E-1214 FUNDAMENTOS DE LAS COMUNICACIONES - AÑO 2024

TP Nº3: Sistemas de Modulación Analógicos.

1. **Modulación lineal con señales determinísticas.**

   Considere que la señal $m(t)$ es modulada sobre una portadora de 1kHz. En cada caso, dé una expresión para la señal modulada $x(t)$, grafique esquemáticamente su forma temporal, calcule su transformada de Fourier y obtenga su densidad espectral de potencia o energía según corresponda.

   a) DBL-PS y $m(t) = \cos(2\pi 100t)$.
   b) DBL-PS y $m(t) = \mathrm{sinc}(100t)$.
   c) AM con $a = 0{,}5$ y $m(t) = \cos(2\pi 100t)$.
   d) AM con $a = 1$ y $m(t) = \mathrm{sinc}(100t)$.
   e) AM con $a = 1{,}5$ y $m(t) = \mathrm{sen}(2\pi 100t)$.
   f) BLU-S y $m(t) = \cos(2\pi 100t)$.
   g) BLU-I y $m(t) = \mathrm{sinc}(100t)$.

   Se recomienda verificar los gráficos hechos a mano de las señales moduladas en el tiempo utilizando Matlab. También puede corroborar la forma de la densidad espectral y la potencia de la señal modulada utilizando lo realizado en el TP1.

2. **Modulación lineal con señales aleatorias.**

   Considere un PAESA $M(t)$ con distribución de amplitudes uniforme entre -1 y 1, y DEP $S_{MM}(f)$ nula si $|f| > W$. Se modula $M(t)$ de manera lineal con frecuencia de portadora $f_p \gg W$. En todos los casos considere $\Theta \sim \mathcal{U}[0, 2\pi]$ e independiente de $M(t)$.

   a) La modulación es DBL-PS con $X(t) = AM(t)\cos(2\pi f_p t + \Theta)$. Calcule $S_{XX}(f)$ y la potencia del proceso. ¿Es $X(t)$ PAESA? ¿Cómo debe demodularse $X(t)$ para recuperar $M(t)$?
   b) La modulación es AM con $X(t) = A(1 + aM_n(t))\cos(2\pi f_p t + \Theta)$. Exprese a $M_n(t)$ en función de $M(t)$. Calcule $S_{XX}(f)$. ¿Es $X(t)$ PAESA? Calcule la eficiencia en el uso de la potencia de la señal modulada. ¿Cómo puede demodularse $X(t)$ para recuperar $M(t)$ si $a < 1$? ¿Y si $a > 1$? ¿En qué caso es necesario que el receptor conozca el valor que tomó Θ?
   c) Si $\hat{M}(t)$ es la transformada de Hilbert de $M(t)$, calcule $S_{\hat{M}M}(f)$ y $S_{\hat{M}\hat{M}}(f)$. ¿Es $\hat{M}(t)$ PAESA?
   d) Se modula $M(t)$ en BLU superior obteniéndose $X(t) = AM(t)\cos(2\pi f_p t + \Theta) - A\hat{M}(t)\,\mathrm{sen}(2\pi f_p t + \Theta)$. Obtenga $S_{XX}(f)$. ¿Es X(t) PAESA? ¿Cómo debe demodularse $X(t)$ para recuperar $M(t)$?

3. **Detección coherente con errores.**

   La señal $m(t)$ se modula en DBL-PS obteniéndose $x(t) = m(t)\cos(2\pi f_p t)$. El receptor realiza una demodulación coherente utilizando como referencia la portadora $\cos(2\pi f_p t + \theta(t))$.

   a) Halle una expresión para la señal demodulada si $\theta(t) = \theta_0$. ¿Cuál es el valor máximo del error de fase para que la pérdida de potencia debido a este error no supere 1dB?
   b) Obtenga la señal demodulada cuando hay un error de frecuencia Δf, es decir $\theta(t) = \Delta f t$.
   c) Calcule la pérdida de potencia promedio en la demodulación si $\theta(t) \sim \mathcal{U}[-\pi/10, \pi/10]$.
   d) Obtenga la señal demodulada si se transmitió en BLU ($x(t) = m(t)\cos(2\pi f_p t) \pm \hat{m}(t)\,\mathrm{sen}(2\pi f_p t)$).
   e) Muestre que si $m(t)$ es una señal de potencia $x^2(t)$ tiene una componente de frecuencia en $2f_p$. A partir de esta señal es posible recuperar la portadora en el receptor.**Ayuda:** Si $m(t)$ es de potencia puede escribir lo siguiente $m^2(t) = \overline{m^2} + \widetilde{m^2}(t)$.
   f) Compruebe que el método de recuperación de portadora anterior no sirve para señales de BLU.

4. **Repensando BLU**

   La modulación en Banda Lateral Única (BLU) puede interpretarse como una forma híbrida entre modulación de amplitud y modulación de frecuencia. Analice cómo resulta la envolvente y la fase instantánea de las señales de BLU-I y BLU-S. **Ayudas:** a) Puede servirle interpretar la señal de BLU en forma fasorial. b) Puede servirle recordar que $a\ cos(\theta) + b\ sen(\theta) = A\ cos(\theta + \phi)$

5. **Modulando y Demodulando con Matlab**.

a) Tome muestras de una señal de voz $m(t)$ y guárdelas en un archivo *wav*. Para ello puede utilizar cualquier programa de audio o el *Data Acquisition Toolbox* de Matlab. Otra opción es bajar el archivo de sonido de la página web de la cátedra.

b) Grafique y escuche $m(t)$. Obtenga y grafique una estimación de su dep usando la función `pwelch`. Para ello puede guiarse por las siguientes sentencias:

```
% Carga del audio de mensaje.
[m,fs] = audioread('barrilete.wav');
% Estimación de la dep con FFT's de largo 4096.
[Smm,f] = pwelch(m,ones(1,4096),0,[],fs,'twosided');
Smm = fftshift(Smm); f = fftshift(f);
f(1:floor(length(f)/2)) = f(1:floor(length(f)/2)) - fs;
figure, plot(f,Smm,'.-')
```

c) Calcule la potencia media normalizada P_m del mensaje.

d) Antes de realizar la modulación, realize una interpolación de la señal, aumentando en, por ejemplo, 10 veces la frecuencia de muestreo. ¿Se le ocurre alguna razón para justificar esto?

```
% Aumento la tasa de muestreo 10 veces ¿Para qué?
m = interp(m,10); fs = 10*fs;
% Normalizo el mensaje...
m = m./(abs(min(m)));
```

e) Module con la señal $m(t)$ en AM, utilizando valores de frecuencia y fase en la portadora generados de forma aleatoria. Utilize índice de modulación $a < 1$.

```
% Frecuencia máxima de la señal audio1.
fmax = 4e3;
% Modulando en AM. Frecuencia de la portadora [Hz].
fc = fix((fs/4 - fmax)*rand + fmax);
a = 0.95; Ac = 10; tita = 2*pi*rand;
env = Ac*(1+a*m);
N = length(m); t=0:1/fs:(N-1)/fs;
p   = cos(2*pi*fc.*t+tita);
xc  = env.*p;
figure, plot(t',xc,'.-'), hold on, plot(t',env,'r.-'),
plot(t',-env,'r.-'); xlim([0,1000/fs]);
```

f) Obtenga y grafique una estimación de la dep de la señal modulada usando la función `pwelch`. Calcule la potencia de la portadora y del mensaje. Obtenga la eficiencia E_{ff} para este sistema de modulación.

g) Demodule la señal utilizando detector de envolvente. Busque qué calcula la función $hilbert(.)$ en Matlab.

```
% Detector de envolvente.
xd = abs(hilbert(xc));
xd = xd-mean(xd);
```

h) Escuche el mensaje demodulado (en algunos casos, es necesario diezmar la señal previamente).

```
yd = decimate(xd,10); fs2 = fs/10; yd = yd/max(abs(yd));
sound(yd,fs2);
```

i) Analice qué sucede para otros valores del índice de modulación.

j) Realice los cambios mínimos para modular la señal $m(t)$ con DBL-PS.

k) Recupere la portadora y demodule coherentemente la señal. Puede usar las siguientes sentencias:

```
% Recuperación de Portadora. Usaremos la fase original.
xxc = xc.^2; XXC = fft(xxc);
f = 0:fs/N:(N-1)*fs/N;
[maxi,ind] = max(abs(XXC(10:floor(length(XXC)/2))));
fc_est = fix(f(ind)/2+1); fase = angle(XXC);
xd = xc.*cos(2*pi*fc_est.*t.'+tita); % Demodulación.
[Z,Y]=butter(15,0.2); xd=filter(Z,Y,xd);
```

l) Calcule la diferencia entre la estimación de frecuencia y f_c. Grafique la señal demodulada en el tiempo y escúchela. ¿Qué ocurre si se introduce un error de fase de $\pi/4$ rad. y de $\pi/2$ rad.?

m) Ahora modifique la generación de la portadora de esta manera:

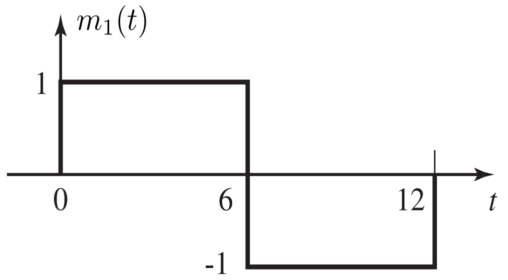
```
fc = (fs/4 - fmax)*rand + fmax;
```

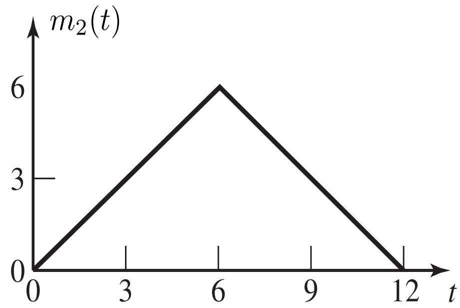
Calcule nuevamente la diferencia entre la estimación de frecuencia y f_c. Escuche la señal obtenida al demodular. ¿Escucha algo distinto que en el caso anterior sin error de fase? Grafique la señal en el tiempo e interprete este indeseable efecto debido a la implementación utilizada en la recuperación de la portadora.

n) Por último, module ahora en BLU y demodule. ¿Puede estimar la fase de la portadora transmitida a partir de la señal modulada recibida? Intente demodular con distintos valores de frecuencia y fase. Debería escuchar efectos como los escuchados durante la demostración del equipo de BLU en clase.

6. **Modulando en fase**

a) Grafique las señales que se obtendrían al modular en PM y en FM con cada uno de los mensajes $m_1(t)$ y $m_2(t)$ de la figura. Considere $f_c = 1/2$, $k_p = \pi/2$, $k_f = 1/4$. Compare los resultados de modular $m_1(t)$ en FM y $m_2(t)$ en PM. Analice cómo resulta la desviación de fase y de frecuencia en cada caso.





b) Un transmisor de FM tiene salida $x(t) = A\cos\left(2\pi f_p t + 2\pi k_f \int_{-\infty}^{t} m(\alpha)d\alpha\right)$, con $k_f = 30\text{Hz/V}$. Para cada uno de los siguientes casos encuentre la desviación de fase (en radianes) y la desviación de frecuencia (en Hz). Grafique.

I. $m(t) = 2\sqcap(t-0{,}5)$ II. $m(t) = 3\wedge(t-1)$

III. $m(t) = \text{sen}(2\pi t)u(t)$ IV. $m(t) = e^{-t}u(t)$

c) La portadora usada por un transmisor es $f_p = 1\text{kHz}$. Encuentre la desviación de fase y de frecuencia para las siguientes salidas del transmisor

I. $x(t) = \cos(2\pi 1100 t)$ II. $x(t) = \cos(2\pi 1000 t + 10t^2)$

III. $x(t) = \cos(2\pi 1000 t^2)$ IV. $x(t) = \cos(2\pi 1100 t + \text{sen}(2\pi t))$

d) Una señal de audio $m(t)$ tiene ancho de banda $W = 15$kHz y el valor pico de $|m(t)|$ es 5V. Esta señal modula en FM a una portadora. Calcule la relación de desviación de frecuencia (D) y el ancho de banda aproximado de la señal generada si la constante de desviación del modulador es:

I. $k_f = 30$Hz/V II. $k_f = 300$Hz/V
III. $k_f = 3$kHz/V IV. $k_f = 30$kHz/V

7. **Banda ancha vs. banda angosta**

a) Dado un mensaje aleatorio $M(t)$ ESA, con media nula y ancho de banda W se genera la señal $X(t) = A\cos(2\pi f_p t + k_p M(t))$, con $f_p \gg W$ y $k_p \ll 1$.

I. ¿Qué tipo de modulación posee la señal? Encuentre la desviación de fase y de frecuencia.
II. Encuentre una expresión aproximada para $X(t)$. Dibuje un circuito que permita generar $x(t)$ usando esta aproximación.
III. Haga un esquema del espectro de $X(t)$ y calcule su potencia si P_M es la potencia de $M(t)$.
IV. Verifique que, mientras sea válida la aproximación de banda angosta, esta modulación se comporta incrementalmente lineal (puede ver qué se obtiene al modular con $aM_1(t) + bM_2(t)$).
V. Eleve $X(t)$ al cuadrado y filtre la componente de continua ¿Cuál es la nueva frecuencia de portadora? ¿Cuál es la nueva desviación de fase?

b) Una señal con valor pico 1V y ancho de banda 10kHz se debe modular en FM con $f_p = 100$MHz.

I. Alguien asegura que si se utiliza $k_f = 1$kHz/V el ancho de banda ocupado será 2kHz y que así se puede ahorrar ancho de banda respecto a los sistemas de modulación lineal. ¿Está en lo cierto?
II. Si se utilizara $k_f = 1$MHz/V ¿Será el ancho de banda 2MHz? Explique las diferencias con I.

c) Se tiene una señal $x(t) = A\cos(2\pi f_p t + k_p m(t))$ con $f_p = 1$MHz y $k_p = 0{,}1$. Proponga un circuito que permita cambiar los parámetros de $x(t)$ a $f_p = 90$MHz y $k_p = 5$. Considere que $m(t)$ posee valor absoluto máximo uno y que su ancho de banda es 10kHz.

d) Se desea construir un transmisor de FM con portadora $f_p = 180$MHz y desviación máxima de frecuencia 25kHz, para mensajes con ancho de banda de 16kHz. Para ello se cuenta con:
- Un VCO con $f_0 = 2$MHz, constante 400Hz/V y rango de tensiones de entrada $\pm 0{,}5$V.
- Multiplicadores de frecuencia $\times 2$, $\times 3$ y $\times 5$.
- Mezcladores, derivadores, integradores y amplificadores.
- Osciladores fijos entre 1 y 300MHz.
- Filtros pasabajos y pasabanda.

I. Haga un diagrama en bloques del transmisor ¿En qué puntos la señal es FM de banda ancha?
II. Se aplica al transmisor una señal sinusoidal de 0.1V y frecuencia 1kHz. Dibuje aproximadamente el espectro de la señal en cada punto del diagrama.
III. Modifique el transmisor para que module en PM.

8. **Espectro de FM en Matlab**

Se propone analizar el comportamiento del espectro de las señales de FM mediante simulación. En primer lugar usaremos un mensaje sinusiodal para poder comparar con los resultados teóricos conocidos, luego pasaremos a usar un mensaje aleatorio y por último usaremos muestras la señal de FM comercial local.

a) Genere un mensaje sinusoidal de frecuencia 25 kHz y largo $N = 1e6$. Para que se puedan apreciar los detalles en el espectro conviene utilizar una frecuencia de muestreo de 1MHz. Estime su DEP promediando FFT´s de largo 1000, usando la función `pwelch` como en ejercicios anteriores. Para ello puede guiarse por las siguientes sentencias:

```
fm=1000000; N=1000000; t=0:1/fm:(N-1)/fm; m=cos(2*pi*25000*t);
```

b) Calcule la señal modulada en FM usando una portadora en $f_c = 250$ kHz y $\beta = 0{,}1$, $\beta = 1$ y $\beta = 10$. Obtenga su DEP estimada en escala lineal y logarítmica. Para ello puede guiarse por las siguientes sentencias:

```
fc= 250000; Ac= 10; tita=2*pi*rand; %Datos de la portadora
mn=m/max(m); phi=cumsum(mn)*1/fm; fd=1000; %Mensaje y modulación
xc=Ac.*cos(2*pi*fc.*t.'+2*pi*2.5*fd*phi.'+tita);
figure(1); plot(t,xc); title('Señal modulada en FM')
figure(2); [Sxx,f]=pwelch(xc,ones(1,100000),0,[],fm,'twosided');
plot(f,Sxx); title('Densidad Espectral de Potencia Estimada')
figure(3); pwelch(xc,ones(1,10000),0,[],fm,'twosided');
```

Compare los resultados obtenidos analizando si la señal es de banda angosta, o ancha, y calculando los valores de las funciones de bessel correspondientes.

c) Genere un mensaje aleatorio con media nula, distribución gaussiana y ancho de banda 25 kHz. Para ello puede guiarse por las siguientes sentencias:

```
m=randn(size(t)); [B,A]=butter(14,.05); m=filter(B,A,m);
m=filter([1 -1]*fm,1,m); % Aprox. un derivador (aumenta las altas frecuencias).
m=m-mean(m);
```

Obtenga su DEP estimada en escala lineal y logarítmica, promediando FFT´s de largo 1000.

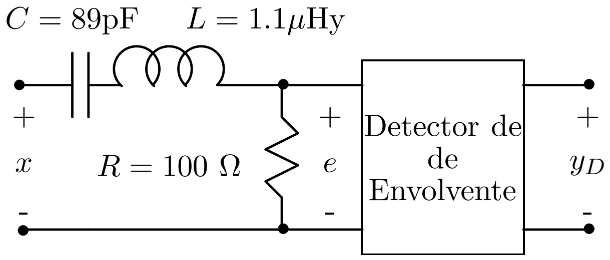
d) Calcule la señal modulada en FM usando una portadora en $f_c = 250$ kHz y $D = 0{,}1$, $D = 1$ y $D = 10$. Obtenga su DEP estimada en escala lineal y logarítmica. En el caso banda angosta, ¿reconoce que la forma de su espectro proviene del espectro original del mensaje? Para apreciarlo mejor puede descontar la portadora antes de calcular la DEP. En el caso banda ancha ¿puede apreciar que el espectro empirza a tener más la forma de la distribución de amplitudes del mensaje?

e) Del sitio web de la materia descargue el archivo `signal_modFM.zip` que contiene muestras de la señal de dos estaciones de radio FM comercial local muestreada a $f_s = 1{,}024$MHz. Descomprímalo y cárguelo en Matlab. Obtenga su DEP estimada promediando como en los incisos anteriores. ¿Puede distinguir las dos estaciones? ¿Cuánto es aproximadamente su ancho de banda? Compare con el ancho de banda de Carson obtenido para una desviación máxima de 75kHz y un ancho de banda del mensaje de 15kHz. Si se anima, intente demodular los mensajes ;)

9. **Modulando y demodulando FM con resonancias.**

a) Suponga que una señal de FM se genera directamente variando la frecuencia de un oscilador LC. El valor de inductancia es L mientras que la capacidad varía con la señal moduladora de acuerdo a $C = C_0 + km(t)$. Calcule la frecuencia de resonancia del oscilador. Estime en qué rango de amplitudes la frecuencia generada varía en forma lineal con $m(t)$ (en el desarrollo en serie de Taylor considere que el término cuadrático sea 10 veces menor al lineal).

b) Considere el siguiente esquema de un discriminador de FM. La impedancia de entrada del detector de envolvente puede considerarse infinita. Calcule y grafique el módulo de la transferencia $E(f)/X(f)$. A partir de este dibujo determine para qué portadora es adecuado y obtenga la constante del discriminador K_D. Estime en forma aproximada la máxima desviación de frecuencia permitida a la señal de entrada (considere un error del 1 %).



c) Ajuste los valores de R, L y C en el circuito anterior para diseñar un discriminador para señales con portadora en 100MHz y desviación de frecuencia máxima 20MHz.

Algunos resultados

2. *a)* $S_{xx} = \dfrac{A^2}{4}\left(S_{MM}(f+f_p) + S_{MM}(f-f_p)\right) \quad P_{xx} = \dfrac{A^2}{2}P_{MM}$

   b) $S_{xx} = \dfrac{A^2}{4}\left(\delta(f+f_p) + \delta(f-f_p)\right) + \dfrac{A^2a^2}{4}\left(S_{MM}(f+f_p) + S_{MM}(f-f_p)\right)$

   c) $S_{\hat{M}M}(f) = -jS_{MM}(f)sign(f) \quad S_{\hat{M}\hat{M}}(f) = S_{MM}$

   d) $S_{xx} = \dfrac{A^2}{2}\left[S_{MM}(f+f_p)(1 - sign(f+f_p)) + S_{MM}(f-f_p)(1 + sign(f-f_p))\right]$

3. *a)* $\theta_0 \leq 27^{\text{o}}$.

   c) $P_p = 0{,}14\ dB$

   d) $y_D = \dfrac{m(t)}{2}cos(\theta) \mp \dfrac{\hat{m}(t)}{2}sen(\theta)$

6. *c)* I. $\Delta\theta = 2\pi 100t$ rad, $\Delta f = 100$ Hz.
   II. $\Delta\theta = 10t^2$ rad, $\Delta f = 10t/\pi$ Hz.
   III. $\Delta\theta = 2\pi 1000(t^2 - t)$ rad, $\Delta f = 1000(2t-1)$ Hz.
   IV. $\Delta\theta = 2\pi 100t + \text{sen}(2\pi t)$ rad, $\Delta f = 100 + \cos(2\pi t)$ Hz.

   d) I. $D = 0{,}01$, $B_c = 30{,}3$ kHz.
   II. $D = 0{,}1$, $B_c = 33$ kHz.
   III. $D = 1$, $B_c = 60$ kHz.
   IV. $D = 10$, $B_c = 330$ kHz.

7. *a)* I. $\Delta\theta = k_pM(t)$ rad, $\Delta f = \frac{k_p}{2\pi}\frac{dM(t)}{dt}$ Hz.
   II. $X(t) \simeq A\cos(2\pi f_p t) - Ak_pM(t)\,\text{sen}(2\pi f_p t)$.
   III. $P_X = \frac{A^2}{2} + \frac{A^2k_p^2}{2}P_M$.
   V. Portadora en $2f_p$, $\Delta\theta = 2k_pM(t)$.

9. *a)* $|m(t)| \leqslant \dfrac{2C_0}{15k}$