

Quesito 1. Si consideri la funzione $f(x) = \cos\left(\left|\frac{5x-3}{2x+1}\right|\right)$.

1. Determinare dominio e immagine della funzione.
2. Determinare il punto di massimo assoluto per $x \geq 0$.

Risposta

$$\text{dom} f = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\} \quad \text{e} \quad \text{im} f = [-1, 1]$$

Risposta 1

$$x = \frac{3}{5}$$

Risposta 2

Quesito 2. Si consideri la funzione $f(x) = \frac{e^x}{2|x|-3}$.

1. Determinare il dominio di f .
2. Determinare $f\left((-\infty, -\frac{3}{2})\right)$.

Risposta

$$\text{dom} f = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm\frac{3}{2}\right\}$$

Risposta 1

$$f\left((-\infty, -\frac{3}{2})\right) = (0, +\infty)$$

Risposta 2

Quesito 3. Si consideri la funzione $f(x) = |x| - |x+5|$.

1. Determinare dominio e immagine della funzione.
2. Determinare $f^{-1}(5)$.

Risposta

$\text{dom} f = \mathbb{R}$. Si ha

$$f(x) = \begin{cases} -5, & x \geq 0 \\ -5x - 5, & -5 \leq x < 0 \\ 5, & x < -5 \end{cases}$$

da cui $\text{im} f = [-5, 5]$

Risposta 1

$$f^{-1}(5) = (-\infty, -5]$$

Risposta 2

Quesito 4. Si considerino le funzioni $f(x) = \frac{x+4}{2x+5}$ e $g(x) = \sqrt{-x+1}$

1. Scrivere esplicitamente le funzioni $f \circ g$ e $g \circ f$.

2. Determinare dominio di $f \circ g$.

Risposta

$$(f \circ g)(x) = \frac{\sqrt{-x+1}+4}{2\sqrt{-x+1}+5} \quad \text{e} \quad (g \circ f)(x) = \sqrt{-\frac{x+4}{2x+5}}+1$$

Risposta 1

$$\text{dom}(f \circ g) = (-\infty, 1]$$

Risposta 2

Quesito 5. Si consideri la funzione $f(x) = \log(x+4)$.

1. Determinare dominio e immagine della funzione.
2. Per quali valori si annulla la funzione $f(-x)$?

Esprimere il risultato come frazione di interi, ed eventualmente multipli di e .

Risposta

$$\text{dom} f = (-4, +\infty) \quad \text{im} f = \mathbb{R}$$

Risposta 1

$$x = 3$$

Risposta 2

Quesito 6. Si considerino le funzioni $f(x) = \frac{1}{x}$ e $g(x) = x^2 - x$.

1. Scrivere esplicitamente le funzioni $f \circ g$ e $g \circ f$.
2. Determinare dominio di $f \circ g$ e $g \circ f$.

Risposta

$$(f \circ g)(x) = \frac{1}{x^2 - x} \quad \text{e} \quad (g \circ f)(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

Risposta 1

$$\text{dom}(f \circ g) = \mathbb{R} - \{0, 1\} \quad \text{e} \quad \text{dom}(g \circ f) = \mathbb{R} - \{0\}$$

Risposta 2

Quesito 7. Si considerino le funzioni $f(x) = \frac{1}{3x}$ e $g(x) = \log(x)$.

1. Scrivere esplicitamente le funzioni $f \circ g$ e $g \circ f$.
2. Determinare dominio di $f \circ g$ e $g \circ f$.

Risposta

$$(f \circ g)(x) = \frac{1}{3 \log(x)} \quad \text{e} \quad (g \circ f)(x) = \log\left(\frac{1}{3x}\right)$$

Risposta 1

$$\text{dom}(f \circ g) = (0, +\infty) \quad \text{e} \quad \text{dom}(g \circ f) = (0, 1) \cup (1, +\infty)$$

Risposta 2

Quesito 8. Si considerino le funzioni $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 3}$.

1. Scrivere esplicitamente le funzioni $f \circ g$ e $g \circ f$.
2. Determinare dominio di $f \circ g$ e $g \circ f$.

Risposta

$$(f \circ g)(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 2}{x^2 - 3}} \quad \text{e} \quad (g \circ f)(x) = \frac{x + 2}{x - 3} \quad \text{Risposta 1}$$

$$\text{dom}(f \circ g) = \mathbb{R} - \{\pm 3\} \quad \text{e} \quad \text{dom}(g \circ f) = (-\infty, -3) \cup (3, +\infty) \quad \text{Risposta 2}$$

Quesito 9. Si consideri la funzione $f(x) = \left| 3 + \frac{1}{x} \right|$.

1. Determinare il dominio della funzione.
2. In quale punto si annulla la funzione $f(x + 3)$?

Risposta $\text{dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$ Risposta 1

$$x = -\frac{10}{3} \quad \text{Risposta 1}$$

Quesito 10. Si considerino le funzioni $f(x) = x^2 - 5$ e $g(x) = \frac{1}{x}$.

1. Scrivere esplicitamente le funzioni $f \circ g$ e $g \circ f$.
2. Determinare dominio $f \circ g$ e $g \circ f$.

Risposta

$$(f \circ g)(x) = -5 + \frac{1}{x^2} \quad \text{e} \quad (g \circ f)(x) = \frac{1}{x^2 - 5} \quad \text{Risposta 1}$$

$$\text{dom}(f \circ g) = \mathbb{R} - \{0\} \quad \text{e} \quad \text{dom}(g \circ f) = \mathbb{R} - \{\pm\sqrt{5}\} \quad \text{Risposta 2}$$

Quesito 11. Sia $f(x)$ la funzione che misura in parti per milione (ppm) la concentrazione di anidride carbonica nell'atmosfera nell'anno x . Si supponga che tale concentrazione abbia una crescita lineare di fattore $m = 0.6$ ppm.

1. In quanti anni la concentrazione di anidride carbonica aumenterà di 3 ppm?
2. Sapendo che nel 1960 la concentrazione di anidride carbonica nell'atmosfera era di 316 ppm, scrivere esplicitamente la funzione $f(x)$.

Risposta

$$\Delta x = 5.0 \quad \text{Risposta 1}$$

$$f(x) = 0.6(x - 1960) + 316$$

Risposta 2

Quesito 12. Sia $f(x)$ la funzione che misura in parti per milione (ppm) la concentrazione di anidride carbonica nell'atmosfera nell'anno x . Si supponga che tale concentrazione abbia una crescita lineare di fattore $m = 0.2$ ppm.

1. Sapendo che nel 1980 la concentrazione di anidride carbonica nell'atmosfera era di 311 ppm, scrivere esplicitamente la funzione $f(x)$.
2. Quale sarà la concentrazione di anidride carbonica nel 2035?

Risposta

$$f(x) = 0.2(x - 1980) + 311$$

Risposta 1

322.0

Risposta 2

Quesito 13. Sia $f(x)$ la funzione che misura in parti per milione (ppm) la concentrazione di anidride carbonica nell'atmosfera nell'anno x . Si supponga che tale concentrazione abbia una crescita lineare di fattore $m = 0.8$ ppm.

1. Sapendo che nel 2015 la concentrazione di anidride carbonica nell'atmosfera era di 364 ppm, scrivere esplicitamente la funzione $f(x)$.
2. Quale era la concentrazione di anidride carbonica nel 1992?

Risposta

$$f(x) = 0.8(x - 2015) + 364$$

Risposta 1

345.6

Risposta 2

Quesito 14. Sia $f(x)$ la funzione che misura in parti per milione (ppm) la concentrazione di anidride carbonica nell'atmosfera nell'anno x . Si supponga che tale concentrazione abbia una crescita lineare di fattore $m = 0.8$ ppm.

1. Sapendo che nel 2010 la concentrazione di anidride carbonica nell'atmosfera era di 340 ppm, scrivere esplicitamente la funzione $f(x)$.
2. In quale anno la concentrazione supererà 450 ppm?

Risposta

$$f(x) = 0.8x - 1268$$

Risposta 1

La concentrazione supererà 450 ppm quando $f(x) = 0.8x - 1268 > 450$, ovvero per $x > 2147.5$,

quindi nell'anno 2148

Risposta 2