Domande per verificare il riconoscimento di esperimenti che si modellano con distribuzione binomiale negativa.

Quesito 1. Pat is required to sell candy bars to raise money for the 6th grade field trip. There are 10 houses in the neighborhood, and Pat is not supposed to return home until 6 candy bars have been sold. So the child goes door to door, selling candy bars. At each house, there is a 0.5 probability of selling one candy bar and a 0.5 probability of selling nothing.

1. What is the probability of selling the last candy bar at the i-th house?
2. What is the probability of selling all 5 candies in the neighborhood?

Esprimere il risutato numerico tramite (solo) le funzioni elencate in calce.

Risposta Sia $Y \sim NB(6, 0.5)$.

The probability of selling the last candy bar at the i-th house is

$\Pr(Y + 6 = i)$ = `nbinom.pmf(i-6, 6, 0.5 )` Risposta 1

The probability of selling all 6 candies in the neighborhood is

$\Pr(Y + 6 \leq 10)$ = `nbinom.cdf(4, 6, 0.5 ) = 0.894943` Risposta 2

Quesito 2. Abbiamo una scatola di viti di cui il 5% è difettoso. I nostri prodotti richiedono 9 viti per pezzo. Procediamo nel seguente modo. Prendiamo una vite a caso e, se difettosa, la sostituiamo con un'altra, anche scelta a caso, fino ad avere le 9 viti richieste.

1. In media quante viti dovremmo provare per completare un pezzo?
2. Qual è la probabilità di riuscire a finire un pezzo scegliendo ≤ 11 viti?
3. Quanti tentativi dovremo preventivare perchè la probabilità di finire un pezzo sia almeno il 99%?

Esprimere il risutato numerico tramite (solo) le funzioni elencate in calce.

Risposta Consideriamo successo una vite non difettosa. Sia $Y \sim NB(9, 0.95)$.

$\mathrm{E}(Y + 9) = \dfrac{9 \cdot (1 - 0.95)}{0.95} + 9 =$ `9.474` Risposta 1

$\Pr(Y + 9 \leq 11)$ = `nbinom.cdf(2, 9, 0.95 ) = 0.984765` Risposta 2

$\Pr(Y + 9 \leq x) = 0.99$ quindi `x` $\cong$ `9 + nbinom.ppf(0.99, 9, 0.95 ) = 12` Risposta 3

Quesito 3. Consideriamo sequenze di caratteri dell'alfabeto $\{a, g, c, t\}$. Assumiamo che tutti i caratteri occorrano con la stessa probabilità indipendentemente dalla posizione. Leggiamo due sequenze s_0 ed s_1 da sinistra a destra, qual è la probabilità che la prima differenza occorra non prima di 14 caratteri (ovvero occorre al carattere 14 o ai seguenti)?

Esprimere il risutato numerico tramite (solo) le funzioni elencate in calce.

Risposta

$X \sim NB(1, 1/4)$

$\Pr(X \geq 14) \;=\; 1 - \Pr(X \leq 13)$ $=$ `1 - nbinom.cdf( 13, 1, 1/4 )` `= 1.0` Risposta

---

Formulario: se $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$ allora $\mathrm{E}\,(X) = np$ e $\mathrm{Var}\,(X) = np(1-p)$
se $X \sim NB(\mathtt{n}, \mathtt{p})$ allora $E(X) = n(1-p)/p$ e $\mathrm{Var}\,(X) = n(1-p)/p^2$

Si assuma noto il valore delle seguenti funzioni della libreria `scipy.stats` di `Python`

`nbinom.pmf(k, n, p)` $= \Pr\big(X = \mathtt{k}\big)$ dove $X \sim NB(\mathtt{n}, \mathtt{p})$

`nbinom.cdf(k, n, p)` $= \Pr\big(X \leq \mathtt{k}\big)$ dove $X \sim NB(\mathtt{n}, \mathtt{p})$

`nbimom.ppf(q, n, p)` $= \mathtt{k}$ dove $\mathtt{k}$ è tale che $\Pr\big(X \leq \mathtt{k}\big) \cong \mathtt{q}$ per $X \sim NB(\mathtt{n}, \mathtt{p})$