

Quesito 1. Calcolare un valore α tale che la seguente funzione è una corretta densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 1 \\ \alpha \cdot x & \text{se } 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{se } x > 3 \end{cases}$$

Risposta

$$\sum_{i=0}^{\infty} a_i^2 = \sum_{i=2}^{\infty} a_i^2 + 2^2 + 1^2 = 14 + 4 + 1 = 19.$$

Quesito 2. Un urna contiene biglie il cui diametro è distribuito normalmente con media 30mm e deviazione standard 3mm. Preleviamo 10 biglie a caso dall'urna.

1. Quante biglie con diametro ≤ 33 mm ci aspettiamo di ottenere?
2. Qual'è la probabilità che almeno 7 abbiano diametro ≤ 33 mm?

Estraiano casualmente biglie dall'urna fino a trovarne una di diametro compreso tra 29 e 31mm

3. Quante estrazioni ci aspettiamo di dover fare?
4. Qual'è la probabilità di trovarne una prima della quinta estrazione?

Risposta

Formulario: se $X \sim B(n, p)$ allora $E(X) = np$
se $X \sim NB(n, p)$ allora $E(X) = n(1 - p)/p$

Si assuma noto il valore delle seguenti funzioni della libreria `scipy.stats` di Python

`binom.pmf(k, n, p)` = $\Pr(X = k)$ dove $X \sim B(n, p)$

`binom.cdf(k, n, p)` = $\Pr(X \leq k)$ dove $X \sim B(n, p)$

`bimom.ppf(q, n, p)` = k dove k è tale che $\Pr(X \leq k) \cong q$ per $X \sim B(n, p)$

`nbinom.xxx(k, n, p)`, è l'analogo per $X \sim NB(n, p)$.

`norm.xxx(k, n, p)`, è l'analogo per $X \sim N(\mu, \sigma)$.