

# Algoritmi in podatkovne strukture – 2

## Pisni izpit 15. rožnik 2015 (2014/15)

Pisni izpit morate pisati posamič. Pri reševanju je literatura dovoljena. Pri odgovarjanju bodi natančni in: (i) odgovarjajte *na zastavljena* vprašanja; in (ii) odgovorite na *vsa* zastavljena vprašanja.

Čas pisanja izpita je 75 minut.

Veliko uspeha!

| NALOGA | TOČK | OD TOČK | NALOGA | TOČK | OD TOČK |
|--------|------|---------|--------|------|---------|
| 1      |      |         | 3      |      |         |
| 2      |      |         | 4      |      |         |

IME IN PRIIMEK: \_\_\_\_\_

ŠTUDENTSKA ŠTEVILKA: \_\_\_\_\_

DATUM: \_\_\_\_\_

PODPIS: \_\_\_\_\_

**1. naloga:** Imamo množico parov  $S = \{(a_1, b_1), \dots, (a_n, b_n)\}$  in naslednjo poizvedbo:  $\text{Min}(l, d)$ , ki med elementi množice  $S$  poišče tisti element  $(a, b)$ , ki ima najmanjšo (drugo) vrednost  $b$ , pri čemer velja  $l \leq a \leq d$ . Recimo, da so v  $S$  pari (120, 112), (128, 78), (153, 108), (98, 130), (117, 116), (98, 102), (149, 122), (129, 113), (116, 102) in (114, 103). Potem velja, da  $\text{Min}(116, 120)$  vrne 102.

VPRAŠANJA:

A) Pri dani  $S$  odgovorite na naslednje poizvedbe:

$\text{Min}(108, 141)$ ,  $\text{Min}(121, 151)$ ,  $\text{Min}(97, 114)$ ,  
 $\text{Min}(149, 124)$  in  $\text{Min}(124, 123)$ .

B) (i.) Opišite podatkovno strukturo za hranjenje  $S$ , ki bo omogočala učinkovito odgovarjanje na poizvedbo  $\text{Min}()$ . Velikost  $S$  je  $n$  parov. (ii.) Utemeljite njeno pravilnost ter njeno prostorsko in časovno učinkovitost.

C) (i.) Opišite podatkovno strukturo za hranjenje  $S$ , če dovolimo še dodajanje in izločanje elementov iz  $S$ . (ii.) Kakšna je časovna zahtevnost vseh treh vaših operacij (poizvedba, vstavljanje in izločanje)? (iii.) Kakšna je prostorska zahtevnost podatkovne strukture? Utemeljite odgovor.

**2. naloga:** Pri obdelavi besedila pogosto le-to razdelimo na dva ali več delov. Recimo, če imamo besedilo  $t = \text{dober dan}$  in ga razdelimo na dva dela z ukazom  $(l, d) = \text{razdeli}(t, 3)$ , dobimo dva niza in sicer  $l = \text{dob}$  in  $d = \text{er dan}$ . Z drugimi besedami smo besedilo  $t$  razdelili po tretji črki. Cena takšne delitve je dolžina izvirnega besedila, kar je v našem primeru 9. Seveda lahko tako  $l$  kot  $d$  delimo naprej.

VPRAŠANJA:

A) Recimo, da imamo besedilo  $t$  dolžine 23 črk, ki ga razdelimo na 4 dele in sicer prvi je dolg 3, drugi 4, tretji 10 in četrti preostalih 6 črk. Koliko najmanj stane takšna razdelitev? Utemeljite odgovor.

NAMIG: Podajte zaporedje rezanja izvirnega besedila  $t$  in pri tem upoštevajte ceno vsakega razreza.

B) Zapišite formulo, za izračun optimalnega razrez besedila  $t$  dolžine  $n$ , kjer imamo  $m$  točk razreza podanih v polju  $R$ .

NAMIG: V primeru iz prvega vprašanja je  $R = [3, 7, 17]$ .

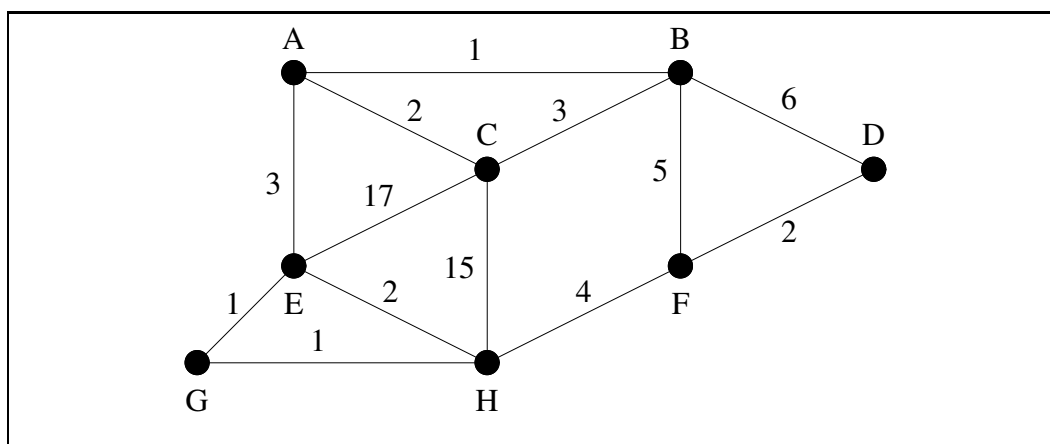
- C) Zapišite še algoritem za izračun optimalnega razreza ter ocenite njegovo časovno zahtevnost.

**3. naloga:** Imamo besedo  $w = \text{ANANAS}$ .

VPRAŠANJA:

- A) Zgradite priponsko drevo (*suffix tree*) iz  $w$  in pri tem označite konec besede z znakom \$.
- B) Naredite BWT iz besede  $w$ .
- C) Recimo, da imamo priponsko drevo nad besedo dolžine  $n$ . (i.) Opišite algoritem, ki najde v drevesu poišče najdaljši ponavljajoči niz iz  $w$ . (ii.) Kakšna je časovna zahtevnost vašega algoritma? (iii.) Ali lahko algoritem pospešimo, če že pred gradnjo drevesa vemo, da bomo iskali najdaljše ponavljajoče nize? Utemeljite odgovor.

**4. naloga:** Tramvajsko omrežje v Butalah ima obliko grafa na sl. 1, oziroma v



**Slika 1:** Tramvajsko omrežje v Butalah.

splošnem grafu  $G(V, E)$ , kjer  $|V| = n$  in  $|E| = m$ . Številke nad povezavami predstavljajo dolžine prog, medtem ko so vozlišča postajališča.

VPRAŠANJA:

- A) Pavluša Očalasti je vsak ponedeljek moral obhoditi vse tramvajske tire kot so označeni na sl. 1. (i.) Pomagajte mu in zapišite vrstni red postaj, skozi katere naj gre. (ii.) Koliko je skupna dolžina prehojene poti Pavluša in ali bi lahko bila krajša? Utemeljite odgovor.

- B) Postajališče C je na glavnem trgu v Butalah pred mestno hišo, kjer domuje župan Vrban Podvrbosmuk. Vrban je naročil Petru Zmedi, da naj mu naračuna najkrajše poti od njegove mestne hiše do vseh ostalih postajališč. Naračunajte jih še vi. Pri tem pokažite postopek izračuna.
- C) Pavluši tole sprehajanje po tirih gre presneto dobro od rok. Tako bi rad naredil algoritem, ki bi v poljubnem mestu izračunal vrstni red obiskov postajališč tako, da bi prehodil vse tire. Napišite ta algoritem, pokažite njegovo pravilnost in ocenite njegovo časovno zahtevnost.