

Задача 1. Найдите стоимость форвардного контракта $\Phi(S_T) = S_T - K$ на акцию, которая платит дивиденды D . А именно, считаем, что сразу после покупки акции в момент $t = 0$ за S_0 вместе с акцией получаем D рублей дивидендов. Безрисковая ставка r .

Указание. Реплицируйте выплату форвардного контракта с помощью акции и безрискового банковского счёта.

Задача 2. Найдите форвардную цену для акции из задачи выше.

Задача 3. Пусть $C(K)$ – цена колл-опциона со страйком K . Покажите, что $C(K)$ – выпуклая функция. А именно, покажите, что

$$\forall K, \Delta : C(K + \Delta) - 2C(K) + C(K - \Delta) \geq 0.$$

Указание. Предположите противное, постройте арбитражный портфель.

Задача 4. Модель Мертона

Рассмотрим однопериодную модель фирмы. Пусть L – уровень её долга (постоянная величина), A – активы фирмы (случайная величина). В момент времени $t = 1$ производятся выплаты акционерам и кредиторам.

Если активов A больше чем обязательств L , то кредиторам выплачивают долг L , акционерам выплачивают оставшиеся средства $A - L$. Если активов меньше, чем обязательств, все активы идут на уплату долга.

1. Выразите функции выплаты акционерам и кредиторам через пэйоффы колл и пут опционов на активы A
2. Свяжите уравнение бухгалтерского учета (Активы = Обязательства + Капитал) и Call-Put parity