

# Kompleksna eksponentna preslikava in kaos

---

Lenart Miklavič

Fakulteta za matematiko in fiziko

27. maj 2025

## Aksiom 1

Za poljubno premico  $p$  in točko  $A$ , ki ni na njej, obstaja natanko ena premica  $q$ , ki gre skozi  $A$  in ne seka premice  $p$ .

## Aksiom 2

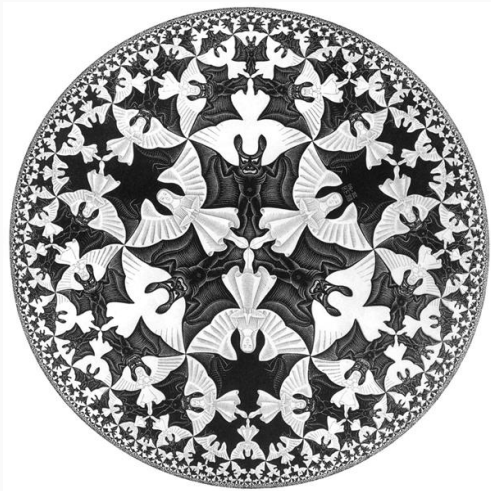
Obstajata premica  $p$  in točka  $A$ , ki ni na njej, tako, da obstajata vsaj dve premici  $q$  in  $r$ , ki gresta skozi  $A$  in ne sekata premice  $p$ .

$$l_{\mathbb{D}}(\gamma) := \int_{\gamma} \rho_{\mathbb{D}}(z) |dz| = \int_a^b \frac{2|\gamma'(t)|}{1 - |\gamma(t)|^2} dt$$

$$d_{\mathbb{D}}(z, w) := \inf_{\gamma} l_{\mathbb{D}}(\gamma)$$

Naj bo  $R$  oddaljenost od roba:  $R := \inf\{|z - w| : w \in \partial U\}$

$$\frac{1}{2R} \leq \rho_U(z) \leq \frac{2}{R}$$



$$\mathbb{C} \setminus (-\infty, 0]$$



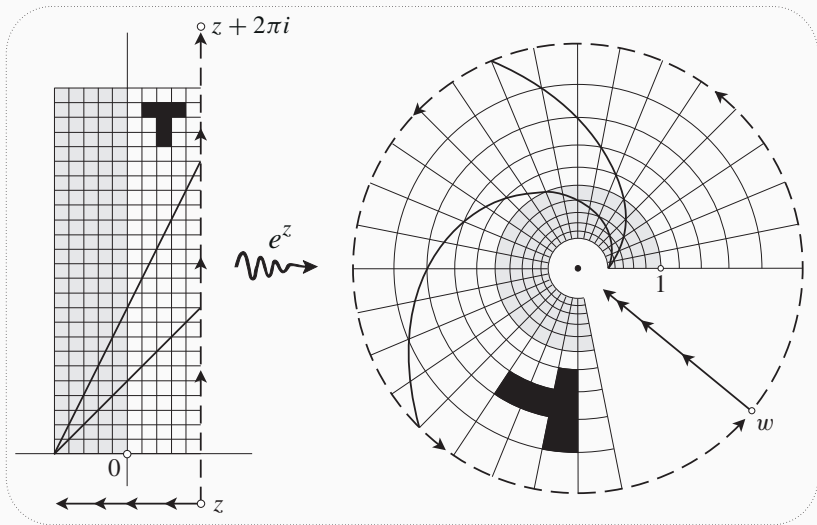
# Desna polrvnina







# Delovanje eksponentne preslikave



# Občutljivost na začetne pogoje

## Dodatni izrek

Naj bo  $W \subset \mathbb{C}$  odprta in neprazna. Potem za neskončno mnogo  $n \in \mathbb{N}$  velja  $f^n(W) \cap (-\infty, 0] \neq \emptyset$ .

## Občutljivost na začetne pogoje

Naj bo  $X \subseteq \mathbb{C}$  in  $d$  metrika na  $X$ . Zvezna preslikava  $f: X \rightarrow X$  je občutljiva na začetne pogoje, če obstaja tak  $\delta > 0$ , da za vsako odprto množico  $U \subseteq X$  obstajata  $x, y \in U$ , da velja  $d(f^n(x), f^n(y)) > \delta$  za nek  $n \in \mathbb{N}$ .

## Občutljivost v sferični metriki

Zvezna preslikava  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  je občutljiva na začetne pogoje glede na sferično metriko, če obstajata  $\delta > 0$  in  $R > 0$ , tako da za vsako odprto in neprazno množico  $U \subset \mathbb{C}$  obstajata  $z, w \in U$  ter  $n \geq 0$ , da velja  $|f^n(z)| \leq R$  in  $|f^n(z) - f^n(w)| \geq \delta$ .