

Задача 1. Пусть $C(t, S; T, K)$ – цена колл-опциона в модели БШ:

$$C(t, S; T, K) = S \cdot N(d_1) - e^{-r(T-t)} K \cdot N(d_2)$$

где

$$d_1 = \frac{\log(S/K) + r(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} + \frac{\sigma\sqrt{T-t}}{2}$$
$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

Найти греки:

$$\Delta = \frac{\partial C}{\partial S}$$
$$\Gamma = \frac{\partial^2 C}{\partial S^2}$$
$$\nu = \frac{\partial C}{\partial \sigma}$$
$$\Theta = \frac{\partial C}{\partial t}$$

Задача 2. Рассмотрим контракт с пэйоффом:

$$\Phi(S_T) = C(T, S_T; T', S_T)$$

т.е. контракт, который в момент T выплачивает стоимость АТМ опциона с датой погашения T' . Найти его стоимость $p(t, \Phi)$.

Задача 3. Найти стоимость контракта в t с пэйоффом в T' :

$$\Phi(S'_T) = (S_{T'} - S_T)^+$$

где $t < T < T'$.

Задача 4. Пусть h – дельта-нейтральный портфель. Найти PnL портфеля ΔV_t^h при малых Δt . Есть ли тут арбитраж?

Задача 5. Найти стоимость опциона с пэйоффом:

$$\Phi(S_T) = |S_T - K|^+$$

При каком страйке K δ такого опциона равна нулю?

Задача 6. Реплицировать с помощью ванильных опционов пэйофф:

$$\Phi(S_T) = \begin{cases} K_1 - S_T, & S_T < K_1 \\ 0, & K_1 \leq S_T \leq K_2 \\ S_T - K_2, & K_2 < S_T \end{cases}$$

Задача 7. Реплицировать с помощью ванильных опционов пэйофф:

$$\Phi(S_T) = \begin{cases} 1, S_T \geq K \\ 0, S_T < K \end{cases}$$

Задача 8. Реплицировать с помощью ванильных опционов пэйофф:

$$\Phi(S_T) = g(S_T)$$

где $g(x)$ – гладкая финитная функция. Найти стоимость дериватива с таким пэйоффом.