Domande per verificare la comprensione del significato di distribuzione continua (solo caso distribuzione normale). Richiede anche le nozioni di standardizzazione e di media campionaria.

N.B. Alcune domande potrebbero contenere informazioni irrilevanti.

Quesito 1. La variabile aleatoria X ha distribuzione normale con deviazione standard $\sigma = 5$ e media μ ignota.

Da un campione di rango $n = 16$ otteniamo una media $\bar{x} = 8$. Si stimi un intervallo di confienza al 99% per μ.

Esprimere il risutato numerico tramite (solo) le funzioni elencate in calce.

Risposta

L'intervallo è $(\bar{x} - \varepsilon,\ \bar{x} + \varepsilon)$ dove

$\varepsilon \ = \ z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$\alpha = 0.01$

$z_{\alpha/2}$ è tale che $\alpha/2 \ = \ \Pr\left(Z < -z_{\alpha/2}\right)$

$z_{\alpha/2} \ =$ `- norm.ppf(0.005)`

$\varepsilon \ = \ z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \ =$ `- norm.ppf(0.005) · 1.25`

$=$ `-15.5302`

Quesito 2. La variabile aleatoria X ha distribuzione normale con deviazione standard σ e media μ ignote.

Da un campione di rango 64 otteniamo una media $\bar{x} = 6$ e un deviazione standard $s = 3$. Si stimi un intervallo di confienza al 95% per μ.

Esprimere il risutato numerico tramite (solo) le funzioni elencate in calce.

Risposta

L'intervallo è $(\bar{x} - \varepsilon,\ \bar{x} + \varepsilon)$ dove

$\varepsilon \ = \ t_{\alpha/2} \cdot \dfrac{s}{\sqrt{n}}$

$\alpha = 0.05$

$t_{\alpha/2}$ è tale che $\alpha/2 \ = \ \Pr\left(T < -t_{\alpha/2}\right)$ dove $T \sim t(n-1)$

$t_{\alpha/2} \ =$ `- t.ppf(0.025, 63)`

$\varepsilon \ = \ t_{\alpha/2} \cdot \dfrac{s}{\sqrt{n}} \ =$ `- t.ppf(0.025, 63) · 0.375`

$=$ `0.7494`

Si assuma noto il valore delle seguenti funzioni della libreria `scipy.stats`

`norm.cdf(z)` $= \Pr\big(Z < \mathtt{z}\big)$ per $Z \sim N(0,1)$

`norm.ppf(`α`)` $= z_\alpha$ dove z_α è tale che $\Pr\big(Z < z_\alpha\big) = \alpha$ per $Z \sim N(0,1)$