

Algoritmi in podatkovne strukture – 2

Pisni izpit 12. kimovec 2014 (2013/14)

Pisni izpit morate pisati posamič. Pri reševanju je literatura dovoljena. Pri odgovarjanju bodi natančni in: (i) odgovarjajte *na zastavljena* vprašanja; in (ii) odgovorite na *vsa* zastavljena vprašanja.

Čas pisanja izpita je 90 minut.

Veliko uspeha!

NALOGA	TOČK	OD TOČK	NALOGA	TOČK	OD TOČK
1			3		
2			4		

IME IN PRIIMEK: _____

ŠTUDENTSKA ŠTEVILKA: _____

DATUM: _____

PODPIS: _____

1. naloga: Imamo naslednji program, katerega koda je prepisana iz wikipedije:

```
public int myFunction(int[] myArray, int myX) {
    int low = 0;
    int high = myArray.length - 1;
    int mid;
    while (myArray[low] <= myX && myArray[high] >= myX) {
        mid = low +
            ((myX - myArray[low]) * (high - low)) /
            (myArray[high] - myArray[low]);
        if (myArray[mid] < myX) low = mid + 1;
        else if (myArray[mid] > myX) high = mid - 1;
        else return mid;
    }
    if (myArray[low] == myX) return low;
    else return -1;
}
```

Program poišče v urejenem polju element `myX`.

VPRAŠANJA:

1. Recimo, da imamo polje števil `myArray` [1, 12, 13, 14, 17, 65, 101] in najprej element `myX` 14 ter nato 100. Za obe vrednosti simulirajte izvajanje programa in preštejte število primerjanj ključa z elementi polja, pri čemer dve primerjanji na koncu `while` zanke štejte kot eno (`if`, `else if`, (`else`)).
2. Program je presenetljivo podoben iskanju z razpolavljanjem. Kje je razlika in zakaj menite je ta razlika? Pojasnite kako točno deluje.
3. Kakšna, menite, je njegova časovna zahtevnost? Utemeljite odgovor. Natančnejši kot bo rezultat, več točk boste dobili.

2. naloga: Peter Zmeda je od prijateljice Špele dobil knjižnico, ki vsebuje funkcijo `Positions`, katera se obnaša na sledeč način

$$\begin{aligned} \text{Positions}(T, p_1) &\rightarrow R_1 = \{x_1, x_2, \dots, x_{r1}\} \\ \text{Positions}(T, p_2) &\rightarrow R_2 = \{y_1, y_2, \dots, y_{r2}\} \end{aligned}$$

kjer so x_i in y_i neka cela števila. Peter je preiskusil delovanje omenjene funkcije in dobil rezultat

$$R_1 = \{5, 22, 8, 77, 3\} \quad R_2 = \{97, 4, 14, 41\} \quad (1)$$

VPRAŠANJA:

1. Peter ima sedaj nalogo, da v zaporedjih R_1 in R_2 poišče tisti par števil (x_i, y_j) , katerih razlika je najmanjša. (i.) Na primeru iz eq. (1) poiščite ta par. (ii.) Napišite algoritem, ki v splošnem poišče ta par. (iii.) Ocenite časovno zahtevnost vašega algoritma in utemeljite svoj odgovor.
2. Peter je dobil novo nalogo. Tokrat ima poleg zaporedi R_1 in R_2 še vrednost k ter mora poiskati vse tiste pare (x_i, y_j) , za katere velja $|x_i - y_j| < k$. (i.) Poiščite vse pare, iz primera eq. (1) za $k = 25$. (ii.) Napišite algoritem, ki v splošnem poišče vse pare za dani k . (iii.) Ocenite časovno zahtevnost vašega algoritma in utemeljite svoj odgovor.
3. Recimo, da vemo $x_i, y_j \in [1, 2, \dots, n]$. Ali bi vaša algoritma lahko delovala kaj hitreje? Utemeljite odgovor.

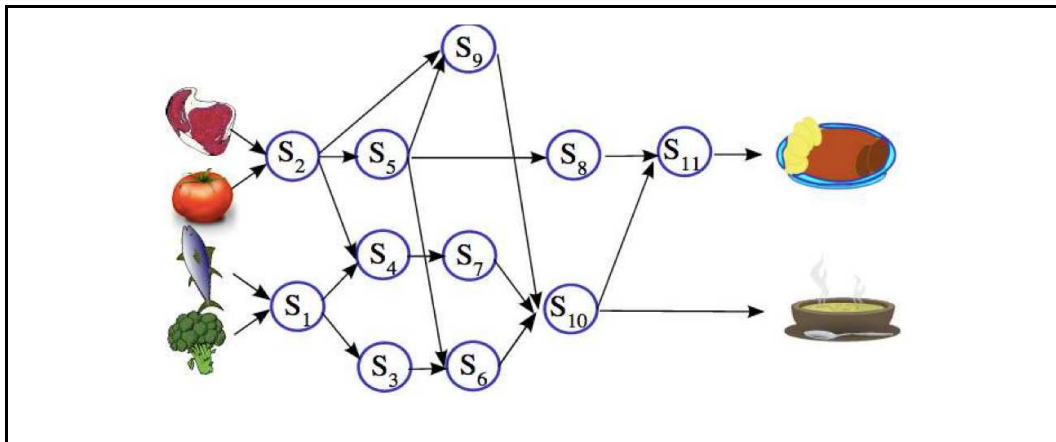
3. naloga: Recimo, da imamo naslednje besedilo: 11011110. Iz njega naredimo naslednje elemente (k, v) : $(11011110, 1)$, $(1011110, 2)$, $(011110, 3)$, $(11110, 4)$, $(1110, 5)$, $(110, 6)$, $(10, 7)$ in $(0, 8)$, kjer je k ključ in v vrednost.

VPRAŠANJA:

1. (i.) Zapisane elemente vstavite v številsko drevo *trie* in nato (ii.) drevo stisnite po poteh (*PATRICIA*).
 2. Sedaj bomo številsko drevo stisnili še po plasteh. Recimo, da dovolimo količnik stiskanja $\alpha = 1/3$. Slednje pomeni, da je lahko največ α del elementov v polju enaku `null`. Vzemite osnovno drevo iz prejšnjega podvprašanja in ga stisnite še po plasteh upoštevaje α . Pri tem utemeljite konstrukcijo.
- NAMIG: Na primer, zakaj stisnjenih i plasti in ne $i - 1$ oziroma ne $i + 1$.
3. Pokažite kako lahko z vašo rešitvijo implementirate funkcijo `Position` iz prejšnjega vprašanja.

4. naloga: Na osnovnošolskem tekmovanju *Bober* je bila naslednja naloga:

Pri bobrih kuhanje ni tako preprosto kot pri ljudeh. Mama Vanda pripravlja dve jedi iz štirih sestavin – mesa, paradižnika, ribe in brokolija. RIBE in brokoli zmeša in kuha pet minut (S1). Prav tako pet minut kuha paradižnik in meso (S2). Paradižnik in meso razdeli na tri dele; prva dva ločeno kuha še pet minut (S5 in S9), drugega pa pomeša s polovico zmesi brokolija in rib, ter spet kuha pet minut (S4). Celoten postopek kaže sl. 1, kjer vsak krogec predstavlja pet minut kuhanja.



Slika 1: Kuhanje mame Vande.

VPRAŠANJA:

1. Koliko časa potrebuje mama Vanda, da skuha kosilo, če ima (i.) neomejeno število loncev; (ii.) samo dva lonca. Utemeljite odgovora!
2. V splošnem lahko vsak recept za pripravo jedi, oziroma kakršenkoli postopek za izvedbo nekega dela, ki sestoji iz opravil, modeliramo z grafom $G(V, E)$. (i.) Opišite, kako bi skonstruirali v splošnem graf, s katerim bi opisali postopek sestavljen iz opravil.

NAMIG: Opišite, kako izgledata množici V in E .

Recimo, da imamo usmerjen graf $G(V, E)$, ki opisuje izvajanje posameznih opravil postopka. (ii.) Ali graf G vedno opisuje postopek, ki je izvedljiv? Utemeljite odgovor in, če ne, zapišite algoritem, s katerim bi preverili izvedljivost postopka.

3. Zapišite algoritem, ki za dani usmerjeni graf $G(V, E)$, ki opisuje izvedljiv postopek, izračuna najkrajši čas izvedbe.

dodatna Razmislite in opišite algoritem za izračun najkrajšega časa, če se lahko izvaja hkrati samo k opravil.