

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI PARTHENOPE

SCUOLA INTERDIPARTIMENTALE DELLE SCIENZE, DELL'INGEGNERIA E DELLA SALUTE

INFORMATICA

PROGETTO ALGORITMI E STRUTTURE DATI

Traccia III



Proponente:

Ferraro Dominick 0124002048

Data di Consegna:

05/12/2022

Anno Accademico:

2022 – 2023

Docenti:

Prof. F. Camastra

Prof. A. Ferone

Indice

DESCRIZIONE DEL PROBLEMA	3
DESCRIZIONE STRUTTURE DATI	4 - 5
FORMATO DATI IN INPUT / OUTPUT	5
DESCRIZIONE ALGORITMO	5 - 7
CLASS DIAGRAM	7 - 8
STUDIO COMPLESSITA'	8
TEST & RISULTATI	9 - 11

RBGRAPH



DESCRIZIONE DEL PROBLEMA

Si vuole realizzare la struttura dati RBGraph che consenta di memorizzare un grafo orientato in cui la lista di adiacenza di ogni nodo è rappresentata da un albero Red Black. Dato un file di input contenente il grafo, costruire un RBGraph corrispondente ed effettuare le seguenti operazioni:

- a. **AddEdge(i,j)**
- b. **RemoveEdge(i,j)**
- c. **FindEdge(i,j)**
- d. **BFS(s).**

Il file di input contiene nel primo rigo due numeri interi, $0 \leq N \leq 1000$ e $0 \leq M \leq 1000$, separati da uno spazio che rappresentano rispettivamente il numero di nodi ed il numero di archi. I successivi M rigi contengono due numeri interi separati da uno spazio che rappresentano il nodo **sorgente** ed il nodo **destinazione**. Dotare il programma di un menù da cui sia possibile richiamare le suddette operazioni.

DESCRIZIONE STRUTTURE DATI

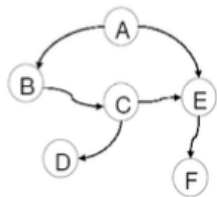
Un grafo $G = (V, E)$ è un insieme di vertici o nodi $v \in V$ e un insieme di archi $(v, w) \in E$.

In un grafo **orientato**, un arco è una coppia ordinata (v, w) di nodi.

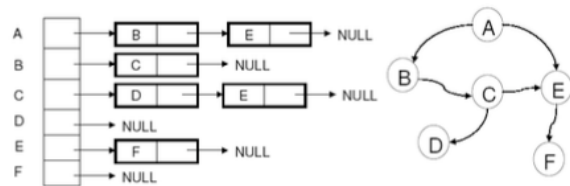
Un grafo può essere rappresentato da una matrice di adiacenza o una lista di adiacenza.

Matrice di adiacenza

	A	B	C	D	E	F
A		1			1	
B			1			
C				1	1	
D						
E						1
F						



Liste di Adiacenza



In questo progetto una lista di adiacenza di un nodo è rappresentato da un Albero Red & Black.

ALBERO RED & BLACK

Un albero Red-Black è un particolare tipo di albero binario di ricerca **self-balancing**.

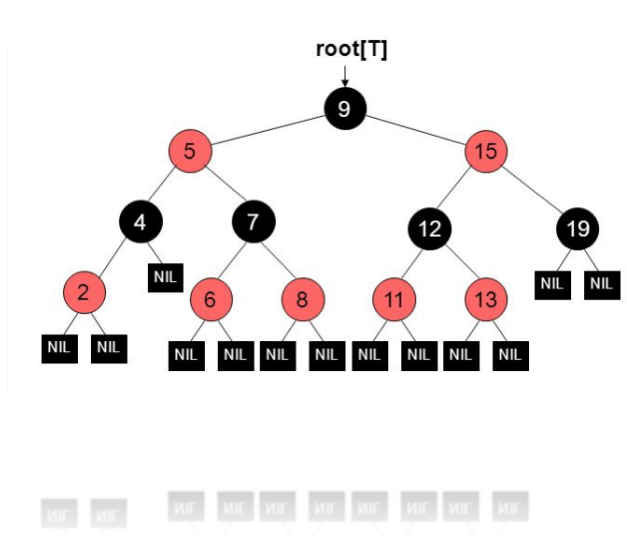
Le operazioni di ricerca, inserimento e cancellazione hanno complessità $O(\log n)$, dove n è il numero degli elementi dell'albero. Questa complessità rende molto diffuso il loro utilizzo in applicazioni realtime e in videogiochi.

Un Albero Red & Black ha diverse caratteristiche:

- Le foglie sono costituite da nodi **null**.
- Le chiavi sono mantenute solo nei nodi interni dell'albero.

Inoltre ci sono 5 proprietà essenziali da rispettare quando si usa un Red & Black:

- Ogni nodo è colorato di **rosso** o **nero**.
- La radice è **nera**.
- Le foglie sono **nera**.
- Se un nodo è **rosso** allora i suoi figli sono **neri**.
- Ogni percorso da un nodo a una foglia ha la stessa **black-altezza** (**b-altezza**).



Ogni **nodo Red & Black** ha:

- i. Puntatore al padre.
 - ii. Puntatore al figlio destro.
 - iii. Puntatore al figlio sinistro.
 - iiii. **Colore.**
 - iiiii. Chiave.
 - iiiii. Dati satellite.
-

FORMATO DATI IN INPUT / OUTPUT

I dati di input sono estrapolati da file con una lettura statica del file: bisognerà cambiare nel main il file che si desidera processare.

Nel file input il primo rigo contiene due numeri interi separati da uno spazio che sono il numero di nodi e il numero di archi.

I successivi righe contengono due numeri divisi da uno spazio che rappresentano il nodo sorgente e quello di destinazione.

I dati in input del file devono essere numeri positivi.

In output avremo le elaborazioni delle funzioni offerte all'utente.

DESCRIZIONE ALGORITMO

Per quanta riguarda i codici di RBTree, GNode, RBNode, la maggior parte sono implementazioni già affrontate nel corso e quasi tutte sono ispirati agli pseudocodici forniti dal Docente.

Particolarmente interessanti sono le funzioni sviluppate in RBGraph, che è il cuore del progetto.

La prima procedura che andiamo ad analizzare è AddEdge(i,j).

Come suggerisce il nome della function, questa ha il compito di creare un nuovo arco, aggiungendo quindi 2 nuovi nodi. Riceve in input un nodo sorgente e un nodo destinazione.

Se uno dei due nodi è nullo, allora non è possibile aggiungere un arco poiché supererebbe le dimensioni del grafo. Fatto questo controllo, si verifica se il nodo destinazione è già nella lista di adiacenza del nodo sorgente, in tal caso non verrà effettuata l'operazione, in caso contrario viene creato un nuovo arco.

ADD_EDGE(source, dest)

1. *sourceNode = CREATE-NEW-GNODE(source)*
2. *destNode = CREATE-NEW-GNODE(dest)*
3. *IF destNode = null OR sourceNode = null*
4. *Return false*
5. *IF destNode ∈ ADJ(sourceNode)*
6. *Return false*
7. *Aggiungi destNode nella Lista di Adiacenza di sourceNode*
8. *Return true*

La prossima procedura che analizziamo è FindEdge(i,j). Prende in input un nodo sorgente e un nodo destinazione. Verifica che i 2 nodi non superino il range max del grafo e controlla se il nodo destinazione è presente nella lista di adiacenza del nodo sorgente. Se c'è ritorna true, oppure false.

FIND_EDGE(source, dest)

1. *If dest \geq size[nodes] OR source \geq size[nodes]*
2. *Return false*
3. *Se il nodo dest \in ADJ(sourceNode)*
4. *Return true*
5. *Else*
6. *Return false*

Analizziamo ora la procedura RemoveEdge(i,j).

La function prende in input un nodo sorgente e uno destinazione. Verifica se esistono i due nodi, se non esistono allora non possono essere cancellati e ritorna false, oppure li elimina e ritorna true.

REMOVE_EDGE(source, dest)

1. *IF source AND dest exists*
2. *Rimuovi l'arco dal grafo*
3. *Return true*
4. *Else*
5. *Return false*

L'ultima procedura che analizziamo è BFS(s).

La BFS o algoritmo di ricerca in ampiezza, è un algoritmo di ricerca per i grafi che partendo dalla sorgente s , scopre tutti i vertici raggiungibili da essa. L'algoritmo scopre tutti i vertici a distanza k da s prima di scoprire quelli a distanza $k+1$.

Come la DFS, anche la BFS colora i vertici:

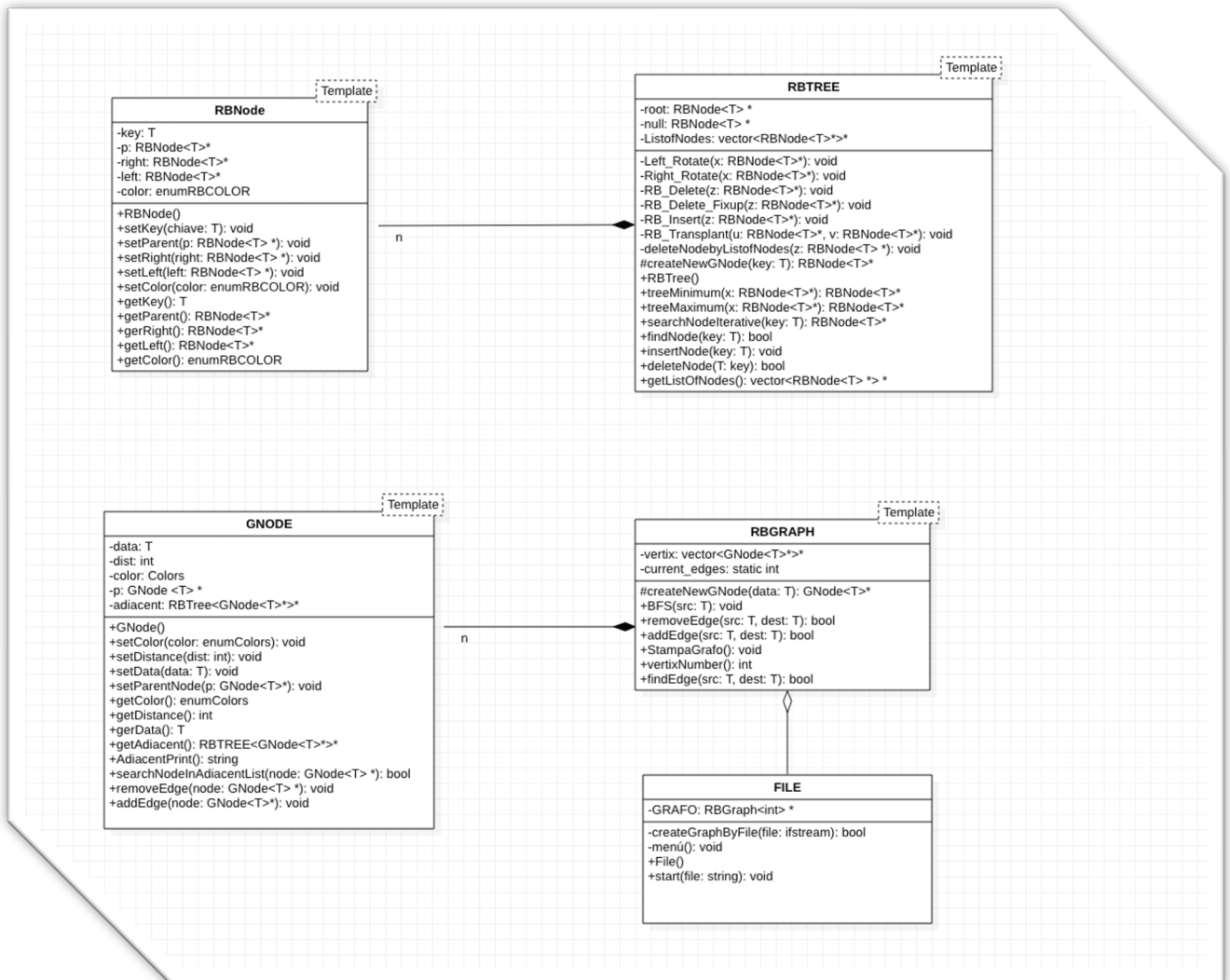
- a. Inizialmente tutti i vertici sono bianchi.
- b. Un vertice scoperto viene colorato di grigio
- c. Quando tutti i vertici adiacenti di un nodo sono stati scoperti, questo diventa nero.

BREADTH-FIRST-SEARCH(V, E, s)

1. $\forall u \in V[G] - \{s\}$
2. $color[u] \leftarrow white$
3. $\pi[u] \leftarrow null$
4. $d[u] \leftarrow \infty$
5. $color[s] \leftarrow gray$
6. $\pi[s] \leftarrow null$
7. $d[s] \leftarrow 0$
8. $Q \leftarrow \emptyset$

9. *Enqueue(Q, s)*
10. *WHILE (Q != ∅)*
11. *u ← Dequeue(Q)*
12. $\forall v \in Adj[u]$
13. *If color[v] = white*
14. *color[v] ← gray*
15. $\pi[v] \leftarrow u$
16. $d[v] \leftarrow d[u] + 1$
17. *Enqueue(Q, v)*
18. *color[u] ← black*

CLASS DIAGRAM



Il progetto è composto da 5 classi:

1. **File**: la classe file dispone le operazioni per caricare il grafo, legge da file la prima riga (numero di nodi e numero di archi del grafo) e inizializza il grafo con le successive righe lette. Oltre a queste operazioni, dispone dell'interfaccia che verrà visualizzata dall'utente per permettergli di fare diverse operazioni.

2. **RBGraph**: è la struttura dati portante che consente di memorizzare un grafo orientato, la cui lista di adiacenza di ogni nodo è rappresentata da un albero Red & Black. Tra le operazioni principali abbiamo *BFS*, *addEdge*, *FindEdge*, *removeEdge*.

3. **GNode**: è la classe dei singoli nodi del grafo orientato.

4. **RBTree**: classe che rappresenta un albero Red & Black con tutte le operazioni classiche.

5. **RBNode**: classe che rappresenta un nodo dell'albero Red & Black.

RELAZIONE TRA LE CLASSI

La classe **RBTree** e **RBNode** hanno una relazione di **composizione** poiché se rimuovessimo la classe **RBTree**, allora **RBNode** non avrebbe molto senso di esistere.

Lo stesso vale per le due classi **RBGraph** e **GNode**, anche qui vi è una relazione di **composizione**. Per quanto riguarda la classe **File**, ha una relazione di **aggregazione** con **RBGraph** poiché usa quest'ultima per alcune operazioni offerte.

STUDIO COMPLESSITA'

Poiché stiamo utilizzando come base un albero Red & Black abbiamo una complessità favorevole, come già descritto in precedenza.

Abbiamo detto che un albero Red & Black ha complessità $O(\log n)$.

Analizzando le funzioni portanti allora possiamo tirare le somme dei nostri algoritmi:

- **AddEdge(i,j)** inserisce il nodo destinazione nella lista di adiacenza del nodo sorgente, facendo uso dell'albero Red & Black allora il costo sarà $O(M)$ dove M è l'insieme di archi del grafo.
- **RemoveEdge(i,j)** utilizza un'operazione di cancellazione di un albero Red & Black, quindi il costo sarà $O(\log M)$. [ricordando che $O(\log n)$ è il costo per la cancellazione]
- **FindEdge(i,j)** utilizza un'operazione di ricerca di un albero Red & Black, quindi il costo sarà $O(\log M)$. [ricordando che $O(\log n)$ è il costo per la cancellazione]
- **BFS(s)** ha una complessità $O(N+M)$ dove N è l'insieme dei vertici e M l'insieme di archi del grafo.

Le altre procedure di “contorno” non hanno una complessità particolare da analizzare in quanto sono semplici operazioni.

TEST & RISULTATI

Una volta caricato il file, se l'operazione è andata a buon fine visualizzeremo un messaggio di conferma lettura file:

```
[SUCCESS] File inputProf.txt caricato correttamente.
```

Nel caso il file non dovesse esistere oppure si trova in un path differente del progetto, il programma notificherà il problema:

```
[WARNING] Errore apertura file. Il file inputPrsof.txt potrebbe essere inesistente o trovarsi nel path diverso del programma
[in questo caso è stato caricato un file inesistente]
```

Dopo aver caricato il file, ecco la schermata iniziale dove l'utente può fare le sue scelte, basterà inserire un numero tra quelli a schermo.

```
                ++ INSERIRE UN NUMERO PER UN'OPERAZIONE ++
[0] EXIT
[1] AddEdge(i,j)
[2] RemoveEdge(i,j)
[3] FindEdge(i,j)
[4] Visita in Ampiezza [BFS(s)]
[5] Stampa del Grafo
[DIGIT]:
```

SCELTA [1]

Con la scelta 1 l'utente può aggiungere un arco, scegliendo il nodo di partenza e quello di destinazione, se nel caso l'arco è già nel grafo, il programma stamperà un avviso e non inserirà l'arco.

```
Hai scelto: 1
                ***** ADD EDGE *****
Digita il nodo sorgente per aggiungere un collegamento: 10
Digita il nodo destinazione per aggiungere un collegamento: 7
[SUCCESS] Arco (10 7) aggiunto.
```

Se riproviamo a inserire lo stesso arco, o un altro già esistente, ecco l'alert:

```
[WARNING] Non é possibile creare l'arco (10 7), già esiste.
```

SCELTA [2]

Con la scelta 2 l'utente può rimuovere un arco, scegliendo il nodo di partenza e quello di destinazione, se l'arco non esiste nel grafo, il programma stamperà un avviso e non effettuerà l'eliminazione.

```
Hai scelto: 2
***** REMOVE EDGE *****
Digita il nodo sorgente per rimuovere un collegamento: 0
Digita il nodo destinazione per rimuovere un collegamento: 1
[SUCCESS] Arco (0 1) rimosso.
```

Se proviamo a cancellare un arco che non esiste, ecco l'alert:

```
[WARNING] Impossibile rimuovere arco (0 6): non esiste.
```

SCELTA [3]

Con la scelta 3 l'utente può verificare se esiste un arco, scegliendo il nodo di partenza e quello di destinazione, se l'arco non esiste nel grafo, il programma stamperà un avviso e notifica che l'arco non esiste.

```
Hai scelto: 3
***** FIND EDGE *****
Digita il nodo sorgente per la ricerca: 10
Digita il nodo destinazione per la ricerca: 8
[SUCCESS] L'arco (10 8) é presente nel grafo.
```

Nel caso l'arco non esista, ecco l'alert:

```
***** FIND EDGE *****
Digita il nodo sorgente per la ricerca: 10
Digita il nodo destinazione per la ricerca: 9
[WARNING] L'arco 10 9 non é presente nel grafo.
```

SCELTA [4]

Con la scelta 4 l'utente può effettuare la visita in ampiezza, BFS. Basta inserire la sorgente e viene stampata la soluzione. Se viene inserita una sorgente maggiore della dimensione del grafo, viene notificato e si stoppa l'operazione.

```
[DIGIT]: 4
***** BREADTH-FIRST SEARCH *****
Inserire il nodo sorgente per la Visita in Ampiezza [BFS]: 4
BFS in corso...
BFS: 4 3 5 1 2 9 6 7 8 10
```

Ecco cosa stampa il programma se la sorgente è maggiore:

```
La sorgente é maggiore della dimensione del grafo
```

SCELTA [5]

Con la scelta 5 l'utente può stampare il grafo. Ovviamente la struttura dati viene aggiornata a ogni operazione effettuata: l'utente potrebbe eliminare un arco e dopo può stampare il nuovo grafo.

```
[DIGIT]: 5
***** STAMPA GRAFO *****
0 ~~> 1
0 ~~> 4
0 ~~> 2
1 ~~> 3
1 ~~> 6
2 ~~> 4
3 ~~> 1
3 ~~> 5
```

Quando viene effettuata un'operazione, il programma chiede all'utente se vuole continuare effettuando una nuova operazione oppure stopparsi:

```
Vuoi fare un'altra operazione? [Y/y per continuare. Qualsiasi lettera per uscire.]
y
++ INSERIRE UN NUMERO PER UN'OPERAZIONE ++
```

```
Vuoi fare un'altra operazione? [Y/y per continuare. Qualsiasi lettera per uscire.]
n
[EXIT] Grazie per aver usato questo programma
```

Glossario

Il glossario ha lo scopo fondamentale di chiarire il gergo tecnico usato e di evidenziare eventuali sinonimie e omonimie.

Termine	Descrizione	Sinonimi	Omonimi
Nodo	Unità fondamentale di cui i grafi sono costituiti.	Vertice	-
Self Balancing	Albero la cui altezza, grazie a particolari operazioni di ripristino proprietà, è sempre bilanciata.	-	-
B-Altezza	Il cammino da un nodo a una foglia in un albero Red & Black ha sempre lo stesso numero di nodi neri.	Black-H	-
Alert	Notifica di sistema per avvisare una data situazione verificata.	Notifica	-