**Quesito 1.** Si consideri la seguente equazione differenziale a variabili separabili $y' = x^3y^2$.

1. Determinarne eventuali soluzioni costanti.
2. Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^3y^2 \\ y(0) = 7 \end{cases}$$

**Risposta**

La soluzione costante è data dalla funzione $y(x) = 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Risposta 1

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione $y(x) = \dfrac{28}{4 - 7x^4}$. Risposta 2

**Quesito 2.** Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = x^3y^2 \\ y(0) = 4 \end{cases}$$

1. Trovare la soluzione del problema di Cauchy.
2. Determinare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione.

**Risposta**

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione $y(x) = \dfrac{4}{1 - x^4}$. Risposta 1

L'intervallo massimale è $(-1, 1)$. Risposta 2

**Quesito 3.** Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{y^2 - 9}{xy} \\ y(2) = -3 \end{cases}$$

1. Trovare la soluzione del problema di Cauchy.
2. Determinare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione.

**Risposta**

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione $y(x) = -3$. Risposta 1

L'intervallo massimale è $(0, +\infty)$. Risposta 2

**Quesito 4.** Si consideri la seguente equazione differenziale a variabili separabili $xy' = y$.

1. Determinarne eventuali soluzioni costanti.
2. Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} xy' = y \\ y(6) = 2 \end{cases}$$

**Risposta**

La soluzione costante è data dalla funzione $y(x) = 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Risposta 1

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione $y(x) = \frac{1}{3}x$. Risposta 2

**Quesito 5.** Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = -xe^{-y} \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

1. Trovare la soluzione del problema di Cauchy.
2. Determinare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione.

**Risposta**

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione $y(x) = \ln(-\dfrac{x^2}{2} + e^2)$. Risposta 1

L'intervallo massimale è $(-\sqrt{2e^2}, \sqrt{2e^2})$. Risposta 2

**Quesito 6.** Si consideri la seguente equazione differenziale a variabili separabili $y' = \dfrac{1 - e^{-y}}{2x + 1}$.

1. Determinarne eventuali soluzioni costanti.
2. Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{1 - e^{-y}}{2x + 1} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

**Risposta**

La soluzione costante è data dalla funzione $y(x) = 0$. Risposta 1

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione $y(x) = 0$. Risposta 2

**Quesito 7.** Si consideri la seguente equazione differenziale a variabili separabili $y' = \dfrac{4x^3}{y}$.

1. Determinarne eventuali soluzioni costanti.
2. Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{4x^3}{y} \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

**Risposta**

Non ci sono soluzioni costanti. Risposta 1

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione $y(x) = \sqrt{2x^4 + 9}$. Risposta 2

**Quesito 8.** Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{4x^3}{y} \\ y(0) = -4 \end{cases}$$

1. Trovare la soluzione del problema di Cauchy.
2. Determinare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione.

**Risposta**

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione $y(x) = -\sqrt{2x^4 + 16}$. Risposta 1

L'intervallo massimale è $\mathbb{R}$. Risposta 2