

Algoritmi in podatkovne strukture – 2

Pisni izpit 23. veliki srpan 2015 (2015/16)

Pisni izpit morate pisati posamič. Pri reševanju je literatura dovoljena. Pri odgovarjanju bodi natančni in: (i) odgovarjajte *na zastavljena* vprašanja; (ii) odgovorite na *vsa* zastavljena vprašanja; (iii) če piše, da morate utemeljiti odgovor, to pomeni, odgovorite na vprašanje *zakaj* je vaš odgovor pravilen; in (iv) za učinkovitejšo rešitev boste dobili več točk.

Čas pisanja izpita je 90 minut.

Veliko uspeha!

NALOGA	TOČK	OD TOČK	NALOGA	TOČK	OD TOČK
1			3		
2			4		

IME IN PRIIMEK: _____

ŠTUDENTSKA ŠTEVILKA: _____

DATUM: _____

PODPIS: _____

1. naloga: Dvojiško drevo z enim samim vozliščem je višine 1.

VPRAŠANJA:

- A) Koliko največ in koliko najmanj vozlišč ima dvojiško drevo višine 2016? Utemeljite odgovora.
- B) Zapišite funkcijo $Visina(t)$, ki sprejme kot parameter t drevo in vrne njegovo višino.
- C) V Petrovem podjetju *ButaSoft* se je pred kratkim zaposlil tudi mladi Arnold. Peter nekako ne zaupa povsem Arnoldovi implementaciji AVL dreves in se je odločil napisati program, ki preveri ali je drevo t v resnici AVL drevo. Pomagajte mu in napišite funkcijo $JeAVL(t)$, ki vzame kot parameter t urejeno dvojiško drevo in vrne TRUE, če je drevo AVL (uravnoteženost!) in sicer FALSE.

2. naloga: No, tudi to se je zgodilo. Peter Zmeda se je brezmejno zaljubil v Alenčico, ki pa mu njegove pozornosti ne vrača. Zato se je odločil, da bo pritegnil njeno pozornost s tem, da se nauči nekaj novih spretnosti, s katerimi jo bo očaral. Kot dober informatik, se je lotil zadeve silno sistematično. Najprej je naredil seznam spretnosti, za katere misli, da se jih lahko nauči in ocenil za vsako spretnost koliko časa bi mu vzela, da se je nauči. Poleg tega je poizvedel pri Alenčičini sestri Cvetoslavi, koliko Alenčica ceni posamezno spretnost. Vse skupaj je spravil v spodnjo preglednico:

<i>spretnost</i>	<i>čas učenja</i>	<i>vrednost</i>
igranje orglic	12	11
igranje kitare	20	15
ples	8	15
mešanje koktejl	6	9
astronomija	15	10
igranje košarke	5	7
kuhanje hrenovk	2	6
dokaz Einstein-Pitagorovega izreka	5	6

Stolpec *vrednost* podaja koliko Alenčica ceni posamezno spretnost, medtem ko stolpec *čas učenja* podaja čas v dnevih, ki ga Peter potrebuje, da se nauči določene spretnosti.

VPRAŠANJA:

- A) Najprej predpostavimo, da se Peter določene spretnosti lahko nauči tudi delno. Z drugimi besedami, če se bo učil igranje košarke samo tri dni, se je bo naučil

zgolj 60% in bo Alenčica to cenila ne z vrednostjo 7, ampak samo z vrednostjo 4,2. Peter ima do novega snidenja z Alenčico natančno 24 dni časa. Katere spretnosti in koliko se jih naj nauči, da bo naredil na Alenčico najboljši možen vtis. Utemeljite pravilnost svojega odgovora.

- B) Jojmene! Ko je Peter malce premislil vse skupaj, je ugotovil, da tole delno učenje spretnosti ne deluje: spretnosti se mora naučiti povsem ali pa ne bo učinka. Koliko največ vtisa lahko Peter naredi na Alenčico tokrat, če je še vedno do njunega naslednjega snidenja natančno 24 dni? Utemeljite odgovor.
- C) V splošnem imamo n spretnosti, kjer spretnost i vzame t_i časa, da se je Peter nauči in naredi vtis v_i na Alenčico. Zapišite algoritem, ki poišče nabor spretnosti, ki se jih Peter lahko nauči v času T , da bo naredil najboljši vtis na Alenčico.

3. naloga: Usmerjen graf $G(V, E)$, $V = \{A, V, G, U, S, T, Z\}$ je podan s seznamami sosedov:

A: G, S, Z

S: Z

U: S, A

G: S

T: G, U, V

V: Z

Še dve definiciji. Podmnožico vozlišč grafa, za katero velja, da med katerimakoli vozliščema podmnožice obstaja pot, imenujemo *krepro povezana komponenta*. V splošnem imamo graf $G_S(V, E)$ in $X \subseteq V$. Potem lahko naredimo iz grafa G_S inducirani podgraf $G_I(X, Y)$, kjer $(u, v) \in Y$, če in samo če: $u, v \in X$ ter $(u, v) \in E$.

VPRAŠANJA:

- A) (i) Narišite graf, ki je podan z zgornjim zapisom, (ii) V grafu G poiščite največjo krepko povezano komponento.
- B) (i) Naj bo $G_S = G$ in $X = \{V, G, S, T\}$. Zapišite inducirani podgraf $G_I(X, Y)$. Podajte ga s seznamami sosednosti. (ii) Naj bo G_S predstavljen s seznamami sosedov. Zapišite algoritem, ki pri podanih G_S in X naračuna inducirani podgraf G_I ter ga predstavi s seznamami sosedov.
- C) Utemeljite pravilnost in ocenite časovno zahtevnost vašega algoritma iz prejšnjega vprašanja.

4. naloga: V Tepanjah imajo majhno logističnem podjetju *DidelVozi*, ki oskrbuje pet strank in razdalje med njimi so podane z naslednjo matriko:

/	1	2	3	4	5
1	/	2	9	3	2
2	5	/	3	8	6
3	4	6	/	3	8
4	3	7	3	/	6
5	8	1	3	7	/

kjer prva vrstica pomeni, da je dolžina poti od stranke 1 do stranke 2 2, do stranke 3 9 in tako naprej. Obhod med strankami je dejansko zaporedje strank, kot jih obiščemo. Recimo, dva obhoda med zgornjimi strankami sta $r_1 = (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 1)$ in $r_2 = (1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 1)$.

VPRAŠANJA:

- A) Kateri od obhodov r_1 in r_2 je krajši? Utemeljite odgovor. Poiščite še en obhod, ki je krajši od obeh in utemeljite odgovor.
- B) Recimo, da imate na voljo funkcijo $\text{Random}(k)$, ki vrne naključno število med 1 in k . Napišite funkcijo $\text{Obhod}(n)$, ki tvori naključni obhod r med n strankami.
- C) Lastnik podjetja boter Dideldač se je, kot se temu danes reče, odločil optimirati stroške podjetja. Prvi strošek, ki se ga je spravljal zmanjšati, je bila poraba goriva. Način za zmanjšanje tega stroška je, da pri oskrbi strank prevoziš čim krajšo pot. Za iskanje takšne poti se je za pomoč obrnil na Petra, ki je napisal naslednji program:

```
int Najkrajši() {
    r = Obhod(5);
    min = Cena(r);
    for (i=1; i <= 120; i++) {
        r = Obhod(5);
        c = Cena(r);
        if (c < min) min = c;
    }
}
```

kjer funkcija $\text{Cena}(r)$ izračuna dolžino obhoda r in $120 = 5!$. (i) Zgornji postopek uporablja naključnost in zato je bodisi tipa *Monte Carlo* bodisi *Las Vegas*. Katerega tipa je? Utemeljite odgovor. (ii) Ali je problem iskanja najkrajšega obhoda med strankami sploh v NP? Utemeljite odgovor.

NAMIG: Pri slednji utemeljitvi bodite zelo natančni.

(DODATNA) Naštejte še vsaj dva drugačna načina zmanjšanja porabe goriva, ki ju lahko naredi boter Dideldač.