Algoritmi in podatkovne strukture – 2
Pisni izpit – 01 (2012/13)

Pisni izpit morate pisati posamič. Pri reševanju je literatura dovoljena. Pri odgovarjanju bodi natančni in: (i) odgovarjajte *na zastavljena* vprašanja; in (ii) odgovorite na *vsa* zastavljena vprašanja.

Čas pisanja izpita je 90 minut.

Veliko uspeha!

NALOGA	TOČK	OD TOČK	NALOGA	TOČK	OD TOČK
1			3		
2			4		

IME IN PRIIMEK: ______________________

ŠTUDENTSKA ŠTEVILKA: ______________________

DATUM: ______________________

PODPIS: ______________________

1. naloga: Peter Zmeda zopet v problemih. Tokrat so ga poklicali na pomoč iz *Butalskega potniškega prometa – BPP*. Dali so mu naslednjo tabelo:

zač. čas	konč. čas	id	zač. čas	konč. čas	id
06:05	06:35	41	06:15	06:45	42
06:23	06:53	43	06:30	07:00	44
06:35	07:05	45	06:40	07:10	46
06:45	07:15	47	06:50	07:20	48
06:54	07:24	49	06:58	07:28	141
07:02	07:32	142	07:06	07:36	143
07:10	07:40	144	07:14	07:44	145
07:18	07:48	146	07:23	07:53	147
07:28	07:58	148			

V tabeli so navedeni (po vrsti) čas odhoda avtobusa z začetne postje, čas prihoda na končno postjo in id vožnje. Očitno je en avtobus lahko hkrati na samo eni vožnji.

VPRAŠANJA:

1. Kolikšno je najmanjše število avtobusov, ki jih potrebuje *BPP*, da bo lahko opravil vse vožnje po zgornjem razporedu?

2. Pri zgornjem razporedu so vožnje urejene po času odhoda z začetne postaje. Zapišite (opišite) algoritem, ki poišče v tako urejenem razporedu z n vožnjami, kakšno je najmanjše število avtobusov, ki so potrebni za izvedbo vseh voženj? Utemeljite odgovor.

3. Sedaj pa predpostavimo, da razpored ni urejen. Peter se je seveda takoj domislil, da bi lahko potem najprej uredil razpored in uporabil algoritem iz prejšnje točke. Kakšna je časovna zahtevnost takšne rešitve?

4. DODATNA: predlagajte podatkovno strukturo, ki omogoča enako časovno zahtevnost, a ne potrebuje urejanja. Utemejite odgovor.

2. naloga: Imamo naslednjo igro. Opravka imamo z dominami, ki se lahko med seboj zlepijo. Vsaka domina ima svoj id: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Na vsaki domini je poleg id-ja še vrednost domine, ki je na začetku kar enaka id-ju. Kot rečeno, lahko domine med seboj spajamo in ko domini spojimo, dobimo večjo domino, katere vrednost je enaka zmnožku vrednosti domin, če sta bili vrednosti obeh domin lihi, oziroma v nasprotnem primeru vsoti obeh vrednosti. Na primer, če zlepimo domini 1 in 3, ima nova domina vrednost $3 = 1 \cdot 3$, medtem ko, če zlepimo domini 5 in 4, ima nova domina vrednost $9 = 5 + 4$. Če sedaj zlepimo obe zlepljeni domini, se pravi (1, 3) in (5, 4) dobimo veliko domino (1, 3, 4, 5) z vrednostjo 27 = 3 · 9. Lepljenje domin definiramo z operacijo $L(d_1, d_2)$, kjer sta d_1 in d_2 id-ja katerega koli delčka domin, ki jih želimo zlepiti. Zgoraj opisano lepljenje tako opišemo z ukazi:

$$L(1,3), L(5,4), L(1,5)$$

ali pa tudi z

$$L(1,3), L(5,4), L(1,4)$$

oziroma

$$L(1,3), L(5,4), L(3,5)$$

ali pa celo

$$L(1,3), L(5,4), L(3,4)\ .$$

VPRAŠANJA:

1. Recimo, da imamo domine z id-ji od 1 do 8 in naslednje operacije:

   $$L(1,2), L(3,4), L(5,6), L(7,8), L(2,3), L(6,7), L(1,8)\ .$$

   Kakšna je vrednost končne (super)domine?

   NAMIG: Opravljajte vse operacije po vrsti in si izpisujte vrednosti.

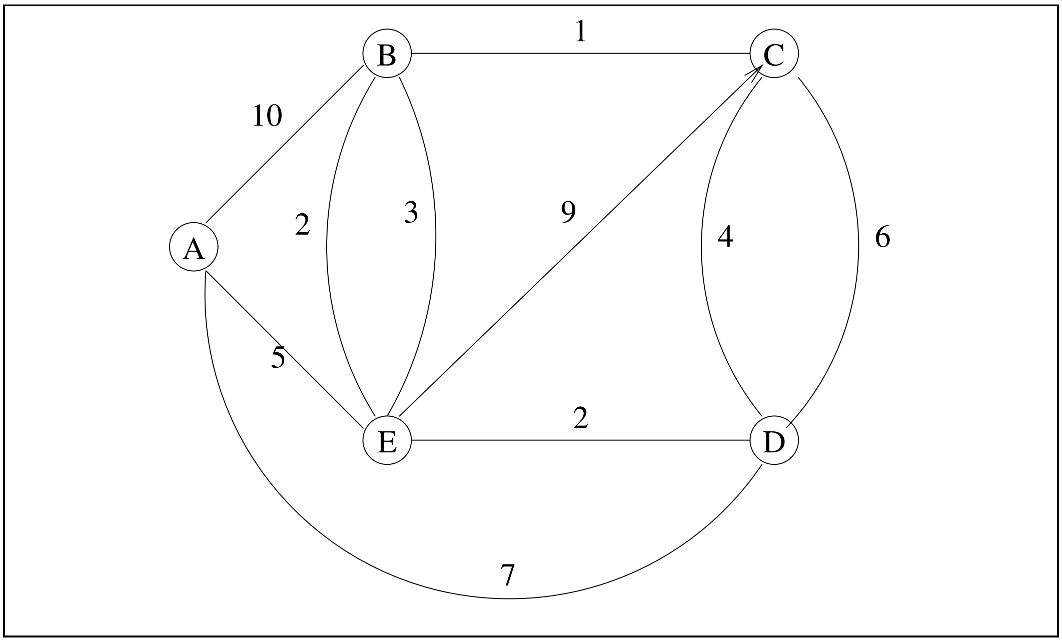
2. V zgornjem primeru smo imeli $n = 2^k$ ($k = 3$) domin. Poleg tega smo jih lepili vedno paroma po indeksih. Izračunajte vrednost domine po opisanem lepljenju za poljuben k.

3. Opišite podatkovno strukturo, ki vam bo omogočala, da za poljuben n domin hitro opravljate operacijo lepljenja. Pri tem morate ugotoviti seveda vrednosti obeh lepljenih domin ter nato izračunati ter zabeležiti vrednost zlepljene domine.

   NAMIG: Na predavanjih smo lepljenje imenovali malce drugače, iskanje vrednosti domine pa kako že? Odgovor na to vprašanje ni daljši od petih vrstic.

3. naloga: Razpošiljanju (*multicasting*) v računalniških omrežjih deluje tako, da vsakdo, ki hoče poslati IP paket vsem vozliščem v skupini, le-tega najprej pošlje posebnemu vozlišču, ki se imenuje mesto zmenka (*rendezvous poin* – RP). Slednje vozlišče nato razpošlje paket vsem članom skupine.

VPRAŠANJA:



Slika 1: Primer grafa.

1. Po kakšnem podgrafu naj razpošlje RP paket do vseh naročnikov, da bo optimiral dolžino poti? Utemeljite odgovor.
2. Imamo neusmerjen graf s sl. 1 V grafu poiščite minimalno vpeto drevo s korenom v vozlišču A. Pri iskanju zapisujte posamezne korake.
3. V grafu sl. 1 poiščite še minimalno vpeto drevo s korenom v E. Ponovno utemeljite odgovor.

4. naloga:

VPRAŠANJA:

1. Na predavanjih smo spoznali dva opisa obnašanja funkcij: Ω in O. Recimo, da velja: $f(n) = O(n \log n)$. Katera/katere od naslednjih izjav *ni/niso* pravilna/pravilne:

   $$f(n) = \Omega(n) \quad f(n) = \Omega(n \log n) \quad f(n) = \Omega(n^2)$$

   Utemeljite odgovor.
2. Ena od implementacij slovarja, ki smo jo omenili, je bil neurejen seznam. Opišite primer, ko je ta implementacija učinkovitejša od dvojiškega uravnoteženega iskalnega drevesa.