Matematica e BioStatistica con Applicazioni Informatiche
Esercitazione in aula del 25 ottobre 2018

Quesito 1. Si consideri la funzione $f(x) = |x| - |x+3|$.

1. Determinare dominio e immagine della funzione.
2. Determinare $f^{-1}(3)$.

Quesito 2. Si consideri la funzione $f(x) = \log(x+4)$.

1. Determinare dominio e immagine della funzione.
2. Per quali valori si annulla la funzione $f(-x)$?

Esprimere il risultato come frazione di interi, ed eventualmente multipli di e.

Quesito 3. Le v.a. discrete X e Y sono indipendenti. La loro distribuzione di probabilità è data da

$$\Pr(X=4) = \frac{1}{2} \qquad \Pr(Y=1) = \frac{4}{5}$$

$$\Pr(X=5) = \frac{1}{2} \qquad \Pr(Y=0) = \frac{1}{5}$$

1. Calcolare la distribuzione di probabilità di $X \cdot Y$
2. Calcolare $\mathrm{E}(X \cdot Y)$.

Esprimere i numeri razionali come frazioni.

Quesito 4. Una fabbrica produce confezioni di biglie rosse e blu. Una confezione corretta contiene $5 \cdot 10^4$ biglie con circa il 40% di biglie rosse.

Non è un problema se le biglie rosse eccedono il 40% ma vogliamo essere ragionevolmente sicuri che la percentuale non scenda mai sotto 30%. Stabiliamo quindi due livelli di controllo. Al primo controllo preleviamo 80 biglie a caso da ogni confezione e se ≤ 31 biglie sono rosse la confezione viene sottoposta a ulteriori controlli. Altrimenti viena dichiarata soddisfacente.

1. Si calcoli la probabilità che una confezione con 40% di biglie rosse venga sottoposta al secondo controllo.
2. Si calcoli la probabilità che una confezione con 30% di biglie rosse venga dichiarata soddisfacente.

Il secondo controllo comporta l'estrazione di altre biglie, 800 in totale. Se meno di x% è rosso la confezione viene scartata definitivamente, altrimenti viene dichiarata soddisfacente.

3. A quanto dovremmo fissare x per non scartare al secondo controllo più del 5% di confezioni con 40% di biglie rosse?
4. A quanto dovremmo fissare x per non dichiare soddisfacente al secondo controllo più del 3% di confezioni con 30% di bigie rosse?

Si trattino tutte le estrazioni come estrazioni con *reimbussolamento*.

Si assuma noto il valore delle seguenti funzioni della libreria `scipy.stats` di `Python`

`binom.pmf(k,n,p)` $= \Pr\big(X = \mathtt{k}\big)$ dove $X \sim B(\mathtt{n},\mathtt{p})$

`binom.cdf(k)` $= \Pr\big(X \leq \mathtt{k}\big)$ dove $X \sim B(\mathtt{n},\mathtt{p})$

`bimom.ppf(q, n, p)` $= \mathtt{k}$ dove $\mathtt{k}$ è tale che $\Pr\big(X \leq \mathtt{k}\big) \cong \mathtt{q}$ per $X \sim B(\mathtt{n},\mathtt{p})$