

Quesito 1. Si considerino le funzioni $f(x) = 7x$ e $g(x) = 4x^3 + 4x$

1. Calcolare gli integrali indefiniti $\int f(x)dx$ e $\int g(x)dx$.
2. Determinare l'area della parte di piano compresa tra le funzioni f e g .

Risposta

$$\int f(x)dx = \frac{7x^2}{2} + C, \quad \int g(x)dx = \frac{4x^4}{4} + \frac{4x^2}{2} + C.,$$

Risposta 1

Il valore dell'area è $\frac{9}{8}$.

Risposta 2

Quesito 2. Si considerino le funzioni $f(x) = x^2$ e $g(x) = -x^3 - x^2$

1. Calcolare gli integrali indefiniti $\int f(x)dx$ e $\int g(x)dx$.
2. Determinare l'area della parte di piano compresa tra le due funzioni nell'intervallo $[-2, 0]$.

Quesito 3. Si consideri la funzione $f(x) = \sqrt[3]{x}$.

1. Scrivere l'approssimazione lineare di $f(x)$ in 1.
2. Usare il risultato precedente per approssimare i valori di $\sqrt[3]{1.1}$ e $\sqrt[3]{1.2}$.

Risposta

L'approssimazione lineare di $f(x)$ in 1 è data da $f'(1)(x-1) + f(1)$, essendo $f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ si ha $\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$,

Risposta 1

$$\sqrt[3]{1.1} \cong 1.0\bar{3} \text{ e } \sqrt[3]{1.2} \cong 1.0\bar{6}$$

Risposta 2

Quesito 4. In a packing plant, a machine packs cartons with jars. It is supposed that a new machine will pack faster on the average than the machine currently used. To test that hypothesis, the times it takes each machine to pack ten cartons are recorded. The results, in seconds, are shown in the following table.

New $[x_i : i = 1, \dots, 10] = [42.1, 41.3, 42.4, 43.2, 41.8, 41.0, 41.8, 42.8, 42.3, 42.7]$

Old $[y_i : i = 1, \dots, 10] = [42.7, 43.8, 42.5, 43.1, 44.0, 43.6, 43.3, 43.5, 41.7, 44.1]$

$$\bar{x} = 42.14, \quad s_x = 0.683$$

$$\bar{y} = 43.23, \quad s_y = 0.750$$

We want to know if the data provide sufficient evidence to conclude that, on the average, the new machine packs faster. Which test is required? What is the p-value associated to the data?

Risposta

Formulario: se $X \sim B(n, p)$ allora $E(X) = np$
se $X \sim NB(n, p)$ allora $E(X) = n(1-p)/p$

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{S \cdot \sqrt{1/n_x + 1/n_y}} \quad \text{dove } S^2 = \frac{n_x - 1}{n_x + n_y - 2} \cdot S_x^2 + \frac{n_y - 1}{n_x + n_y - 2} \cdot S_y^2 \quad \text{ha distribuzione } t(n_x + n_y - 2)$$

Si assuma noto il valore delle seguenti funzioni della libreria `scipy.stats` di Python

`binom.pmf(k, n, p)` = $\Pr(X = k)$ dove $X \sim B(n, p)$

`binom.cdf(k, n, p)` = $\Pr(X \leq k)$ dove $X \sim B(n, p)$

`bimom.ppf(q, n, p) = k` dove k è tale che $\Pr(X \leq k) \cong q$ per $X \sim B(n, p)$
`nbinom.xxx(...)`, è l'analogo per $X \sim NB(n, p)$.
`norm.xxx(...)`, è l'analogo per $Z \sim N(0, 1)$.
`t.xxx(..., ν)`, è l'analogo per $T \sim t(\nu)$.