三門問題

你參加一項電視遊戲節目,這個節目提供的獎品是一部汽車。節目主持人先給你看三扇門,說其中一扇門裡面是一部汽車,另外兩扇門裡面是山羊。他要你挑選一扇門。你選了,但是門沒打開。主持人打開你未選的兩扇門中的一扇,裡面是一頭山羊(因爲他知道們後面是甚麼),然後他說在那扇門打開之前你還有最後一次機會可以改變主意,你可以得到一部汽車,否則就是一頭山羊。這時他問你要不要改變主意換另一扇沒有打開的門。請問你該怎麼辦?

瑪麗蓮回答說, 你應該改變主意, 換選最後一扇門, 因爲選中汽車的機率是三分之二。

但是你如果憑直覺,你會以爲機率是一半一半,因爲你會認爲門後有汽車的機率是百分之五十。

儘管瑪麗蓮非常審慎的加以解說,許多人還是投書到雜誌社說她錯了。她接到 的投書中有百分之九十二說她是錯的,其中不乏許多數學家和科學家。他們是這樣 說的:

本人對一般大衆缺乏數學理解力深表關切,但坦承你的錯誤以正視聽。

喬治梅森大學 羅伯·沙克斯博士

這個國家的數學文盲夠多了,我們不需要世界智商最高的人來廣為宣傳。丢臉死了!

佛羅里達大學 史考特 · 史密斯博士

至少有三位數學家出面糾正了,妳居然還不能正視妳的錯誤,真令人震驚。

狄金森州立大學 肯特·福特

相信妳一定會接到許多高中生和大學生的投書,奉勸妳保留幾個地址,或許將來還能在妳的專欄中派上用場。

喬治亞州立大學 W·羅伯·史密斯斯博士

妳大錯特錯......要多少憤怒的數學家才能使妳改變心意?

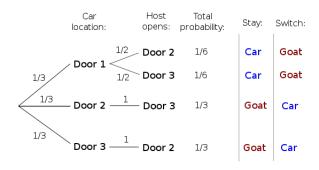
喬治城大學 E·雷·玻伯博士

如果連這些博士都錯了,那麼這個國家的麻煩就大了。

美國陸軍研究中心 艾瑞佛E·哈曼博士

然而瑪麗蓮是對的。如果你改變主意,你有三分之二的機會可以得到汽車。假如你維持原意,你得到汽車的機會只有三分之一。

(附錄)



有三種可能的情況,全部都有相等的可能性(1/2):

- 1. 參賽者挑汽車, 主持人挑兩頭羊的任何一頭。轉換將失敗。
- 2. 參賽者排 A 羊、 主持人排 B 羊。 轉換將贏得汽車。
- 3. 參賽者挑 B 羊, 主持人挑 A 羊。轉換將贏得汽車。

問題是: 關於第一種可能性的表述可以分成兩種可能:

1. 參賽者挑汽車, 主持人挑 A 羊。轉換將失敗。

2. 參賽者挑汽車, 主持人挑 B 羊。轉換將失敗。

在後兩種情況,參賽者可以透過轉換選擇而贏得汽車。第一種情況是唯一一種 參賽者透過保持原來選擇而贏的情況。因爲三種情況中有兩種是透過轉換選擇而 贏的,所以透過轉換選擇而贏的機率是 ½。

爲了說服讀者,她請大家想像有 1,000,000 扇門,她說:

你選擇1號門,而主持人知道門後有什麼,他總是避開有獎的那扇門,除了777,777號門外,把別的門都打開了。這時你會毫不猶豫地換到另一扇門,是吧?

其實, 無需任何機率法則的運算, 只要反過來想, 如果你選擇換門, 那麼一開始選到山羊才會贏, 所以贏的機率是 $\frac{2}{3}$; 如果選擇不換門, 那麼一開始選中新車才會贏, 所以贏的機率是 $\frac{1}{3}$ 。