

Algoritmi in podatkovne strukture – 2 (2015/16)

Pisni izpit 1. mali srpan 2016

Pisni izpit morate pisati posamič. Pri reševanju je literatura dovoljena. Pri odgovarjanju bodi natančni in: (i) odgovarjajte *na zastavljena* vprašanja; in (ii) odgovorite na *vsa* zastavljena vprašanja.

Čas pisanja izpita je 90 minut.

Veliko uspeha!

NALOGA	TOČK	OD TOČK	NALOGA	TOČK	OD TOČK
1			3		
2			4		

IME IN PRIIMEK: _____

ŠTUDENTSKA ŠTEVILKA: _____

DATUM: _____

PODPIS: _____

1. naloga: Peter Zmeda se je znašel pred naslednjo nalogo. Vsako število x lahko zapišemo kot produkt praštevil

$$x = p_1^{e_1} p_2^{e_2} \dots p_i^{e_i} \dots p_k^{e_k} . \quad (1)$$

Na primer $48 = 2^4 3^1$. Očitno ima vsako število x vsaj dva faktorja, kar se zgodi, ko je x praštevilo in sta faktorja 1 in sam x . Faktorje lahko združimo v dva podprodukta x_1 in x_2 , kjer $x = x_1 \cdot x_2$. Peter mora sedaj poiskati za dani x takšna x_1 in x_2 , da bo njuna razlika najmanjša – x_1 in x_2 imenujmo *težišče*. Recimo, pri $x = 48$ imamo naslednje možne pare (x_1, x_2) : $(1, 48)$, $(2, 24)$, $(3, 16)$, $(4, 12)$, $(6, 8)$, $(8, 6)$, $(12, 4)$, $(16, 3)$, $(24, 2)$ in $(48, 1)$. Para, ki ju Peter išče, sta $(6, 8)$ in $(8, 6)$.

VPRAŠANJA:

- A) Poiščite težišče za naslednja števila: 24, 96 in 2016.
- B) Napišite algoritem, ki, pri danem naboru faktorjev in eksponentov (p_i, e_i) (prim. (1)) za x , poišče težišče števila x . Utemeljite pravilnost vašega algoritma.
- C) Kakšna je časovna in kakšna prostorska zahtevnost vašega algoritma? Utemeljite odgovor.

NAMIG: Učinkovitejša kot bo vaša rešitev, več točk boste dobili. Nekaj točk dobite tudi za eksponentno rešitev v vsoti eksponentov e_i iz (1).

2. naloga: Obstaja vrsta implementacij slovarja in med njimi tudi tista s preskočnim seznamom.

VPRAŠANJA:

- A) Ali gre v tem primeru za:

- Monte Carlo naključnostni algoritem; ali
- Las Vegas naključnostni algoritem; ali
- drug naključnostni algoritem¹; ali
- ne gre za naključnostni algoritem.

Utemeljite odgovor.

¹Na primer obstajajo tudi Atlantic City naključnostni algoritmi.

- B) Peter Zmeda je, hm, relativno priden študent, ki se hitro nauči kako deluje takorekoč vsaka podatkovna struktura. Težavo ima potem v praksi, ker ne ve, kdaj kakšno podatkovno strukturo uporabiti. Recimo, da tehta med uporabo AVL drevesa in drevesa Patricia. Napišite in utemeljite s *po dvema razlogoma* (situacijama), kdaj bi uporabil (i) AVL drevo in kdaj (ii) drevo Patricia.
- C) Recimo, da imamo množico n števil in želimo izvedeti, ali sta dve števili enaki. (i) Zapišite algoritem za ta problem in utemeljite njegovo pravilnost. (ii) Kakšna je njegova časovna zahtevnost? (iii – dodatna) Koliko primerjav je najmanj potrebnih, da najdemo par enakih števil med n števili? Utemeljite odgovor.

3. naloga: Recimo, da imamo matrike naslednjih razsežnosti: 30×15 , 15×10 , 10×25 in 25×20 .

VPRAŠANJA:

- A) Izračunajte optimalni vrstni red množenja zgornjih matrik, če štejemo samo množenja in ne seštevanj. Prikažite izračun.
- B) Pri množenju dveh matrik uporabljamo operaciji seštevanja in množenja dveh števil zapisanih v plavajoči vejici. V prvem vprašanju smo povsem zanemarili operacije seštevanja. Naš prijatelj Peter Zmeda pa je sestavil procesor, v katerem množenje dveh števil v plavajoči vejici porabi 135ns in seštevanje 12ns. (i) Zapišite optimizacijsko formulo dinamičnega programiranja za Petrov procesor. (ii) Zapišite funkcijo, ki vrne predvideni najmanjši čas množenja n matrik.
- C) Najprej, (i) popravite zgornjo funkcijo tako, da bo vrnila tudi optimalno zaporedje množenj matrik; in nato (ii) naračunajte optimalni vrstni red za množenje matrik iz uvoda.

4. naloga: Grafi. Peter Zmeda je z neusmerjenim grafom modeliral podjetje Bultale d.o.o. Vsak zaposleni predstavlja vozlišče, medtem ko je med vozliščema povezava samo tedaj, ko zaposlena poznata telefonsko številko drug drugega². Se pa v podjetju držijo zelo strogega pravila, da lahko zaposleni vsako uro govori po telefonu največ z eno osebo. Recimo, da je graf $G(V, E)$ podan s seznamami sosebnosti ter $|V| = n$ in $|E| = m$. Definirajmo še cikel. Za graf G pravimo, da ima cikel dolžine d , če v njem obstaja pot iz točke u preko vmesnih točk $u_1 u_2 \dots u_{d-1}$ nazaj do vozlišča u in $u_i \neq u_j$ za vse točke na poti cikla razen za prvo in zadnjo.

VPRAŠANJA:

²Predpostavimo, da, če oseba A pozna telefonsko številko osebe B, potem tudi oseba B pozna številko osebe A

- A) Peter je izvedel, da je čvekavi Miha pred k urami izvedel neko neprijetno skrivnost, in sedaj bi Peter rad dobil seznam vseh zaposlenih, ki bi že lahko poznali skrivnost. Napišite/opišite algoritem, ki bo izpisal zahtevani seznam. Seveda na seznamu se nobeno ime ne sme pojaviti več kot enkrat. Kakšna je časovna zahtevnost vašega algoritma kot funkcija n , m in k ?
- B) Zapišite algoritem, ki v grafu G poišče cikel dolžine d , če obstaja. Utemeljite pravilnost vašega algoritma.
- C) Kakšna je časovna zahtevnost vašega algoritma za iskanje cikla kot funkcija n , m in d ?