

Algoritmi in podatkovne strukture – 2

Pisni izpit 16. rožnik 2016

Pisni izpit morate pisati posamič. Pri reševanju je literatura dovoljena. Pri odgovarjanju bodi natančni in: (i) odgovarjajte *na zastavljena* vprašanja; in (ii) odgovorite na *vsa* zastavljena vprašanja.

Čas pisanja izpita je 75 minut.

Veliko uspeha!

| NALOGA | TOČK | OD TOČK | NALOGA | TOČK | OD TOČK |
|--------|------|---------|--------|------|---------|
| 1 | | | 3 | | |
| 2 | | | 4 | | |

IME IN PRIIMEK: _____

ŠTUDENTSKA ŠTEVILKA: _____

DATUM: _____

PODPIS: _____

1. naloga: Drevesa.

VPRAŠANJA:

- A) Imamo B-drevo višine 5 in $b = 7$. (i.) Koliko največ elementov je v takšnem drevesu in (ii.) koliko najmanj? Utemeljite oba odgovora. Upoštevajte, da drevo z enim samim vozliščem je višine 1.
- B) Na predavanjih smo srečali problem ranga in izbire (poleg vstavljanja in brisanja). Časovno zahtevnost smo opredelili s številom primerjav, ki jih je naredil naš algoritem. Tokrat bomo šteli število dostopov in sicer na enkrat (v konstantnem času) lahko preberemo 512B. Podatki, ki jih vstavljamo, so 32-bitna števila in tudi reference (kazalci, naslovi) so 32 bitne vrednosti. (i.) Predlagajte učinkovito rešitev za opisani problem. (ii.) Ocenite časovno zahtevnost vaše rešitve in utemeljite odgovor.
- NAMIG: Rešitev tega vprašanja je verjetno malce daljša, saj morate obdelati vse operacije in biti natančni pri opisih ter definicijah podatkovnih struktur.
- C) Ali se da vašo rešitev iz prejšnjega vprašanja poenostaviti in/ali pospešiti, če sta edini operaciji rang in izbira. Utemeljite odgovor.

2. naloga: Številska drevesa. Peter Zmeda je v bioinformatiki in tako je njegova abeceda iz štirih črk $\Sigma = \{A, C, G, T\}$. Za obdelavo podatkov bo uporabil drevo PATRICIA, kjer je notranje vozlišče definirano kot (psevdokoda):

```
node:
    int skipValue;
    node[ $\Sigma$ ] subTree;
```

list kot (psevdokoda):

```
leaf:
    string elt
```

in je tip `string` dejansko polje (tabela) črk z indeksi od 0 do `len-1`.

VPRAŠANJA:

- A) Narišite drevo PATRICIA glede na zgornjo definicijo, v katerem so elementi: ACGCTCC, ACCGGC, TCGC, TCGAG, CCCC, CCCG in GCGCGC.
- B) Naj bo `T` drevo PATRICIA z vozlišči, kot so opisana zgoraj. Kar se da natančno zapišite funkcijo `T.Find(string elt)`, ki vrne `true`, če je `elt` v drevesu in sicer `false`.
- C) Kar se da natančno zapišite še funkcijo `T.Insert(string elt)`.

3. naloga: Grafi. Imamo graf $G(V, E)$.

VPRAŠANJA:

- A) Recimo, da je graf G usmerjen. Ter recimo, da velja za neko vozlišče $v \in V(G)$, da je dosegljivo iz vseh vozlišč V . Ali je graf G krepko povezan? Utemeljite odgovor.
- B) Graf naj bo še naprej usmerjen. Definirajmo kvadrat grafa $H = G^2$, kjer velja, da je $(u, v) \in E(H)$, če obstaja v G takšna točka $w \in V(G)$, da sta $(u, w), (w, v) \in E(G)$. (i.) Narišite poljuben (majhen) usmerjen graf G ter ga kvadirajte, se pravi narišite potem G^2 . (ii.) Recimo, da je graf podan s seznamom sosedov. Napišite algoritem, ki bo za poljuben graf $G(V, E)$ izračunal njegov kvadrat. (iii.) Kakšna je časovna zahtevnost vašega algoritma.
- C) Sedaj naj bo graf G neusmerjen. Odgovorite sedaj na vsa podvprašanja (od (i.) do (iii.)) iz prejšnjega vprašanja.

4. naloga: Naš prijatelj Peter Zmeda je postavljen pred naslednji problem. Imamo množico n števil A , ki jih moramo razdeliti na dve podmnožici B in C tako, da velja $B \cup C = A$ in $B \cap C = \emptyset$ in bosta hkrati vsoti števil v obeh množicah enaki. Na primer, če velja $A_1 = \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$, potem sta množici $B_1 = \{1, 5, 7\}$ in $C_1 = \{3, 4, 6\}$ saj je vsota števil v njih 13. Po drugi strani pa množice $A_2 = \{1, 22, 33\}$ ne moremo razdeliti na ta način na dve podmnožici.

VPRAŠANJA:

- A) Zapišite nedeterministično polinomski algoritem, ki množico A velikosti n razdeli na podmnožici B in C kot je definirano zgoraj.
- B) (i.) Zapišite naključnostni algoritem, ki razdeli množico A velikosti n na dve podmnožici, kot je zapisano zgoraj. (ii.) Vaš algoritem bo verjetno tipa Las Vegas - zakaj?
- C) Sedaj pa malce spremenimo definicijo problema in sicer tako, da iščemo B in C tako, da se vsoti čim manj razlikujeta (prim. 3-SAT in MAX-3-SAT). V zgornjem primeru bi bila delitev A_2 na $B_{2,1} = \{1\}$ in $C_{2,1} = \{22, 33\}$ slabša od $B_{2,2} = \{1, 33\}$ in $C_{2,1} = \{22\}$, ki pa je spet slabša od $B_{2,1} = \{1, 22\}$ in $C_{2,1} = \{33\}$. (i.) Napišite Monte Carlo algoritem, ki išče čim boljšo delitev. (ii.) Zakaj je vaš algoritem tipa Monte Carlo?