

**Quesito 1.** Si consideri una particella che si muove lungo una retta. Sia  $f(t) = 6t^3 + 4t$  la funzione che ne descrive la distanza in metri dal punto di partenza ogni secondo.

1. Qual è la velocità istantanea del corpo dopo 5 secondi?
2. Quando la velocità del corpo è superiore a 104 metri al secondo?

**Risposta**

La velocità istantanea è descritta dalla funzione  $f'(t) = 18t^2 + 4$  quindi  $f'(5) = 454$

Risposta 1

La velocità supera 104 quando  $f'(t) = 18t^2 + 4 > 104$  quindi  $t > \sqrt{\frac{50}{9}}$

Risposta 2

**Quesito 2.** Si consideri la funzione  $f(x) = x \cos(x)$ .

1. Determinare la derivata  $f'(x)$ .
2. Scrivere l'equazione della retta tangente a  $f(x)$  nel punto  $(\pi, -1)$ .

**Risposta**

$$f'(x) = x \sin x + \cos x$$

Risposta 1

$$y = -x + \pi + 1$$

Risposta 2

**Quesito 3.** Un paziente assume giornalmente un medicinale. La dose attuale produce un incremento (immediato) della concentrazione di medicinale nel sangue pari a 2 unità. A regime, la concentrazione massima nel sangue è 3.4. Si rende necessario farla salire a 4.2. Che incremento dovrà produrre la nuova dose? Ricordiamo che l'equazione  $x_{n+1} = ax_n + b$  ha come soluzione generale  $Ca^n + b/(1-a)$ .

**Risposta** La concentrazione massima a regime è  $b/(1-a) = 2/(1-a) = 3.4$ . Quindi  $a = 0.41$ . La nuova dose  $b'$  deve soddisfare  $b'/(1-a) = 4.2$ . Quindi  $b' = 2.48$

**Quesito 4.** Pat is required to sell candy bars to raise money for the 6th grade field trip. There are 10 houses in the neighborhood, and Pat is not supposed to return home until 6 candy bars have been sold. So the child goes door to door, selling candy bars. At each house, there is a 0.5 probability of selling one candy bar and a 0.5 probability of selling nothing.

1. What is the probability of selling the last candy bar at the  $i$ -th house?
2. What is the probability of selling all 5 candies in the neighborhood?

Esprimere il risultato numerico tramite (solo) le funzioni elencate in calce.

**Risposta** Sia  $Y \sim NB(6, 0.5)$ .

The probability of selling the last candy bar at the  $i$ -th house is

$$\Pr(Y + 6 = i) = \text{nbinom.pmf}(i-6, 6, 0.5)$$

Risposta 1

The probability of selling all 6 candies in the neighborhood is

$$\Pr(Y + 6 \leq 10) = \text{nbinom.cdf}(4, 6, 0.5) = 0.894943$$

Risposta 2

**Quesito 5.** Abbiamo una scatola di viti di cui il 5% è difettoso. I nostri prodotti richiedono 9 viti per pezzo. Procediamo nel seguente modo. Prendiamo una vite a caso e, se difettosa, la sostituiamo con un'altra, anche scelta a caso, fino ad avere le 9 viti richieste.

1. In media quante viti dovremmo provare per completare un pezzo?

2. Qual è la probabilità di riuscire a finire un pezzo scegliendo  $\leq 11$  viti?
3. Quanti tentativi dovremo preventivare perchè la probabilità di finire un pezzo sia almeno il 99%?

Esprimere il risultato numerico tramite (solo) le funzioni elencate in calce.

**Risposta** Consideriamo successo una vite non difettosa. Sia  $Y \sim NB(9, 0.95)$ .

$$E(Y + 9) = \frac{9 \cdot (1 - 0.95)}{0.95} + 9 = 9.474 \quad \text{Risposta 1}$$

$$\Pr(Y + 9 \leq 11) = \text{nbinom.cdf}(2, 9, 0.95) = 0.984765 \quad \text{Risposta 2}$$

$$\Pr(Y + 9 \leq x) = 0.99 \quad \text{quindi} \quad x \cong 9 + \text{nbinom.ppf}(0.99, 9, 0.95) = 12 \quad \text{Risposta 3}$$

---

Formulario: se  $X \sim B(n, p)$  allora  $E(X) = np$   
 se  $X \sim NB(n, p)$  allora  $E(X) = n(1 - p)/p$

Si assuma noto il valore delle seguenti funzioni della libreria `scipy.stats` di Python

`nbinom.pmf(k, n, p)` =  $\Pr(X = k)$  dove  $X \sim NB(n, p)$

`nbinom.cdf(k, n, p)` =  $\Pr(X \leq k)$  dove  $X \sim NB(n, p)$

`nbimom.ppf(q, n, p)` =  $k$  dove  $k$  è tale che  $\Pr(X \leq k) \cong q$  per  $X \sim NB(n, p)$