Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Лабораторная работа №1

По предмету: «Методы вычислений»

Тема: «Венгерский метод решения задачи о назначениях»

Преподаватель:
Власов П. А.,
Студент: Доманов К. И.,
Группа: ИУ7-11М

Москва, 2021 г.

Цель работы: изучение венгерского метода решения задачи о назначениях.

Содержательная постановка задачи о назначениях:

В распоряжении работодателя имеется n работ и столько же исполнителей. Стоимость выполнения i-ой работы j-ым исполнителем составляет $c_{ij} \geq 0$ единиц. Требуется распределить все работы между исполнителями таким образом, чтобы:

- Каждый исполнитель исполнял ровно одну работу;
- Суммарная стоимость выполнения всех работ должна быть минимальной.

Математическая постановка задачи о назначениях:

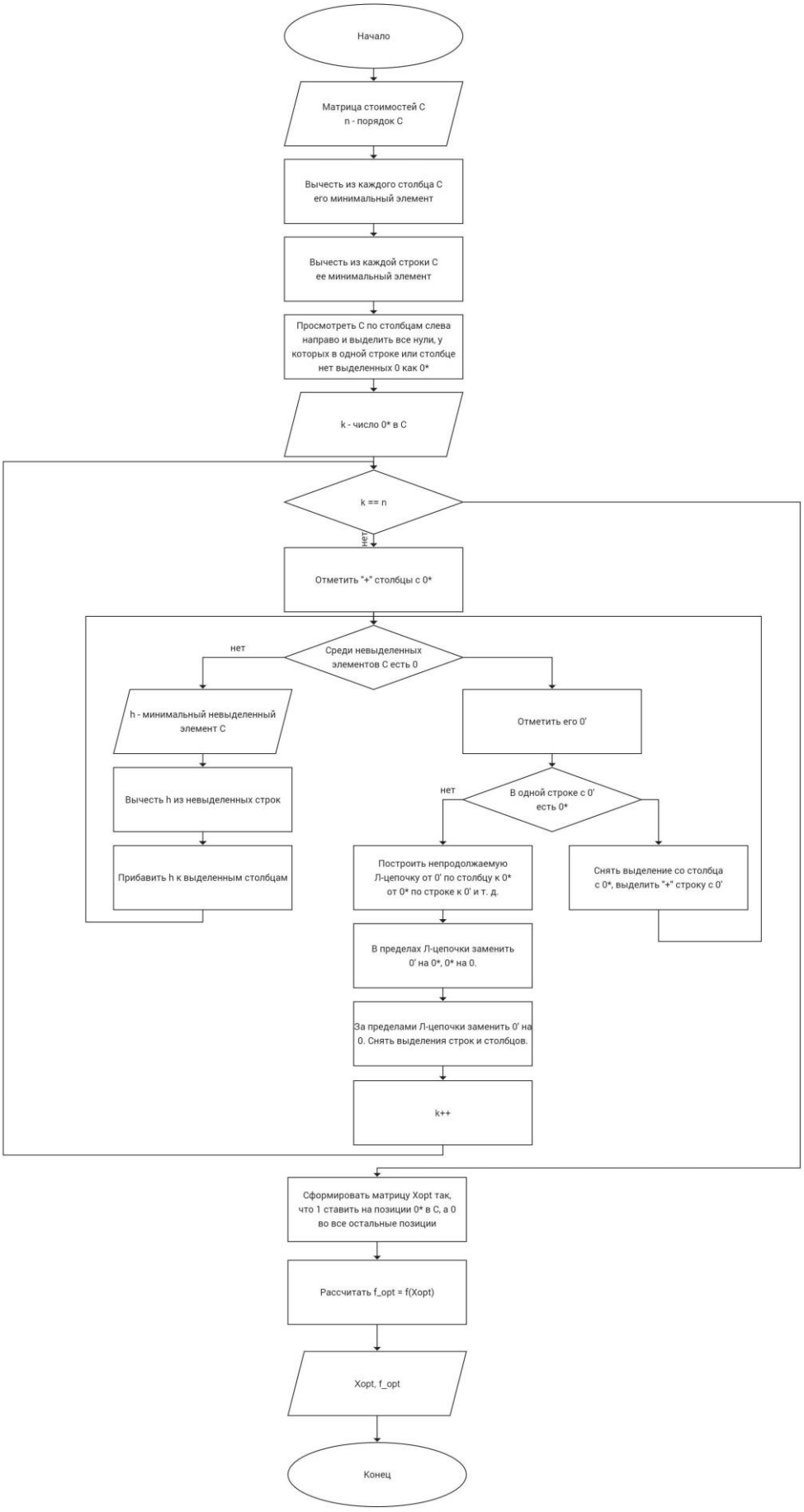
$$\begin{cases} f(x) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to min \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad j = \overline{1,n} \\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad i = \overline{1,n} \\ x_{ij} \in \{0,1\}, \qquad i,j = \overline{1,n} \end{cases}$$

Исходные данные:

Входные данные задаются в виде матрицы стоимостей C в соответствии с вариантом 5, для которой требуется решить задачу о назначениях в форме задач минимизации и максимизации.

$$C = \begin{bmatrix} 9 & 11 & 3 & 6 & 6 \\ 10 & 9 & 11 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & 5 & 6 & 4 \\ 6 & 8 & 10 & 4 & 9 \\ 11 & 10 & 9 & 8 & 7 \end{bmatrix}$$

Описание венгерского метода



Текст программы

```
C_matr1 = cost_matrx();
matrx_prnt(C_matr1, 'Матрица стоимостей');
max = false;
if max
    C = max_task(C_matr1);
    matrx_prnt(C, 'Решение задачи максимизации')
else
    C = C_matr1;
end
C = subtract_cols(C);
matrx_prnt(C, 'Из каждого столбца вычитается минимальный элемент');
C = subtrack_rows(C);
matrx_prnt(C, 'Из каждой строки вычитается минимальный элемент');
C = starMatrix(C);
matrx_prnt(C, 'Строим начальную СНН: первый в столбце 0, в одной строке с
которым нет 0*, отмечаем с помощью *');
iter = 0;
while C.numberOfStars < C.sizeMatrix
    fprintf('Итерация: %d\n', iter);
    iter = iter + 1;
    C = highlighting_columns(C);
    matrx_prnt(C, 'Отмечаем столбцы с 0*');
    [C,rowIndex, columnIndex] = markWithDash(C);
    C = buildLchain(C, rowIndex, columnIndex);
    matrx_prnt(C, "В L-цепочке меняем все 0* на 0 и 0' на 0*");
    C = removeIcons(C);
    matrx_prnt(C, "Снимаем все выделения, кроме *");
end
C = optimizedMatrix(C);
fprintf('Количество независимых нулей = n \n');
matrx_prnt(C, 'Записываем оптимальное решение x*: xij = 1, если в позиции (i,
j) матрицы стоимостей стоит 0*, иначе xij = 0');
matrix = C_matr1.matrix;
    sizeMatrix = C_matr1.sizeMatrix;
    fopt = 0;
    for r = 1:sizeMatrix
        for c = 1:sizeMatrix
            fopt = fopt + matrix(r,c) * C.matrix(r,c);
        end
    end
fprintf('f(x*) = %d\n', fopt(1));

function C = cost_matrx()
    matrix = dlmread('5var.txt');
    [rows, cols] = size(matrix);
    starMatrix = zeros(rows,cols);
    dashMatrix = zeros(rows,cols);
    Lchain = zeros(rows,cols);
    C = struct('matrix', matrix, 'sizeMatrix', rows, 'starMatrix', starMatrix
, 'dashMatrix', dashMatrix, 'Lchain', Lchain, 'markedRows', starMatrix(:,1),
'markedColumns', starMatrix(1,:), 'numberOfStars', 0);
end

function result = max_task(C)
    matrix = C.matrix;
    matrix = -matrix + max(max(matrix));
    result = C;
    result.matrix = matrix;
end
```

```
function matrx_prnt(C, msg)
    matrix = C.matrix;
    sizeMatrix = C.sizeMatrix;
    fprintf('%s:\n', msg);
    for r = 1:sizeMatrix
        for c = 1:sizeMatrix
            if C.markedRows(r) || C.markedColumns(c)
                fprintf('<strong>');
            end
            fprintf('%2g', matrix(r,c));
            if C.starMatrix(r,c)
               fprintf('*');
            elseif C.dashMatrix(r,c)
               fprintf("'");
            else
                fprintf(' ');
            end
            if C.markedRows(r) || C.markedColumns(c)
                fprintf(2, '</strong>');
            end
        end
        fprintf('\n');
    end
    fprintf('\n');
end

function result = subtract_cols(C)
    matrix = C.matrix;
    sizeMatrix = C.sizeMatrix;
    for i = 1:sizeMatrix
        col = matrix(:,i);
        matrix(:,i) = col - min(col);
    end
    result = C;
    result.matrix = matrix;
end

function result = subtrack_rows(C)
    matrix = C.matrix;
    sizeMatrix = C.sizeMatrix;
    for i = 1:sizeMatrix
        row = matrix(i,:);
        matrix(i,:) = row - min(row);
    end
    result = C;
    result.matrix = matrix;
end

function result = starMatrix(C)
    matrix = C.matrix;
    sizeMatrix = C.sizeMatrix;
    starMatrix = C.starMatrix;
    stars_cols = 0;
    for c = 1:sizeMatrix
        for r = 1:sizeMatrix
            if matrix(r,c) == 0
                flag = false;
                for c2 = 1:sizeMatrix
                    if starMatrix(r,c2)
                        flag = true;
                    end
                end
                if ~flag
```

```
                    starMatrix(r,c)=true;
                    stars_cols=stars_cols+1;
                    break
                end
            end
        end
    end
    result = C;
    result.starMatrix = starMatrix;
    result.numberOfStars = stars_cols;
end

function result = highlighting_columns(C)
    sizeMatrix = C.sizeMatrix;
    starMatrix = C.starMatrix;
    markedColumns = C.markedColumns;
    for c = 1:sizeMatrix
        for r = 1:sizeMatrix
            if starMatrix(r,c)
                markedColumns(c) = true;
                break;
            end
        end
    end
    result = C;
    result.markedColumns = markedColumns;
end

function [result, rowIndex,columnIndex] = markWithDash(C)
    matrix = C.matrix;
    sizeMatrix = C.sizeMatrix;
    starMatrix = C.starMatrix;
    dashMatrix = C.dashMatrix;
    markedColumns = C.markedColumns;
    markedRows = C.markedRows;
    rowIndex = 0;
    columnIndex = 0;
    cont_flag = true;
    while cont_flag
        flag = false;
        for c = 1:sizeMatrix
            for r = 1:sizeMatrix
                if (~markedRows(r) && ~markedColumns(c) && matrix(r,c) == 0)
                    dashMatrix(r,c) = true;
                    rowIndex=r;
                    columnIndex=c;
                    flag = true;
                    break
                end
            end
            if flag
                break;
            end
        end
       if flag
            C4 = C;
            C4.markedRows = markedRows;
            C4.markedColumns = markedColumns;
            C4.dashMatrix = dashMatrix;
            matrx_prnt(C4, "Среди невыделенных элементов есть 0, отмечаем
этот 0 с помощью '");
            flag2 = false;
            for c = 1:sizeMatrix
```

```
                if starMatrix(rowIndex, c)
                    markedColumns(c) = false;
                    markedRows(rowIndex) = true;
                    flag2= true;
                    break;
                end
            end
            if ~flag2
                cont_flag = false;
            else
                C2 = C;
                C2.markedRows = markedRows;
                C2.markedColumns = markedColumns;
                C2.dashMatrix = dashMatrix;
                matrx_prnt(C2, "Снимаем выделение со столбца с 0* и выделяем
строку с 0'");
            end
        else
            C2 = C;
            C2.markedRows = markedRows;
            C2.markedColumns = markedColumns;
            C2.dashMatrix = dashMatrix;
            [C3, minNumber] = subtract_min(C2);
            fprintf('Ищем наименьший элемент среди невыделенных элементов в
матрице = %d\n', minNumber);
            matrx_prnt(C3, 'Вычитаем его из невыделеных столбцов и добавляем
к выделенным строкам');
            C = C3;
            matrix = C3.matrix;
        end
    end
    result = C;
    result.markedColumns = markedColumns;
    result.markedRows = markedRows;
    result.starMatrix = starMatrix;
    result.dashMatrix = dashMatrix;
end

function [result, minNumber] = subtract_min(C)
    matrix = C.matrix;
    sizeMatrix = C.sizeMatrix;
    markedRows = C.markedRows;
    markedColumns = C.markedColumns;
    minNumber = intmax;
    for r = 1:sizeMatrix
        for c = 1:sizeMatrix
            if (~markedRows(r) && ~markedColumns(c))
                minNumber = min(minNumber, matrix(r,c));
            end
        end
    end
    for r = 1:sizeMatrix
        for c = 1:sizeMatrix
            if (markedRows(r) && markedColumns(c))
                matrix(r,c) = matrix(r,c) + minNumber;
            end
            if (~markedRows(r) && ~markedColumns(c))
                matrix(r,c) = matrix(r,c) - minNumber;
            end
        end
    end
    result = C;
    result.matrix = matrix;
```

```
    result.markedRows = markedRows;
    result.markedColumns = markedColumns;
end

function result = buildLchain(C, rowIndex, columnIndex)
    sizeMatrix = C.sizeMatrix;
    starMatrix = C.starMatrix;
    dashMatrix = C.dashMatrix;
    markedColumns = C.markedColumns;
    markedRows = C.markedRows;
    Lchain = C.Lchain;
    Lchain(rowIndex,columnIndex) = true;
    while true
        flag = false;
        for r = 1:sizeMatrix
            if (starMatrix(r, columnIndex))
                flag = true;
                rowIndex = r;
                Lchain(rowIndex, columnIndex) = true;
            end
        end
        if flag
            for c = 1:sizeMatrix
                if (dashMatrix(rowIndex, c))
                    columnIndex = c;
                    Lchain(rowIndex, columnIndex) = true;
                end
            end
        else
            break;
        end
    end
    fprintf('Строим непродолжительную L-цепочку, начиная от текущего 0'':
идем по столбцу до 0*, по строке до 0''\n');
    for r = 1:sizeMatrix
        for c = 1:sizeMatrix
           if (Lchain(r,c))
              if (starMatrix(r,c))
                  starMatrix(r,c) = false;
              elseif (dashMatrix(r,c))
                   dashMatrix(r,c) = false;
                   starMatrix(r,c) = true;
              end
           end
        end
    end
    result = C;
    result.starMatrix = starMatrix;
    result.dashMatrix = dashMatrix;
    result.markedColumns = markedColumns;
    result.markedRows = markedRows;
end

function result = removeIcons(C)
    sizeMatrix = C.sizeMatrix;
    starMatrix = C.starMatrix;
    dashMatrix = C.dashMatrix;
    markedRows = C.markedRows;
    markedColumns = C.markedColumns;
    numberOfStars = 0;
    for r = 1:sizeMatrix
        if markedRows(r)
                markedRows(r) = false;
```

```
        end
        for c = 1:sizeMatrix
            if markedColumns(c)
                markedColumns(c) = false;
            end
            if dashMatrix(r,c)
                dashMatrix(r,c) = false;end
           if starMatrix(r,c)
                numberOfStars = numberOfStars +1;
           end
        end
    end
    result = C;
    result.starMatrix = starMatrix;
    result.dashMatrix = dashMatrix;
    result.markedRows = markedRows;
    result.markedColumns = markedColumns;
    result.numberOfStars = numberOfStars;
end

function result = optimizedMatrix(C)
    matrix = C.matrix;
    sizeMatrix = C.sizeMatrix;
    starMatrix = C.starMatrix;
    for r = 1:sizeMatrix
        for c = 1:sizeMatrix
           if starMatrix(r,c)
               matrix(r,c) = 1;
               starMatrix(r,c) = false;
           else
               matrix(r,c) = 0;
           end
        end
    end
    result = C;
    result.matrix = matrix;
    result.starMatrix = starMatrix;
end
```

Результаты расчетов для задач из индивидуального варианта

1. Задача минимизации**:**

Матрица стоимостей =

9	11	3	6	6
10	9	11	5	6
8	10	5	6	4
6	8	10	4	9
11	10	9	8	7

x(opt) =

0	0	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1
1	0	0	0	0
0	1	0	0	0

f(opt) = 28

2. Задача максимизации**:**

Матрица стоимостей =

9	11	3	6	6
10	9	11	5	6
8	10	5	6	4
6	8	10	4	9
11	10	9	8	7

x(opt) =

0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1
1	0	0	0	0

f(opt) = 48

Вывод: в результате выполнения работы был изучен венгерский метод решения задачи о назначениях. Результатом работы является файл с программой, реализующий поставленные задачи.