Quesito 1. Si consideri la funzione $f(x) = \sqrt[4]{x^7} - 6\sin x$.

1. Calcolare l'integrale indefinito $\int f(x)dx$.

2. Determinare l'area (con segno) sottesa alla funzione f nell'intervallo $[0, 1]$.

Risposta

$\int f(x)dx = \frac{4}{11}x^{4/11} + 6\cos x + C.$ Risposta 1

Il valore dell'area è $6\cos 1 - \frac{62}{11}$. Risposta 2

Quesito 2. Si consideri la funzione $f(x) = \cos(8x)$.

1. Calcolare l'integrale indefinito $\int f(x)dx$.

2. Determinare l'area (con segno) sottesa alla funzione f nell'intervallo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}]$.

Risposta

$\int f(x)dx = \frac{\sin(8x)}{8} + C.$ Risposta 1

Il valore dell'area è 0. Risposta 2

Quesito 3. Si consideri la funzione $f(x) = e^{7x}$.

1. Calcolare l'integrale indefinito $\int f(x)dx$.

2. Determinare l'area (con segno) sottesa alla funzione f nell'intervallo $[0, 5]$.

Risposta

$\int f(x)dx = \frac{e^{7x}}{7} + C.$ Risposta 1

Il valore dell'area è $e^{35}/7 - 1/7 = (e^{35} - 1)/7$. Risposta 2

Quesito 4. Si consideri la funzione $f(x) = (2x + 6)^2$.

1. Calcolare l'integrale indefinito $\int f(x)dx$.

2. Determinare l'area (con segno) sottesa alla funzione f nell'intervallo $[0, 1]$.

Risposta

$\int f(x)dx = \frac{(2x+6)^3}{6} + C.$ Risposta 1

Il valore dell'area è $\frac{148}{3}$. Risposta 2

Quesito 5. Si consideri la funzione $f(x) = 3x^2$ nell'intervallo $[0, 4]$.

1. Suddividere tale intervallo in 8 parti e scrivere gli intervalli in cui è stato diviso. Calcolare la funzione f nel punto medio di ciascuno di tali intervalli.
2. Calcolare la somma di Riemann della funzione f relativa alla suddivisione e ai punti di campionamento trovati al punto precedente.

Risposta

Gli intervalli sono $[0, 0.5], [0.5, 1], [1, 1.5], [1.5, 2], [2, 2.5], [2.5, 3], [3, 3.5], [3.5, 4]$. Inoltre, $f(0.25) = 0.1875$, $f(0.75) = 1.6875$, $f(1.25) = 4.6875$, $f(1.75) = 9.1875$, $f(2.25) = 15.1875$, $f(2.75) = 22.6875$, $f(3.25) = 31.6875$, $f(3.75) = 42.1875$. Risposta 1

La somma di Riemann vale 96.5625. Risposta 2

Quesito 6. Si consideri la funzione $f(x) = x^2 - 4x$.

1. Determinare l'area (con segno) sottesa da tale funzione nell'intervallo $[0, 10]$.
2. Determinare l'area (con segno) sottesa dalla funzione $|f(x)|$ nell'intervallo $[0, 10]$.

Risposta

L'area è $\displaystyle\int_0^{10} x^2 - 4x dx = \left[\frac{x^3}{3} - 2x^2\right]_0^{10} = \frac{1000}{3} - 200 = 133.33.$ Risposta 1

$$\text{L'area è } \int_0^{10} |x^2 - 4x| dx = \int_0^4 -x^2 + 4x dx + \int_4^{10} x^2 - 4x dx = -\frac{24^3}{3} + 4^3 + \frac{1000}{3} - \frac{4}{2} \cdot 100$$
$$= 154.67$$
Risposta 2

Quesito 7. Si consideri la funzione definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} 3 & 1 \leq x < 4 \\ -5 & 4 \leq x \leq 7 \end{cases}$$

1. Determinare l'area (con segno) sottesa da tale funzione.
2. Determinare l'area (con segno) sottesa dalla funzione $f(2x + 4)$.

Risposta

Il valore dell'area è -6 Risposta 1

Il valore dell'area è -3 Risposta 2

Quesito 8. Si consideri la funzione $f(x) = e^x - 6$

1. Calcolare l'integrale indefinito $\int f(x)dx$.
2. Determinare l'area della parte di piano compresa tra la funzione f e le due rette di equazioni $x = 0$ e $x = 3$.

Risposta

$e^x - 6x + C$. Risposta 1

Il valore dell'area è $e^3 - 17$. Risposta 2

Quesito 9. Si consideri la funzione $f(x) = x^3 + 2$

1. Calcolare l'integrale indefinito $\int f(x)dx$.
2. Determinare l'area della parte di piano compresa tra la funzione f e le due rette di equazioni $x = -1$ e $x = 3$.

Risposta

$\frac{x^4}{4} + 2x + C$. Risposta 1

Il valore dell'area è 28. Risposta 2

Quesito 10. Si consideri la funzione $f(x) = 4\sin(x)$

1. Calcolare l'integrale indefinito $\int f(x)dx$.
2. Determinare l'area della parte di piano compresa tra la funzione f e le due rette di equazioni $x = \pi/2$ e $x = 2\pi$.

Risposta

L'integrale indefinito è $-4\cos x + C$. Risposta 1

Il valore dell'area è 12. Risposta 2

Quesito 11. Si considerino le funzioni $f(x) = 7x$ e $g(x) = 5x^3 + 2x$

1. Calcolare gli integrali indefiniti $\int f(x)dx$ e $\int g(x)dx$.

2. Determinare l'area della parte di piano compresa tra le funzioni f e g.

Risposta

$\int f(x)dx = \frac{7x^2}{2} + C$, $\int g(x)dx = \frac{5x^4}{4} + \frac{2x^2}{2} + C$. Risposta 1

Il valore dell'area è $\frac{5}{2}$. Risposta 2

Quesito 12. Si considerino le funzioni $f(x) = x^2$ e $g(x) = -x^3 - x^2$

1. Calcolare gli integrali indefiniti $\int f(x)dx$ e $\int g(x)dx$.

2. Determinare l'area della parte di piano compresa tra le due funzioni nell'intervallo $[-2, 0]$.

Risposta

$\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + C$, $\int g(x)dx = -\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + C$. Risposta 1

Il valore dell'area è . Risposta 2

Quesito 13. Si consideri la funzione $v(t) = 3t^2 - t + 3$ che descrive la velocità di un corpo ad ogni istante di tempo t.

1. Determinare lo spostamento netto di tale corpo nell'intervallo di tempo $[1, 4]$.

2. Determinare lo spostamento netto di un corpo la cui velocità è descritta dalla funzione $v(t/2)$.

Risposta

Lo spostamento netto è $\frac{129}{2}$. Risposta 1

Lo spostamento netto è 21. Risposta 2

Quesito 14. Si consideri una funzione $f(x)$ tale che $\int_2^8 f(2x)dx = 2$

1. Determinare l'area sottesa dalla funzione $f(x)$ nell'intervallo $[4, 16]$.

2. Determinare l'area sottesa dalla funzione $f(4x)$ nell'intervallo $[1, 4]$.

Risposta

L'area vale 4. Risposta 1

L'area vale 8. Risposta 2