Matematica e BioStatistica con Applicazioni Informatiche
Esercitazione in aula del 10 gennaio 2018

Quesito 1. Della v.a. discreta X conosciamo la distribizione di probabilità

$$\Pr(X=4)=\frac{1}{2} \qquad \Pr(X=5)=\frac{1}{2}$$

Della v.a. discreta Y conosciamo la distribuzione condizionata a X

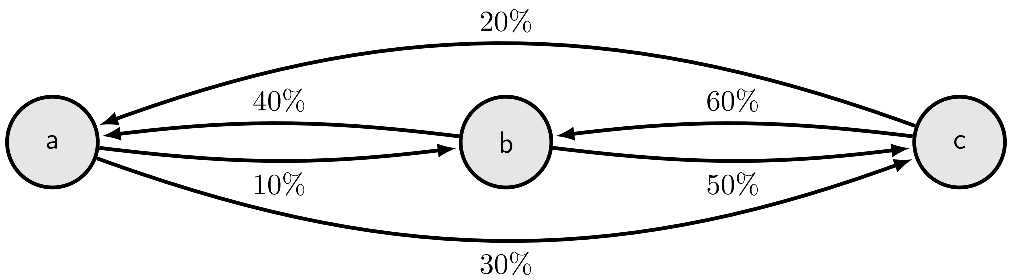
$$\Pr(Y=3 \mid X=4)=\frac{1}{2} \qquad \Pr(Y=3 \mid X=5)=\frac{1}{3}$$

$$\Pr(Y=2 \mid X=4)=\frac{1}{2} \qquad \Pr(Y=2 \mid X=5)=\frac{2}{3}$$

Calcolare la distribuzione di probablità di Y

Esprimere i numeri razionali come frazioni.

Quesito 2. Un rospo vive in uno stagno e passa le sue giornate saltando tra tre foglie di ninfea che indichiamo con `a`, `b`, e `c`. Ogni ora salta da foglia una all'altra con probabilità riassunte nel diagramma sottostante (la probabilità di restare nello stesso punto è lasciata implicita).



Osservando il rospo in un momento qualsiasi, lo troveremo in `a`, `b`, o `c` con probabilità rispettivamente 21/50, 13/50, e 8/25. Supponiamo che il rospo sia in `a` al tempo $t=1$

1. Qual è la probabilità che al tempo $t=2$ il rospo passi a `b` ?
2. Qual è la probabilità che al tempo $t=0$ il rospo fosse in `c` ?
3. Qual è la probabilità che al tempo $t=3$ il rospo si trovi in `c` ?

Esprimere il risultato come rapporto di numeri interi.

Quesito 3. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = -xe^{-y} \\ y(0)=3 \end{cases}$$

1. Trovare la soluzione del problema di Cauchy.
2. Determinare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione.

Formulario: se $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$ allora $E(X)=np$
se $X \sim NB(\mathtt{n}, \mathtt{p})$ allora $E(X)=n(1-p)/p$

$$T=\frac{\bar{X}-\bar{Y}}{S\cdot\sqrt{1/n_x+1/n_y}} \quad \text{dove } S^2 = \frac{n_x-1}{n_x+n_y-2}\cdot S_x^2+\frac{n_y-1}{n_x+n_y-2}\cdot S_y^2 \quad \text{ha distribuzione } t(n_x+n_y-2)$$

Si assuma noto il valore delle seguenti funzioni della libreria `scipy.stats` di `Python`
`binom.pmf(k, n, p)` $= \Pr\big(X=\mathtt{k}\big)$ dove $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$

`binom.cdf(k, n, p)` $= \Pr\left(X \leq \mathtt{k}\right)$ dove $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$
`bimom.ppf(q, n, p)` $= \mathtt{k}$ dove $\mathtt{k}$ è tale che $\Pr\left(X \leq \mathtt{k}\right) \cong \mathtt{q}$ per $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$
`nbinom.xxx(...)`, è l'analogo per $X \sim NB(\mathtt{n}, \mathtt{p})$.
`norm.xxx(...)`, è l'analogo per $Z \sim N(0, 1)$.
`t.xxx(...,` ν`)`, è l'analogo per $T \sim t(\nu)$.