

Domande (qualcuna artificiale) per verificare la comprensione della definizione di distribuzione di probabilità, valore atteso, e varianza per le v.a. discrete. Anche un esercizio sul teorema delle probabilità totali.

Quesito 1. La v.a. discreta X ha distribuzione di probabilità

$$\Pr(X = -2) = \frac{1}{2}, \quad \Pr(X = 1) = \frac{1}{3}, \quad \Pr(X = 2) = \frac{1}{6}.$$

1. Calcolare la distribuzione di probabilità di X^2
2. Calcolare $\text{Var}(X)$.

Esprimere i numeri razionali come frazioni di interi.

Risposta

$$\Pr(X^2 = 4) = \frac{2}{3} \quad \text{e} \quad \Pr(X^2 = 1) = \frac{1}{3} \quad \text{Risposta 1}$$

$$\text{Var}(X) = \frac{26}{9} \quad \text{Risposta 2}$$

Quesito 2. Le v.a. discrete X e Y sono indipendenti. La loro distribuzione di probabilità è data da

$$\begin{aligned} \Pr(X = 4) &= \frac{3}{5} & \Pr(Y = 1) &= \frac{1}{2} \\ \Pr(X = 3) &= \frac{2}{5} & \Pr(Y = 0) &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

1. Calcolare la distribuzione di probabilità di $X \cdot Y$
2. Calcolare $E(X \cdot Y)$.

Esprimere i numeri razionali come frazioni di interi.

Risposta

$$= \frac{3}{10} \quad = \frac{1}{5} \quad = \frac{1}{2} \quad \text{Risposta 1}$$

$$E(X \cdot Y) = \frac{9}{5} \quad \text{Risposta 2}$$

Quesito 3. La v.a. discreta X ha valore atteso $E(X) = 6$ e varianza $\text{Var}(X) = 1$. Qual è il valore atteso di $X(X - 3)$?

Risposta

$$E(X(X - 3)) = 19 \quad \text{Risposta}$$

Quesito 4. Le v.a. discrete X e Y sono indipendenti. La loro distribuzione di probabilità è data da

$$\Pr(X = 2) = \frac{1}{3} \quad \Pr(Y = 2) = \frac{1}{2}$$

$$\Pr(X = -2) = \frac{2}{3} \quad \Pr(Y = -2) = \frac{1}{2}$$

1. Calcolare la distribuzione di probabilità di $X + Y$
2. Calcolare $E(X + Y)$.

Esprimere i numeri razionali come frazioni di interi.

Risposta

$$\Pr(X + Y = 4) = \frac{1}{6} \quad \Pr(X + Y = -4) = \frac{1}{3} \quad \Pr(X + Y = 0) = \frac{1}{2} \quad \text{Risposta 1}$$

$$E(X + Y) = -\frac{2}{3} \quad \text{Risposta 2}$$

Quesito 5. Della v.a. discreta X conosciamo la distribuzione di probabilità

$$\Pr(X = 5) = \frac{2}{3} \quad \Pr(X = 4) = \frac{1}{3}$$

Della v.a. discreta Y conosciamo la distribuzione condizionata a X

$$\Pr(Y = 3 \mid X = 5) = \frac{1}{5} \quad \Pr(Y = 3 \mid X = 4) = \frac{1}{4}$$

$$\Pr(Y = 2 \mid X = 5) = \frac{4}{5} \quad \Pr(Y = 2 \mid X = 4) = \frac{3}{4}$$

Calcolare la distribuzione di probabilità di Y

Esprimere i numeri razionali come frazioni di interi.

Risposta

$$\Pr(Y = 3) = \frac{13}{60} \quad \Pr(Y = 2) = \frac{47}{60} \quad \left. \vphantom{\Pr(Y = 3)} \right\} \text{Risposta}$$