

Лекция 4. Рынки

March 15, 2025

РЫНКИ

	Статичные (\leq итераций)	Динамичные (∞ итераций)	# Периодов
1 агент	Оптимальное $a^* = \arg\max_R u(a)$	Оптимальное управление $a^*(t) = \arg\max_R U[a(t)]$	
N агентов	Теория игр $a^* = \text{Nash}(u_1, \dots, u_N)$	Аналогично теории игр $a^*(t) = \text{Nash}(U_1, \dots, U_N)$	
# Агентов			

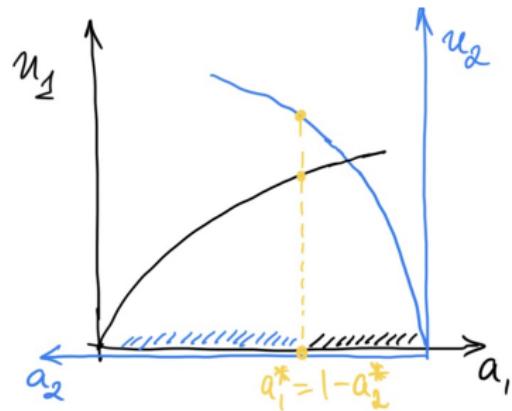
Рынок совершенной конкуренции: равновесие по Парето

Как моделировать взаимодействие между
агентами?

Рынок с одним активом

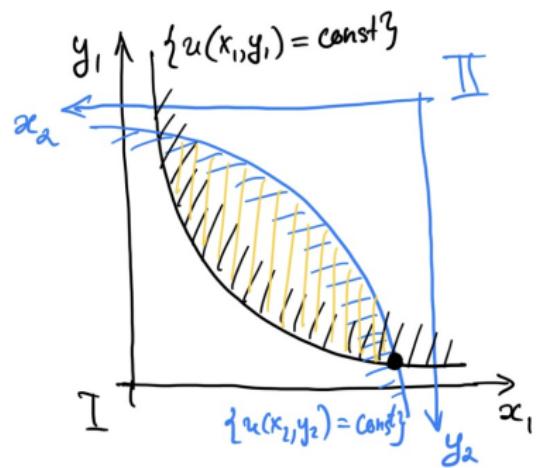
- Один товар: x
- Два участника:
 $u_1(x_1), u_2(x_2)$ - функции полезности
- Только обмен товарами:
 $x_1 + x_2 = 1$

Нет взаимовыгодного обмена - рынок в равновесии



Рынок с двумя акт.: Ящик Эджворта (Edgeworth box)

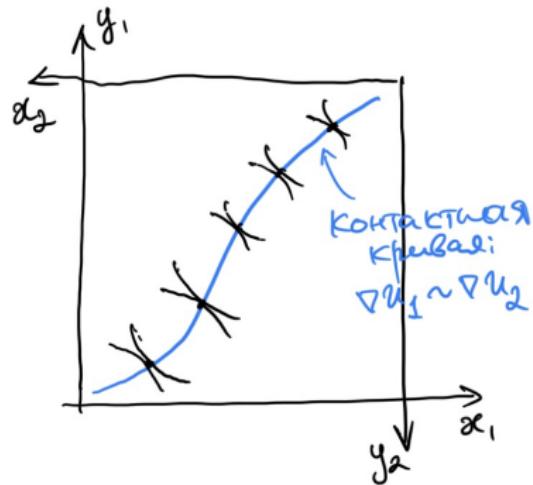
- Два товара: (x, y)
- Два участника:
 $u_1(x_1, y_1), u_2(x_2, y_2)$ -
 функции полезности
- Только обмен товарами:
 $x_1 + x_2 = 1, y_1 + y_2 = 1$



Парето эффективное распределение активов

Контактная кривая:

- Нельзя улучшить полезность одного не уменьшая полезность другого
- Множество преобладающих распределений пусто
- Множество с отсутствием мотивации для торговли
- $MRS_1 = MRS_2$



Общий случай Парето эффективности

Зададим покомпонентный (частичный!) порядок на векторах $a, b \in \mathbb{R}^k$:

$$a \leq b \Leftrightarrow a_i \leq b_i, \quad a < b \Leftrightarrow a \leq b \wedge a \neq b$$

Определение

Максимальное распределение $c^* = (c_1, \dots, c_k)$ относительно порядка $<$ называется эффективным по Парето, то есть

$$\nexists c : u(c) > u(c^*)$$

$$u(c) = (u_1(c), \dots, u_k(c)).$$

Нельзя улучшить аллокацию не дискриминируя никакого агента

Рынок совершенной конкуренции

- Агенты оптимизируют полезность при данных ценах (price-takers)

$$p \mapsto c_j(p) = \operatorname{argmax}(u_j(c_j)|\langle p, \Delta c_j(p) \rangle = 0)$$

- Формируют кривые спроса и предложения:

$$\Delta c_j(p) = c_j(p) - c_j^0$$

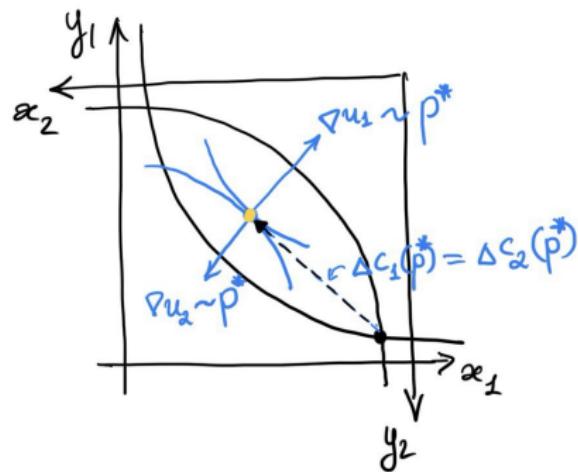
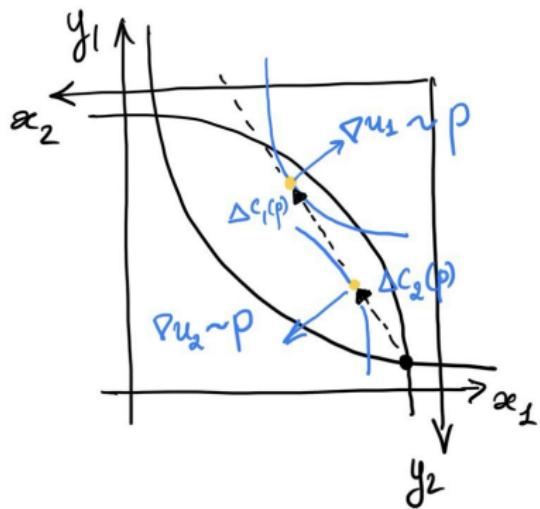
- Цена которая клирит рынок - равновесие:

$$\Delta c_1(p) = \Delta c_2(p)$$

Фундаментальные теоремы экономики(1/3)

Первая фундаментальная теорема экономики

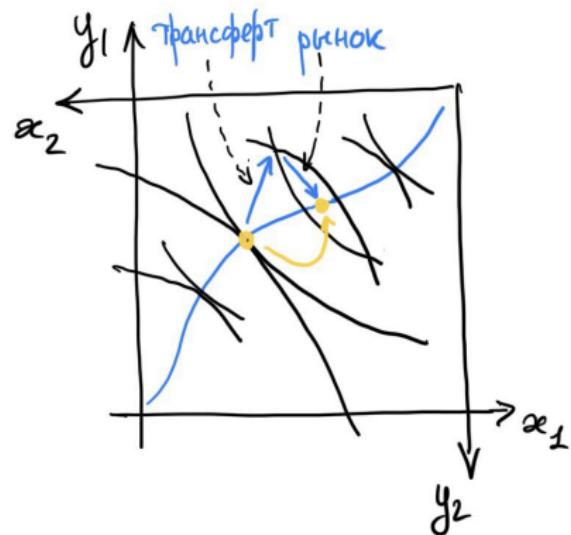
Конкурентное равновесие - Парето оптимально



Фундаментальные теоремы экономики(2/3)

Вторая фундаментальная
теорема экономики

Любое Парето оптимальное
распределение достижимо
через трансферты

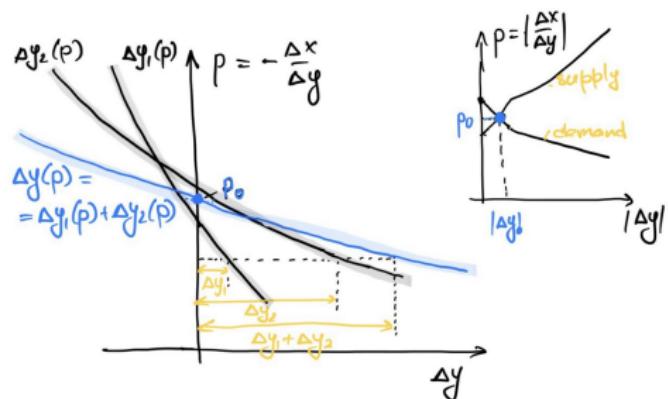


Фундаментальные теоремы экономики(3/3)¹

Агрегированная функция полезности

Рынок совершенной конкуренции нескольких агентов равносителен рынку одного агента

$$u(a) = \left(\sum_j u_j^*(a) \right)^*$$

¹При квазилинейной функции полезности