

Algoritmi in podatkovne strukture – 2

Pisni izpit 18. kimovec 2012 (2010/11)

Pisni izpit morate pisati posamič. Pri reševanju je literatura dovoljena. Pri odgovarjanju bodi natančni in: (i) odgovarjajte *na zastavljena* vprašanja; in (ii) odgovorite na *vsa* zastavljena vprašanja.

Čas pisanja izpita je 90 minut.

Veliko uspeha!

NALOGA	TOČK	OD TOČK	NALOGA	TOČK	OD TOČK
1			3		
2			4		

IME IN PRIIMEK: _____

ŠTUDENSKA ŠTEVILKA: _____

DATUM: _____

PODPIS: _____

1. naloga: Imamo naslednji algoritem:

```

KajDela(a, n) :
  if n == 0 return new par(neskončno, neskončno)
  if n == 1 return new par(a[0], neskončno)
  if n == 2 {
    if a[0] < a[1] return new par(a[0], a[1])
    else return new par(a[1], a[0])
  } else {
    par = KajDela(a, n-1);
    if a[n-1] < par.prvi
      return new par(a[n-1], par.prvi)
    else if a[n-1] < par.drugi
      return new par(par.prvi, a[n-1])
    else return par
  }

```

VPRAŠANJA:

1. Kaj izračuna algoritem? Utemeljite odgovor.
2. Dokažite z indukcijo, da algoritem v resnici počne to, kar menite, da počne.
3. Kakšna je časovna zahtevnost algoritma. Utemeljite odgovor.
4. Imamo naslednje razrede funkcij: $O(n \log n)$, $O(n \log \log n)$ in $O(n / \log n)$. Poleg tega imamo še funkcije $7n - 1$, $\sqrt{n} + n$ in n^π / \sqrt{n} . katerim razredom pripada posamezna funkcija. Utemeljite odgovor.

2. naloga: Imamo naslednjo igro. Opravka imamo z dominami, ki se lahko med seboj zlepijo. Vsaka domina ima svoj id: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Na vsaki domini je poleg id-ja še vrednost domine, ki je na začetku kar enaka id-ju. Kot rečeno, lahko domine med seboj spajamo in ko domini spojimo, dobimo večjo domino, katere vrednost je enaka manjši od vrednosti spojenih domin. Na primer, če zlepimo domini 1 in 3, ima nova domina vrednost $1 = \min(1, 3)$, medtem ko, če zlepimo domini 5 in 4, ima nova domina vrednost 4. Če sedaj zlepimo obe zlepljeni domini, se pravi (1, 3) in (5, 4) dobimo veliko domino (1, 3, 4, 5) z vrednostjo 1. Lepljenje domin definiramo z operacijo $L(d_1, d_2)$, kjer sta d_1 in d_2 id-ja katerega koli delčka domin, ki jih želimo zlepliti. Zgoraj opisano lepljenje tako opišemo z ukazi:

$$L(1, 3), L(5, 4), L(1, 5)$$

ali pa tudi z

$$L(1, 3), L(5, 4), L(1, 4)$$

oziroma

$$L(1, 3), L(5, 4), L(3, 5)$$

ali pa celo

$$L(1, 3), L(5, 4), L(3, 4) .$$

Poleg tega imamo na voljo še operacijo $V(x)$, ki vrne vrednost super-domine, kateri pripada v tem trenutku domina z id-jem x .

VPRAŠANJA:

1. Recimo, da imamo domine z id-ji od 1 do 8 in naslednje operacije:

$$\begin{aligned} &L(1, 2), L(3, 4), V(1), V(3), V(7), \\ &L(5, 6), L(7, 8), L(2, 3), V(1), V(3), V(7), \\ &L(6, 7), L(1, 8), V(1), V(3), V(7) . \end{aligned}$$

Kakšne so vrednosti, ki jih vrnejoposamezne $V()$ operacije?

NAMIG: Opravljajte vse operacije po vrsti in si izpisujte vrednosti.

2. V zgornjem primeru smo imeli $n = 2^k$ ($k = 3$) domin. Poleg tega smo jih lepili vedno paroma po indeksih. Izračunajte vrednost domine po opisanem lepljenju za poljuben k . Utemeljite odgovor.
3. Opišite podatkovno strukturo, ki vam bo omogočala, da za poljubno število domin n hitro opravljate operacijo lepljenja in preverjanja vrednosti.

3. naloga: V družabnih ali socialnih omrežjih je ena od lastnosti, da nekoga *poznaš*. Pri tem je lahko poznavanje vzajemno, se pravi, da velja, če Ana pozna Ceneta, potem tudi Cene pozna Ano, ali pa ne. Omejili se bomo na primer, kjer poznavanje ni vzajemno. Recimo, da v našem družabnem omrežju velja:

- Ana pozna Boruta in Erika,
- Borut pozna Erika in Ceneta,
- Cene pozna Danico,
- Danica pozna Ceneta in Ano ter
- Erik pozna Boruta, Ceneta in Danico.

Poleg tega imamo v omrežju operacijo `Predstavi (X, Y, Z)`, kjer `X` zaprosi `Y`, da mu predstavi `Z`, če seveda `Y` pozna `Z` in `X` pozna `Y`. Poleg tega imamo v omrežju še operacijo `Spozna (X, Y)`, ki vrne odgovor, če je kakorkoli možno, da bi `X` spoznal `Y`.

VPRAŠANJA:

1. Ali sta v našem primeru dovoljeni operaciji

```
Predstavi (Ana, Cene, Danica) in  
Predstavi (Ana, Erik, Danica).
```

Utemeljite odgovor.

2. Kaj v našem omrežju vrnete klika

```
Spozna (Ana, Danica) in  
Spozna (Danica, Ana).
```

Utemeljite odgovor.

3. Omrežje, kjer lahko vsakdo spozna kogarkoli, imenujemo *mehka klika*. Ali je naše omrežje mehka klika? Utemeljite odgovor.
4. Zapišite algoritem, ki za poljubno družabno omrežje ugotovi, ali je mehka klika.

4. naloga:

VPRAŠANJA:

1. Na predavanjih smo spoznali abstraktni podatkovni strukturi slovarja in vrste s prednostjo. V katerih operacijah se razlikujeta? Opišite te operacije.
2. Peter Zmeda je svoj slovar implementiral z uporabo preskočnega seznama. Slovar bi rad preoblikoval v podatkovno strukturo vrste s prednostjo, pri čemer želi ohraniti kot implementacijo vrsto s prednostjo. Opišite implementacijo vseh operacij, ki jih mora na novo implementirati – zapišite psevdokodo.
3. Včasih človek res ne razume Petra. Tokrat je uspešno implementiral vrsto s prednostjo in sicer z uporabo binomskih dreves. Sedaj bi rad na osnovi te implementacije dodal operacije, ki jih potrebuje, da bo dobil slovar. Ponovno opišite implementacijo manjkajočih operacij – zapišite psevdokodo.
4. Recimo, da veste, da boste morali nad istimi podatki implementirati hkrati slovar in vrsto s prednostjo. Za katero osnovno podatkovno strukturo (seznam, preskočni seznam, ...) se bi odločili. Utemeljite odgovor.