

Задача 1. (Оптимизация функции полезности) Решите задачу оптимизации с ограничениями.

$$\begin{cases} u(x, y) = x^\alpha y^\beta \rightarrow \max \\ p_x \cdot x + p_y \cdot y = 1 \end{cases}$$

Задача 2. (Санкт-Петербургский парадокс): Вам предложили игру, в которой последовательно кидается монетка:

1. Если орел - вы получаете 1 у.е. и игра заканчивается, если решка - переходите к следующему броску
2. Если орел - вы получаете 2 у.е. и игра заканчивается, если решка - переходите к следующему броску
3. Если орел - вы получаете 4 у.е. и игра заканчивается, если решка - переходите к следующему броску
4. ...

Найдите мат. ожидание выигрыша в игре. Найдите Cash Equivalents для функции полезности  $u(x) = \log_2 x$

Задача 3. Докажите неравенство Йенсена: Пусть  $\xi$  - случайная величина,  $u$  - вогнутая функция ( $u'' < 0$ ), тогда

$$u(\mathbb{E}\xi) \geq \mathbb{E}(u(\xi))$$

Задача 4. (Продолжение) Пусть дисперсия  $\sigma^2$  случайной величины  $\xi$  мала. Решите уравнение относительно  $x$ :

$$u(x) = \mathbb{E}(u(\xi))$$

с точностью до  $o(\sigma^2)$  (здесь  $o$ :  $o$ -малое)

Задача 5. Найти функции полезности с:

- постоянным абсолютным риск-неприятием  $-\frac{u''(x)}{u'(x)} = \alpha = \text{const}$  (CARA)
- постоянным относительным риск-неприятием  $\rho(x) = -x \cdot \frac{u''(x)}{u'(x)} = \text{const}$  (CRRA)
- \* линейной толерантностью  $\tau(x) = -\frac{u'(x)}{u''(x)} = A + Bx$  (HARA)

Задача 6. Определить риск-премию:

$$\xi \sim N(\mu, \sigma^2), u(x) = -e^{-\alpha x}$$