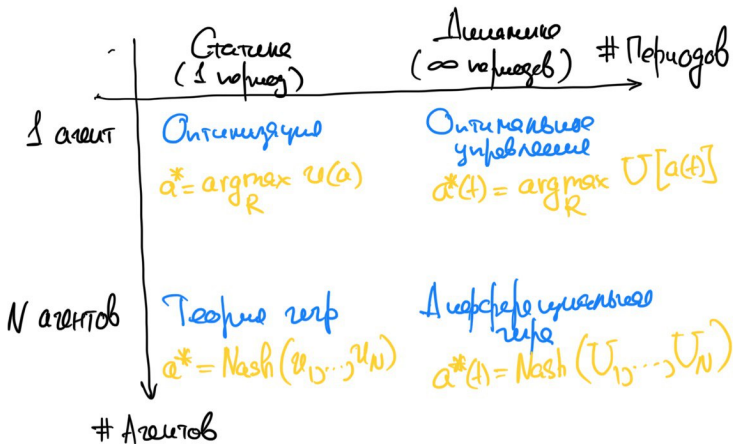


## Лекция 4. Рынки

March 15, 2025

# Рынки

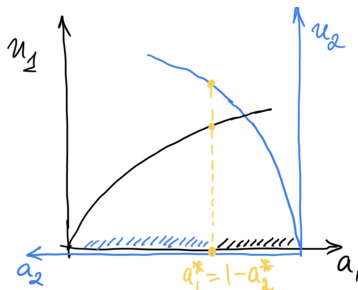


# Рынок совершенной конкуренции: равновесие по Парето

Как моделировать взаимодействие между агентами?

# Рынок с одним активом

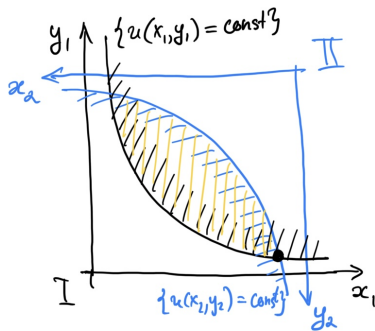
- Один товар:  $x$
- Два участника:  
 $u_1(x_1), u_2(x_2)$  - функции полезности
- Только обмен товарами:  
 $x_1 + x_2 = 1$



Нет взаимовыгодного обмена - рынок в равновесии

# Рынок с двумя акт.: Ящик Эджворта (Edgeworth box)

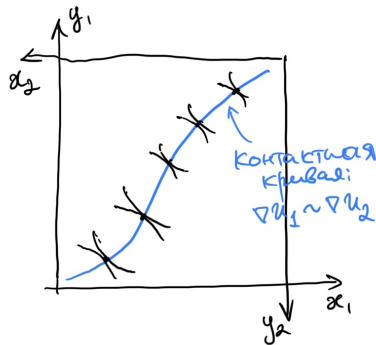
- Два товара:  $(x, y)$
- Два участника:  
 $u_1(x_1, y_1)$ ,  $u_2(x_2, y_2)$  -  
функции полезности
- Только обмен товарами:  
 $x_1 + x_2 = 1$ ,  $y_1 + y_2 = 1$



# Парето эффективное распределение активов

Контактная кривая:

- Нельзя улучшить полезность одного не уменьшая полезность другого
- Множество преобладающих распределений пусто
- Множество с отсутствием мотивации для торговли
- $MRS_1 = MRS_2$



## Общий случай Парето эффективности

Зададим покомпонентный (частичный!) порядок на векторах  $a, b \in \mathbb{R}^k$ :

$$a \leq b \Leftrightarrow a_i \leq b_i, \quad a < b \Leftrightarrow a \leq b \wedge a \neq b$$

### Определение

Максимальное распределение  $c^* = (c_1, \dots, c_k)$  относительно порядка  $<$  называется эффективным по Парето, то есть

$$\nexists c : u(c) > u(c^*)$$

$$u(c) = (u_1(c), \dots, u_k(c)).$$

Нельзя улучшить аллокацию не дискриминируя никакого агента

# Рынок совершенной конкуренции

- Агенты оптимизируют полезность при данных ценах (price-takers)

$$p \mapsto c_j(p) = \operatorname{argmax}(u_j(c_j) | \langle p, \Delta c_j(p) \rangle = 0)$$

- Формируют кривые спроса и предложения:

$$\Delta c_j(p) = c_j(p) - c_j^0$$

- Цена которая клирит рынок - равновесие:

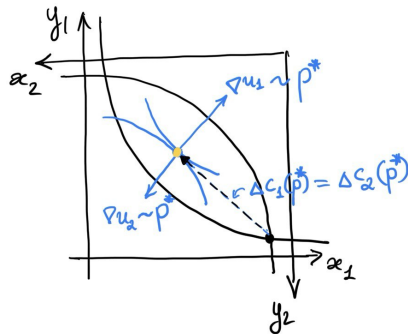
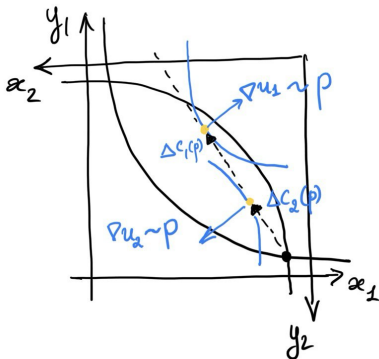
$$\Delta c_1(p) = \Delta c_2(p)$$



# Фундаментальные теоремы экономики(1/3)

## Первая фундаментальная теорема экономики

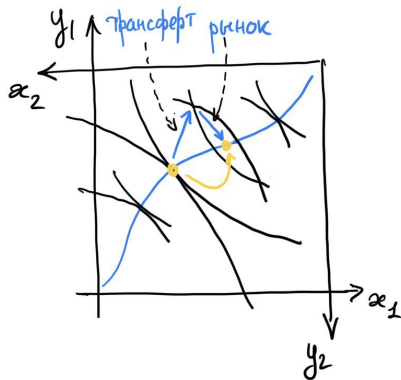
Конкурентное равновесие - Парето оптимально



# Фундаментальные теоремы экономики(2/3)

## Вторая фундаментальная теорема экономики

Любое Парето оптимальное распределение достижимо через трансферты

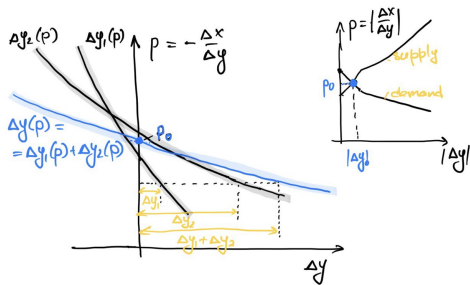


# Фундаментальные теоремы экономики(3/3)<sup>1</sup>

## Агрегированная функция полезности

Рынок совершенной конкуренции нескольких агентов равносильен рынку одного агента

$$u(a) = \left( \sum_j u_j^*(a) \right)^*$$



<sup>1</sup>При квазилинейной функции полезности