Matematica e BioStatistica con Applicazioni Informatiche
Esercitazione in aula del 17 gennaio 2018

Quesito 1. La variabile aleatoria X ha distribuzione normale con deviazione standard $\sigma = 5$ e media μ ignota.

Da un campione di rango $n = 16$ otteniamo una media $\bar{x} = 8$. Si stimi un intervallo di confienza al 99% per μ.

Esprimere il risutato numerico tramite (solo) le funzioni elencate in calce.

Risposta

L'intervallo è $(\bar{x} - \varepsilon,\ \bar{x} + \varepsilon)$ dove

$\varepsilon \ = \ z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$\alpha = 0.01$

$z_{\alpha/2}$ è tale che $\alpha/2 \ = \ \Pr(Z < -z_{\alpha/2})$

$z_{\alpha/2} \ =$ `- norm.ppf(0.005)`

$\varepsilon \ = \ z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \ =$ `- norm.ppf(0.005) · 1.25`

$=$ `-15.5302`

Quesito 2. La variabile aleatoria X ha distribuzione normale con deviazione standard σ e media μ ignote.

Da un campione di rango 64 otteniamo una media $\bar{x} = 6$ e un deviazione standard $s = 3$. Si stimi un intervallo di confienza al 95% per μ.

Esprimere il risutato numerico tramite (solo) le funzioni elencate in calce.

Risposta

L'intervallo è $(\bar{x} - \varepsilon,\ \bar{x} + \varepsilon)$ dove

$\varepsilon \ = \ t_{\alpha/2} \cdot \dfrac{s}{\sqrt{n}}$

$\alpha = 0.05$

$t_{\alpha/2}$ è tale che $\alpha/2 \ = \ \Pr(T < -t_{\alpha/2})$ dove $T \sim t(n-1)$

$t_{\alpha/2} \ =$ `- t.ppf(0.025, 63)`

$\varepsilon \ = \ t_{\alpha/2} \cdot \dfrac{s}{\sqrt{n}} \ =$ `- t.ppf(0.025, 63) · 0.375`

$=$ `0.7494`

Quesito 3. In un gioco a due giocatori, A e B, ogni partita vale un punto che è vinto da uno dei due giocatori (non ci sono patte). Vince il gioco chi per primo raggiunge 8 punti. In ciascuna partita vince A con probabilità 0.6.

Qual è la probabilità che A vinca il gioco in ≤ 11 partite ?

Risposta

Sia $X \sim B(11, 0.6)$. Il giocatore A vince se $X \geq 8$.

$\Pr(X \geq 8) \ = \ 1 - \Pr(X \leq 7) \ =$ `1 - binom.cdf( 7, 11, 0.6 ) = 0.2963` Risposta

Quesito 4. Si sospetta che un certo medicinale abbassi la pressione diastolica. A ciascuno di n individui somministriamo in momenti diversi sia il placebo che il medicinale. La pressione media calcolata tra chi assume il placebo è $\bar{x}$ e con deviazione standard s_x. Per chi assume il medicinale i valori sono $\bar{y}$ e s_y. Per ogni individuo misuriamo anche la differenza di pressione durante l'assunzione di placebo e di medicinale. Il valore medo di queste differenze è $\bar{z}$ con deviazione standard s_z.

Vogliamo valutare se il medicinale abbassa la pressione diastolica più del placebo. Specificare: H_0, H_1, che test bisogna usare, ed esprimere in funzione dei parametri dati il valore della statistica.

Risposta

μ media di popolazione delle differenze (medicinale-placebo)

H_0 $\qquad \mu = 0$

H_1 $\qquad \mu < 0$ two tails test

Usiamo un t-test a una coda (inferiore)

$\dfrac{\bar{z}}{s/\sqrt{n}}$ $\qquad$ valore della statistica

---

Formulario: se $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$ allora $E(X) = np$
se $X \sim NB(\mathtt{n}, \mathtt{p})$ allora $E(X) = n(1-p)/p$

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{S \cdot \sqrt{1/n_x + 1/n_y}} \quad \text{dove } S^2 = \frac{n_x - 1}{n_x + n_y - 2} \cdot S_x^2 + \frac{n_y - 1}{n_x + n_y - 2} \cdot S_y^2 \quad \text{ha distribuzione } t(n_x + n_y - 2)$$

Si assuma noto il valore delle seguenti funzioni della libreria `scipy.stats` di `Python`
`binom.pmf(k, n, p)` $= \Pr\big(X = \mathtt{k}\big)$ dove $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$
`binom.cdf(k, n, p)` $= \Pr\big(X \le \mathtt{k}\big)$ dove $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$
`bimom.ppf(q, n, p)` $= \mathtt{k}$ dove $\mathtt{k}$ è tale che $\Pr\big(X \le \mathtt{k}\big) \cong \mathtt{q}$ per $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$
`nbinom.xxx(...)`, è l'analogo per $X \sim NB(\mathtt{n}, \mathtt{p})$.
`norm.xxx(...)`, è l'analogo per $Z \sim N(0, 1)$.
`t.xxx(...,` ν`)`, è l'analogo per $T \sim t(\nu)$.