

**Quesito 1.** Si consideri la funzione  $f(x) = \sqrt[4]{x^7} - 6 \sin x$ .

1. Calcolare l'integrale indefinito  $\int f(x)dx$ .
2. Determinare l'area (con segno) sottesa alla funzione  $f$  nell'intervallo  $[0, 1]$ .

**Risposta**

$$\int f(x)dx = \frac{4}{11}x^{4/11} + 6 \cos x + C. \quad \text{Risposta 1}$$

$$\text{Il valore dell'area è } 6 \cos 1 - \frac{62}{11}. \quad \text{Risposta 2}$$

**Quesito 2.** Si consideri la funzione  $f(x) = \cos(8x)$ .

1. Calcolare l'integrale indefinito  $\int f(x)dx$ .
2. Determinare l'area (con segno) sottesa alla funzione  $f$  nell'intervallo  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}]$ .

**Risposta**

$$\int f(x)dx = \frac{\sin(8x)}{8} + C. \quad \text{Risposta 1}$$

$$\text{Il valore dell'area è } 0. \quad \text{Risposta 2}$$

**Quesito 3.** Si consideri la funzione  $f(x) = e^{7x}$ .

1. Calcolare l'integrale indefinito  $\int f(x)dx$ .
2. Determinare l'area (con segno) sottesa alla funzione  $f$  nell'intervallo  $[0, 5]$ .

**Risposta**

$$\int f(x)dx = \frac{e^{7x}}{7} + C. \quad \text{Risposta 1}$$

$$\text{Il valore dell'area è } e^{35}/7 - 1/7 = (e^{35} - 1)/7. \quad \text{Risposta 2}$$

**Quesito 4.** Si consideri la funzione  $f(x) = (2x + 6)^2$ .

1. Calcolare l'integrale indefinito  $\int f(x)dx$ .
2. Determinare l'area (con segno) sottesa alla funzione  $f$  nell'intervallo  $[0, 1]$ .

**Risposta**

$$\int f(x)dx = \frac{(2x + 6)^3}{6} + C. \quad \text{Risposta 1}$$

Il valore dell'area è  $\frac{148}{3}$ .

Risposta 2

**Quesito 5.** Si consideri la funzione  $f(x) = 3x^2$  nell'intervallo  $[0, 4]$ .

1. Suddividere tale intervallo in 8 parti e scrivere gli intervalli in cui è stato diviso. Calcolare la funzione  $f$  nel punto medio di ciascuno di tali intervalli.
2. Calcolare la somma di Riemann della funzione  $f$  relativa alla suddivisione e ai punti di campionamento trovati al punto precedente.

**Risposta**

Gli intervalli sono  $[0, 0.5]$ ,  $[0.5, 1]$ ,  $[1, 1.5]$ ,  $[1.5, 2]$ ,  $[2, 2.5]$ ,  $[2.5, 3]$ ,  $[3, 3.5]$ ,  $[3.5, 4]$ . Inoltre,  $f(0.25) = 0.1875$ ,  $f(0.75) = 1.6875$ ,  $f(1.25) = 4.6875$ ,  $f(1.75) = 9.1875$ ,  $f(2.25) = 15.1875$ ,  $f(2.75) = 22.6875$ ,  $f(3.25) = 31.6875$ ,  $f(3.75) = 42.1875$ .

Risposta 1

La somma di Riemann vale 96.5625.

Risposta 2

**Quesito 6.** Si consideri la funzione  $f(x) = x^2 - 4x$ .

1. Determinare l'area (con segno) sottesa da tale funzione nell'intervallo  $[0, 10]$ .
2. Determinare l'area (con segno) sottesa dalla funzione  $|f(x)|$  nell'intervallo  $[0, 10]$ .

**Risposta**

L'area è  $\int_0^{10} x^2 - 4x dx = \left[ \frac{x^3}{3} - 2x^2 \right]_0^{10} = \frac{1000}{3} - 200 = 133.333333333333$ . Risposta 1

L'area è  $\int_0^{10} |x^2 - 4x| dx = \int_0^4 -x^2 + 4x dx + \int_4^{10} x^2 - 4x dx = -\frac{24^3}{3} + 4^3 + \frac{1000}{3} - \frac{4}{2} \cdot 100 = 154.666666666667$   
Risposta 2

**Quesito 7.** Si consideri la funzione definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} 3 & 1 \leq x < 4 \\ -5 & 4 \leq x \leq 7 \end{cases}$$

1. Determinare l'area (con segno) sottesa da tale funzione.
2. Determinare l'area (con segno) sottesa dalla funzione  $f(2x + 4)$ .

**Risposta**

Il valore dell'area è  $-6$

Risposta 1

Il valore dell'area è  $-3$

Risposta 2

**Quesito 8.** Si consideri la funzione  $f(x) = e^x - 6$

1. Calcolare l'integrale indefinito  $\int f(x)dx$ .
2. Determinare l'area della parte di piano compresa tra la funzione  $f$  e le due rette di equazioni  $x = 0$  e  $x = 3$ .

**Risposta**

$e^x - 6x + C$ .

Risposta 1

Il valore dell'area è  $e^3 - 17$ .

Risposta 2

**Quesito 9.** Si consideri la funzione  $f(x) = x^3 + 2$

1. Calcolare l'integrale indefinito  $\int f(x)dx$ .
2. Determinare l'area della parte di piano compresa tra la funzione  $f$  e le due rette di equazioni  $x = -1$  e  $x = 3$ .

**Risposta**

$\frac{x^4}{4} + 2x + C$ .

Risposta 1

Il valore dell'area è 28.

Risposta 2

**Quesito 10.** Si consideri la funzione  $f(x) = 4 \sin(x)$

1. Calcolare l'integrale indefinito  $\int f(x)dx$ .
2. Determinare l'area della parte di piano compresa tra la funzione  $f$  e le due rette di equazioni  $x = \pi/2$  e  $x = 2\pi$ .

**Risposta**

L'integrale indefinito è  $-4 \cos x + C$ .

Risposta 1

Il valore dell'area è 12.

Risposta 2

**Quesito 11.** Si considerino le funzioni  $f(x) = 7x$  e  $g(x) = 5x^3 + 2x$

1. Calcolare gli integrali indefiniti  $\int f(x)dx$  e  $\int g(x)dx$ .
2. Determinare l'area della parte di piano compresa tra le funzioni  $f$  e  $g$ .

**Risposta**

$$\int f(x)dx = \frac{7x^2}{2} + C, \int g(x)dx = \frac{5x^4}{4} + \frac{2x^2}{2} + C.$$

Risposta 1

Il valore dell'area è  $\frac{5}{2}$ .

Risposta 2

**Quesito 12.** Si considerino le funzioni  $f(x) = x^2$  e  $g(x) = -x^3 - x^2$

1. Calcolare gli integrali indefiniti  $\int f(x)dx$  e  $\int g(x)dx$ .
2. Determinare l'area della parte di piano compresa tra le due funzioni nell'intervallo  $[-2, 0]$ .

**Quesito 13.** Si consideri la funzione  $v(t) = 3t^2 - t + 1$  che descrive la velocità di un corpo ad ogni istante di tempo  $t$ .

1. Determinare lo spostamento netto di tale corpo nell'intervallo di tempo  $[1, 6]$ .
2. Determinare lo spostamento netto di un corpo la cui velocità è descritta dalla funzione  $v(t/2)$ .

**Quesito 14.** Si consideri una funzione  $f(x)$  tale che  $\int_1^4 f(2x)dx = 6$

1. Determinare l'area sottesa dalla funzione  $f(x)$  nell'intervallo  $[2, 8]$ .
2. Determinare l'area sottesa dalla funzione  $f(3x)$  nell'intervallo  $[6, 24]$ .