

Algoritmi in podatkovne strukture – 2

Pisni izpit 30. rožnik 2015 (2014/15)

Pisni izpit morate pisati posamič. Pri reševanju je literatura dovoljena. Pri odgovarjanju bodi natančni in: (i) odgovarjajte *na zastavljena* vprašanja; in (ii) odgovorite na *vsa* zastavljena vprašanja.

Čas pisanja izpita je 90 minut.

Veliko uspeha!

NALOGA	TOČK	OD TOČK	NALOGA	TOČK	OD TOČK
1			3		
2			4		

IME IN PRIIMEK: _____

ŠTUDENTSKA ŠTEVILKA: _____

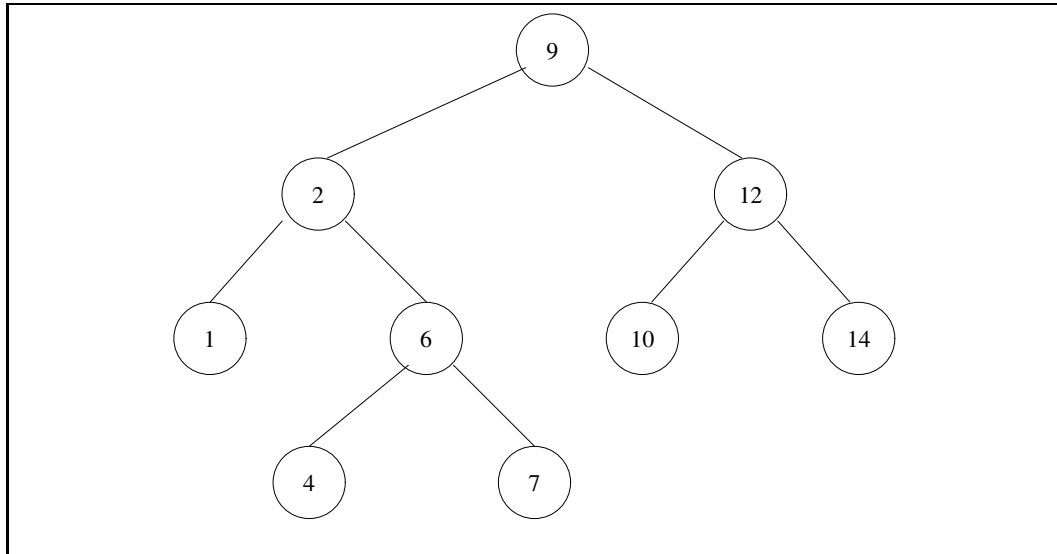
DATUM: _____

PODPIS: _____

1. naloga:

VPRAŠANJA:

- A) Koliko elementov najmanj je v AVL drevesu višine¹ 6? Utemeljite odgovor.
- B) Ali je lahko drevo na sliki sl. 1 AVL drevo? Utemeljite odgovor.

**Slika 1:** Primer drevesa.

- C) Imamo n elementov, ki jih najprej vstavimo v AVL drevo in nato še v rdeče-črno drevo. Katero od dreves je lahko višje? Odgovor utemeljite.

2. naloga: Definirajmo najprej osnovni, statični problem, kjer imamo cela števila $a_j, j = 0, \dots, n - 1$. Nad števili a definiramo predpanske vsote $s_k = \sum_{j=0}^k a_j$ ter funkcijo $\text{Sestej}(k)$, ki vrne s_k . Poleg tega definirajmo razširjeni, dinamični problem, kjer imamo še operaciji vstavljanja in brisanja elementa a_k . Tako funkcija $\text{Vstavi}(x, k)$ na k -to mesto vstavi vrednost x , medtem ko vse elemente za njim premakne za eno mesto naprej: $a_k = x, a_{k+1}$ postane prejšnji a_k in tako naprej ter dolžina polja se poveča za ena. Po drugi strani $\text{Izloči}(k)$ izloči a_k ter vse kasnejše a -je v polju prestavi za eno mesto nazaj ter posledično zmanjša dolžino polja za 1.

¹Drevo s samo enim elementom ima višino 0.

VPRAŠANJA:

- A) Naj $V \ x \ k$ pomeni klic funkcije $Vstavi(x, k)$, $I \ k$ pomeni klic funkcije $Izloči(k)$ in $S \ k$ klic funkcije $Sestej(k)$. Če začnemo s praznim poljem a in izvedemo naslednje operacije $V \ 7 \ 0 \ V \ 5 \ 0 \ V \ 12 \ 0 \ S \ 1$, dobimo kot odgovor 17, saj je polje a po vseh treh vstavljanjih $12 \ 5 \ 7$. Kaj vrne naslednje zaporedje operacij, ki prične s praznim poljem a

$V \ 7 \ 0 \ V \ 5 \ 0 \ V \ 12 \ 0 \ S \ 1 \ V \ 20 \ 2 \ I \ 0 \ S \ 2 \ V \ 15 \ 2 \ S \ 3$

- B) Predlagajte in opišite podatkovno strukturo, ki bo učinkovito podpirala vse tri operacije ter ocenite njihove časovne zahtevnosti. Pri opisu je smiselno, da si pomagata s sliko.
- C) Vrnimo se k osnovnemu, statičnemu problemu. Recimo, da imamo vse s_i naračunane. Ali lahko na podlagi le-teh najdemo podzaporedje števil $a_1 \dots a_r$, katerih vsota je 0? Začrtajte algoritem in utemeljite njegovo pravilnost ter časovno zahtevnost.

3. naloga: Grafi. Na predavanjih smo spoznali problem najkrajše poti od enega izvora do vseh ostalih rešitev. Za rešitev problema smo spoznali Dijkstrov algoritem, vendar smo opozorili, da ne deluje vedno. V nalogi predpostavimo, da imamo graf $G(V, E)$, kjer $|V| = n$ in $|E| = m$.

VPRAŠANJA:

- A) V katerem primeru Dijkstrov algoritem ne deluje? Odgovor utemeljite.

NAMIG: Najlažje je pokazati primer grafa, kjer Dijkstrov algoritem ne deluje.

- B) Kateri algoritem uporabimo v tem primeru in zakaj deluje?

NAMIG: Opišite algoritem.

- C) Vračamo se k Dijkstrovemu algoritmu. Recimo, da tokrat vemo, da so uteži na povezavah grafa iz končne množice celih števil $\{1, \dots, W\}$. Kako lahko izkoristimo to dejstvo? Utemeljite odgovor.

4. naloga: Imamo množico neurejenih števil $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ in število t . Definirajmo odločitveni problem *vsota podmnožice*:

Ali obstaja v S podmnožica števil, katerih vsota je t ?

Za ta problem vemo, da je NP-poln.

VPRAŠANJA:

- A) Pokažite, da je definirani problem nedeterministično polinomski (NP).
- B) Ali postane problem bistveno lažji, če so števila S urejena? Utemeljite odgovor!
- C) (i.) Definirajte optimizacijsko inačico odločitvenega problema *vsota podmnožice* in utemeljite svojo definicijo. (ii.) Opišite genetski algoritem za reševanje optimizacijskega problema.

NAMIG: Za genetski algoritem definirajte ocenitveno *fitness* funkcijo, kaj predstavlja gen in kakšne so tri osnovne operacije genetskega algoritma.