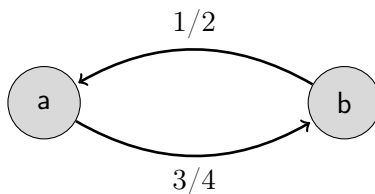


**Quesito 1.** Consideriamo il percorso aleatorio descritto in figura. Nello stato **a** viene lanciata una moneta a valori **T** o **C**. La probabilità che esca **T** è  $4/5$ . Nello stato **b** viene lanciata una moneta con probabilità  $2/5$  che esca **T**.



Le transizioni **aa** e **bb** sono implicite.

Il percorso comincia (al tempo  $t=0$ ) dallo stato **a**. Al tempo  $t = 2$  il risultato del lancio della moneta è **T**. Qual è la probabilità che il processo al tempo  $t=2$  si trovi nello stato **a** ?

Indichiamo con  $S_t \in \{a, b\}$  le variabili aleatorie che danno lo stato al tempo  $t$ . Indichiamo con  $X_t \in \{T, C\}$  le variabili aleatorie che danno il risultato del lancio al tempo  $t$ . Si esprima usando queste v.a. la probabilità condizionata che si intende calcolare.

Esprimere i risultati numerici come frazioni di interi.

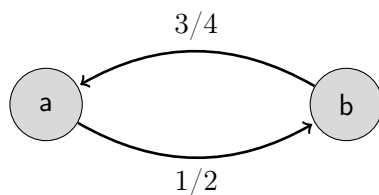
**Risposta**

$$\Pr(S_2 = a \mid X_2 = T)$$

$$= \frac{14}{23}$$

Risposta

**Quesito 2.** Consideriamo il percorso aleatorio descritto in figura. Quando il processo si trova nello stato **a** viene lanciata una moneta a valori T o C. La probabilità che esca T è  $3/5$ . Nello stato **b** viene lanciata una moneta con probabilità  $2/5$  che esca T.



Le transizioni **aa** e **bb** sono implicite.

Il percorso comincia (al tempo  $t=0$ ) dallo stato **b**. Al tempo 1 e 2 il risultato del lancio della moneta è **TT**. Qual è la probabilità che gli stati corrispondenti siano **ab** ?

Esprimere i risultati numerici come frazioni di interi.

Per sveltire la soluzione calcoliamo le seguenti probabilità. Indichiamo con  $S_t \in \{a, b\}$  le variabili aleatorie che danno lo stato al tempo  $t$ . Indichiamo con  $X_t \in \{T, C\}$  le variabili aleatorie che danno il risultato del lancio al tempo  $t$ . Per leggibilità nelle seguenti abbiamo omissso di scrivere  $X_1X_2 = e$  e  $S_1S_2 =$ .

$$\begin{array}{llll}
 \Pr(TT \mid aa) = \frac{9}{25} & \Pr(TT \mid ab) = ? & \Pr(aa) = \frac{3}{8} & \Pr(ab) = ? \\
 \Pr(TT \mid ba) = \frac{6}{25} & \Pr(TT \mid bb) = \frac{4}{25} & \Pr(ba) = \frac{3}{16} & \Pr(bb) = \frac{1}{16}
 \end{array}$$

**Risposta**

$$\Pr(ab \mid TT) = \frac{2}{3}$$

**Risposta**