)|^2$$

[7 分]

四、[15分] 如果一个控制系统如图1所示，确定系统参数  $K$  和  $\tau$ ，使整个闭环系统的阻尼率  $\zeta = 0.75$ ，单位斜坡输入的稳态误差为  $e_{ss} = 0.25$ 。

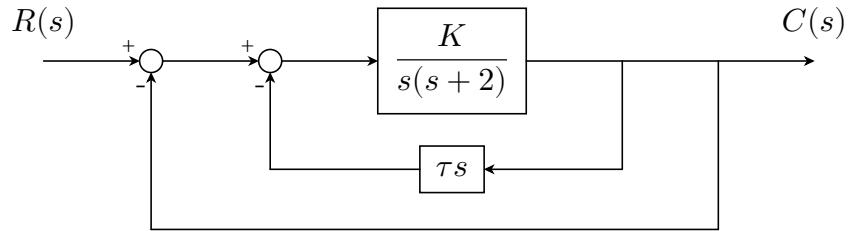


图 1

五、[15分] 确定图2所示控制系统的传递函数  $\frac{U_c(s)}{U_r(s)}$ 。

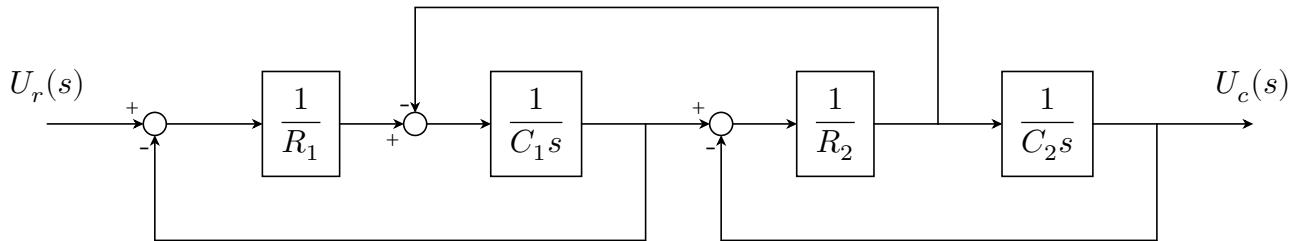


图 2

六、[15分] 一个单位反馈系统的闭环特征方程为  $s^2(s + 10) + K(s + 1) = 0$ ，绘制该系统的根轨迹图。

七、 [15 分] 假如一个闭环系统如图 3 所示, 确定增益  $K_1$  和系数  $\alpha$ , 使系统的两个闭环主导极点为  $s_{1,2} = -3 \pm 3 j$ 。

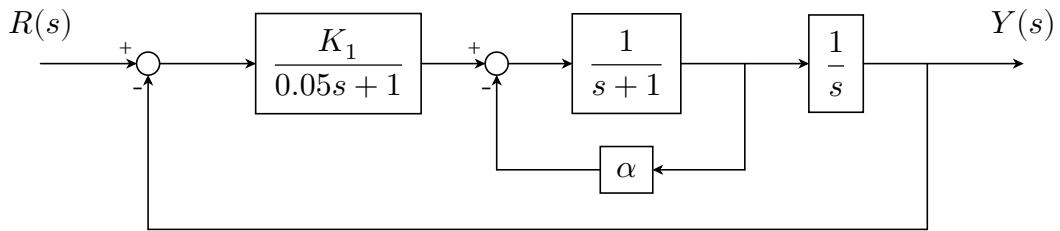


图 3

八、 [15 分] 考虑如下的线性定常系统:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

其系统矩阵为:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

请回答以下问题:

(1) 设计状态反馈控制器  $u = -Kx$ , 将闭环系统的极点配置在  $-2 \pm 2 j$ 。

[6 分]

(2) 详细说明采用极点配置方法设计控制器的物理意义和主要步骤。

[9 分]

九、 [15 分] 考虑一个二阶非线性系统，其动态特性由以下微分方程描述：

$$\ddot{x} + 0.5\dot{x} + 2x + x^2 = 0$$

令  $x_1 = x, x_2 = \dot{x}$ , 可将系统转化为状态空间方程形式：

(1) 写出该系统的状态方程，并求出其所有的平衡点（奇点）。

[4 分]

(2) 在每一个平衡点附近，对系统进行线性化，并写出线性化后的系统矩阵。

[4 分]

(3) 判断每个平衡点的稳定性。

[4 分]

(4) 定性地画出该系统的相轨迹图示意图。

[3 分]

十、 [15 分] 已知某离散系统的闭环脉冲传递函数为：

$$\phi(z) = \frac{z + 0.5}{z^2 - 0.5z + 0.2}$$

请回答以下问题：

(1) 写出该系统的闭环特征方程。

[3 分]

(2) 判断该系统的稳定性。

[6 分]

(3) 当输入为单位阶跃序列时，求系统的稳态输出值  $y(\infty)$ 。

[6 分]