

**Quesito 1.** Si consideri la seguente equazione differenziale a variabili separabili  $y' = x^3 y^2$ .

1. Determinarne eventuali soluzioni costanti.
2. Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^3 y^2 \\ y(0) = 7 \end{cases}$$

**Risposta**

La soluzione costante è data dalla funzione  $y(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Risposta 1

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione  $y(x) = \frac{28}{4 - 7x^4}$ .

Risposta 2

**Quesito 2.** Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = x^3 y^2 \\ y(0) = 4 \end{cases}$$

1. Trovare la soluzione del problema di Cauchy.
2. Determinare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione.

**Risposta**

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione  $y(x) = \frac{4}{1 - x^4}$ .

Risposta 1

L'intervallo massimale è  $(-1, 1)$ .

Risposta 2

**Quesito 3.** Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2 - 9}{xy} \\ y(2) = -3 \end{cases}$$

1. Trovare la soluzione del problema di Cauchy.
2. Determinare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione.

**Risposta**

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione  $y(x) = -3$ .

Risposta 1

L'intervallo massimale è  $(0, +\infty)$ .

Risposta 2

**Quesito 4.** Si consideri la seguente equazione differenziale a variabili separabili  $xy' = y$ .

1. Determinarne eventuali soluzioni costanti.
2. Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} xy' = y \\ y(6) = 2 \end{cases}$$

### Risposta

La soluzione costante è data dalla funzione  $y(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Risposta 1

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione  $y(x) = \frac{1}{3}x$ .

Risposta 2

**Quesito 5.** Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = -xe^{-y} \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

1. Trovare la soluzione del problema di Cauchy.
2. Determinare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione.

### Risposta

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione  $y(x) = \ln(-\frac{x^2}{2} + e^2)$ .

Risposta 1

L'intervallo massimale è  $(-\sqrt{2e^2}, \sqrt{2e^2})$ .

Risposta 2

**Quesito 6.** Si consideri la seguente equazione differenziale a variabili separabili  $y' = \frac{1 - e^{-y}}{2x + 1}$ .

1. Determinarne eventuali soluzioni costanti.
2. Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{1 - e^{-y}}{2x + 1} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

### Risposta

La soluzione costante è data dalla funzione  $y(x) = 0$ .

Risposta 1

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione  $y(x) = 0$ .

Risposta 2

**Quesito 7.** Si consideri la seguente equazione differenziale a variabili separabili  $y' = \frac{4x^3}{y}$ .

1. Determinarne eventuali soluzioni costanti.
2. Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{4x^3}{y} \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

**Risposta**

Non ci sono soluzioni costanti.

Risposta 1

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione  $y(x) = \sqrt{2x^4 + 9}$ . Risposta 2

**Quesito 8.** Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{4x^3}{y} \\ y(0) = -4 \end{cases}$$

1. Trovare la soluzione del problema di Cauchy.
2. Determinare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione.

**Risposta**

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione  $y(x) = -\sqrt{2x^4 + 16}$ .

Risposta

1

L'intervallo massimale è  $\mathbb{R}$ .

Risposta 2