

Zadání úkolů k procvičení (Analýza 1d FEM)

1. Řešte úlohu

$$\begin{aligned} -(k(x) \cdot u'(x))' + qu(x) &= 1 \quad \text{pro } x \in (0, 1) \\ u(0) &= 0 \\ -k(1) \cdot u'(1) &= 0, \end{aligned}$$

kde $k(x) = 1 + x$.

- (a) Volte nejprve $q = 0$, poté $q = 1$.
- (b) Z jakého prostoru je funkce $u(x)$?
- (c) Je MKP řešení rovno lineární interpolaci přesného řešení?
- (d) Porovnejte přesnost MKP řešení při zvyšování počtu diskretizačních uzlů.

2. Řešte úlohu

$$\begin{aligned} -(k(x) \cdot u'(x))' &= 1 \quad \text{pro } x \in (0, 1) \\ u(0) &= 0 \\ -k(1) \cdot u'(1) &= 0, \end{aligned}$$

kde $k(x) = 5$ pro $x \in (0, \frac{1}{2})$ a $k(x) = 1$ pro $x \in (\frac{1}{2}, 1)$.

- (a) Použijte ekvidistantní diskretizaci, nejprve o 6ti elementech, poté o 5ti elementech.
- (b) Z jakého prostoru je funkce $u(x)$?
- (c) Je MKP řešení rovno lineární interpolaci přesného řešení?
- (d) Porovnejte přesnost MKP řešení při zvyšování počtu elementů (použijte lichý počet).