

Algoritmi in podatkovne strukture – 2

Pisni izpit 11. rožnik 2014 (2013/14)

Pisni izpit morate pisati posamič. Pri reševanju je literatura dovoljena. Pri odgovarjanju bodi natančni in: (i) odgovarjajte *na zastavljena* vprašanja; in (ii) odgovorite na *vsa* zastavljena vprašanja.

Čas pisanja izpita je 90 minut.

Veliko uspeha!

NALOGA	TOČK	OD TOČK	NALOGA	TOČK	OD TOČK
1			3		
2			4		

IME IN PRIIMEK: _____

ŠTUDENTSKA ŠTEVILKA: _____

DATUM: _____

PODPIS: _____

1. naloga: Pri urejanju s kopico uporabljamo naslednjo metodo za izgradnjo kopice nad poljem $a[0..n-1]$:

```
function Skopici(a, n)
  koren = (n-2) div 2
  while koren >= 0 do
    Potopi(a, koren, n-1)
    koren = koren-1
```

Ta koda uporablja implicitno shranjeno kopico elementov, ki jo zgradi neposredno v polju a .

VPRAŠANJA:

1. V zgornji kodi manjka funkcija `Potopi`, ki v polju $a[0..n-1]$ potopi element na mestu `koren` v podkopici katere koren je na indeksu `koren`. Zapišite to funkcijo.
2. Predpostavite, da ima funkcija `Potopi(a, i, n)` časovno zahtevnost $O(\lg(n-i))$. Kakšna je časovna zahtevnost funkcije `Skopici`? Utemeljite odgovor.
3. Recimo, da imamo funkcijo `Potopi` narejeno. Zapišite vse funkcije, ki jih mora implementirati vrsta s prednostjo.

2. naloga: Peter Zmeda je našel nekje na spletu prevedeno kodo za funkcijo `Zmelji(k)`, ki vzame celo število k in vrne rezultat, ki je v intervalu $0..m$. Poleg prevedene kode je še zagotovilo, da funkcija zagotavlja skoraj idealno razprševanje.

VPRAŠANJA:

1. Peter želi s funkcijo `Zmelji` narediti podatkovno strukturo slovar na polju $a[0..n-1]$. Predpostavimo, da velja $n = m$. Težava, ki jo mora razrešiti je sovpadanje. Zapišite funkciji za vstavljanje in iskanje v podatkovne strukture slovar z uporabo funkcije `Zmelji` ter pri tem uporabite odprto naslavljanje z linearnim pregledovanjem.
2. Peter je kmalu ugotovil, da njegova podatkovna struktura večino časa zaseda preveč prostora, saj je polje $a[0..n-1]$ precej prazno. Zato se je odločil, da bo n zmanjšal (torej $n < m$). Ali lahko še vedno učinkovito uporablja funkcijo `Zmelji`? Utemeljite odgovor. Učinkovito pomeni, da bo razpršenost elementov po tabeli še vedno naključna in da računanje naslova, kjer naj bi se v polju nahajal element ni prepočasno.

3. Recimo, da uporabimo uravnoteženo dvojiško drevo za imeplementacijo slovarja S . (i) Razširite vozlišča tako, da boste lahko v $O(1)$ implementirali $S.Min()$, $S.Max()$, $S.Predhodnik(x)$ in $S.Naslednik(x)$. (ii) Pokažite, kako boste vzdrževali razširitev v drevesu pri vstavljanjih in brisanjih.

NAMIG: Pri prvem delu vprašanja morate podati *opis* podatkovne strukture (lahko si pomagata s sliko) in *pseudokodo funkcij*, pri čemer lahko predpostavite, da ste element x že našli. Pri drugem delu vprašanja lahko v odgovoru uporabite poljubno uravnoteženo drevo kot na primer AVL ali rdeče-črno.

3. naloga: Dinamično programiranje. Imamo operacijo

$$\text{Razcepi}(a, k) \rightarrow (n_1, n_2),$$

ki črkovni niz a dolžine $n = a.len$ razcepi na dva niza, kjer je prvi niz n_1 kopija niza a od 1. do (vključno) k . znaka in drugi niz n_2 preostanek izvornega niza a , kjer $1 \leq k < n$. Cena te operacije je $a.len - \text{dolžina niza } a$.

Recimo, da imamo niz a

PRVI IZPITNI ROK

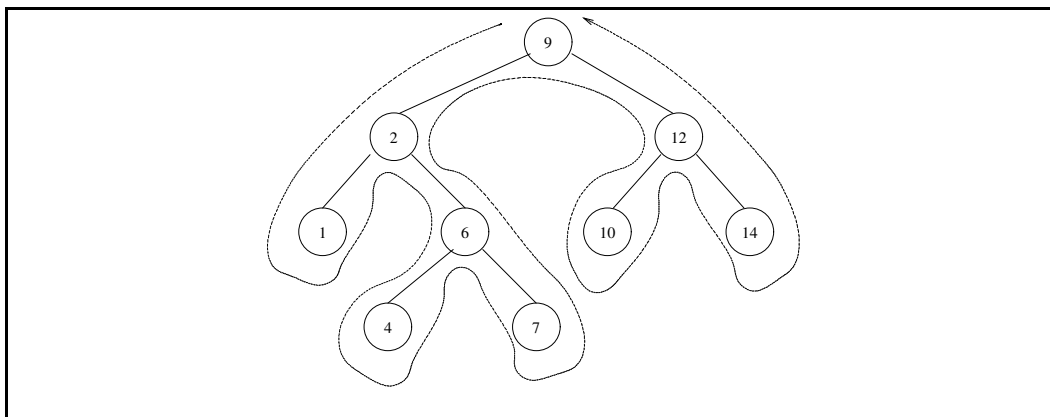
ki ga lahko na dva načina razcepimo na nize „PRVI“, „IZPITNI“ in „ROK“ (pozor presledki) s pomočjo zaporedja uporabe operacije Razcepi .

VPRAŠANJA:

- (i) Zapišite obe zaporedji operacij, ki razcepita izvorni niz na zahtevane besede in (ii) izračunajte ceno obeh razcepov.
- V splošnem imamo niz a dolžine n in p indeksov c_1, c_2, \dots, c_p ($c_i < c_j$, če $i < j$), pri katerih razcepimo izvorni niz. Zapišite formulo za dinamični program, ki poišče najcenejši način razcepa niza.
- (i) Zapišite pseudokodo dinamičnega programa, kjer boste uporabili tehniko pomnjenja. (ii) Ocenite časovno zahtevnost svoje rešitve in utemeljite rezultat.

4. naloga: Pri predmetu smo spoznali vrsto obhodov dreves in na sliki sl. 1 imamo še enega, ki se imenuje Eulerjev obhod in tvori za drevo s slike naslednji izpis: 9, 2, 1, 2, 6, 4, 6, 7, 6, 2, 9, 12, 10, 12, 14, 12, 9.

VPRAŠANJA:



Slika 1: Eulerjev obhod drevesa.

1. Recimo, da imamo v drevesu n elementov, kako dolg je izhodni niz, ki ga dobimo po obhodu? Utemeljite odgovor.
2. Zapišite psevdokodo algoritma za izpis Eulerjevega obhoda drevesa t .
3. Recimo, da imamo izpis Eulerjevega obhoda, ali lahko iz njega tvorimo nedvoumno nazaj izvorno drevo? Utemeljite odgovor.