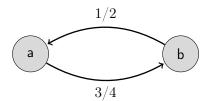
## Esperimento con HMM (senza definirli)

Quesito 1. Consideriamo il percorso aleatorio descritto in figura. Nello stato a viene lanciata una moneta a valori T o C. La probabilità che esca T è 4/5. Nello stato b viene lanciata una moneta con probabilità 2/5 che esca T.



Le transizioni aa e bb sono implicite.

Il percorso comincia (al tempo t=0) dallo stato  ${\tt a}$ . Al tempo t=2 il risultato del lancio della moneta è T. Qual è la probabilità che il processo al tempo t=2 si trovi nello stato  ${\tt a}$ ?

Indichiamo con  $S_t \in \{a, b\}$  le variabili aleatorie che danno lo stato al tempo t. Indichiamo con  $X_t \in \{T, C\}$  le variabili aleatorie che danno il risultato del lancio al tempo t. Si esprima usando queste v.a. la probabilità condizionata che si intende calcolare.

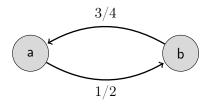
Esprimere i risultati numerici come frazioni di interi.

## Risposta

$$\Pr\left(S_2 = \mathsf{a} \mid X_2 = \mathsf{T}\right)$$

$$=\frac{14}{23}$$

Consideriamo il percorso aleatorio descritto in figura. Quando il processo si trova nello stato a viene lanciata una moneta a valori T o C. La probabilità che esca T è 3/5. Nello stato b viene lanciata una moneta con probabilità 2/5 che esca T.



Le transizioni aa e bb sono implicite.

Il percorso comincia (al tempo t=0) dallo stato b. Al tempo 1 e 2 il risultato del lancio della moneta è TT. Qual è la probabilità che gli stati corrispondenti siano ab?

Esprimere i risultati numerici come frazioni di interi.

Per sveltire la soluzione calcoliamo le seguenti probabilità. Indichiamo con  $S_t \in \{a, b\}$  le variabili aleatorie che danno lo stato al tempo t. Indichiamo con  $X_t \in \{\mathsf{T},\mathsf{C}\}$  le variabili aleatorie che danno il risultato del lancio al tempo t. Per leggibilità nelle segienti abbiamo omesso di scrivere  $X_1X_2 = e S_1S_2 =$ .

$$\Pr\left(\mathsf{TT}\mid\mathsf{aa}\right) \ = \ \frac{9}{25} \qquad \Pr\left(\mathsf{TT}\mid\mathsf{ab}\right) \ = \$$

$$\Pr(\mathsf{aa}) = \frac{3}{8} \qquad \Pr(\mathsf{ab}) = ?$$

$$\begin{array}{ll} \Pr\left(\mathsf{TT}\mid\mathsf{aa}\right) \;=\; \frac{9}{25} & \quad \Pr\left(\mathsf{TT}\mid\mathsf{ab}\right) \;=\; ? \\ \\ \Pr\left(\mathsf{TT}\mid\mathsf{ba}\right) \;=\; \frac{6}{25} & \quad \Pr\left(\mathsf{TT}\mid\mathsf{bb}\right) \;=\; \frac{4}{25} \end{array}$$

$$\Pr\left(\mathsf{ba}\right) \ = \ \frac{3}{16} \qquad \Pr\left(\mathsf{bb}\right) \ = \ \frac{1}{16}$$

Risposta

$$\Pr\left(\mathsf{ab}\,|\,\mathsf{TT}\right)$$

$$=\frac{2}{5}$$