

---

*Задача 1* (Стохастический интеграл 2). Пусть  $B_t$  – броуновское движение. Введём forward-looking стохастический интеграл по формуле:

$$\int_0^t g_s \circ dB_s := \lim_{\delta \rightarrow 0} \sum_{k=0}^{n-1} g_{t_{k+1}} (B_{t_{k+1}} - B_{t_k})$$

где  $0 = t_0 < \dots < t_n = t$  – разбиение  $[0, t]$ , предел берётся по всем разбиениям при диаметре  $\delta \rightarrow 0$ . Вычислить

$$2 \int_0^t B_s \circ dB_s$$

Сравнить ответ с интегралом Ито.

*Задача 2.* Доказать формулу Ито для процесса Ито.

*Задача 3.* При каком  $\alpha$  процесс  $X_t = e^{\alpha t + \sigma B_t}$  является мартингалом? Решить с помощью леммы Ито.

*Задача 4.* Пусть  $X_t = B_t^4 + f(t)B_t^2 + g(t)$ , где  $B_t$  – броуновское движение,  $f(t), g(t)$  – детерминированные функции.

При каких  $f, g$  процесс  $X_t$  является мартингалом?