

Quesito 1. Si consideri una funzione $f(x)$ la cui derivata prima è data dalla funzione $f'(x) = 3e^{-5x}$.

1. Indicare gli intervalli in cui la funzione $f(x)$ cresce e quelli in cui la funzione decresce.
2. Trovare massimi e minimi locali di $f(x)$.

Risposta

$f(x)$ cresce in $(-\infty, \infty) = \mathbb{R}$, infatti $3e^{-5x} > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$

Risposta 1

$f(x)$ non ha massimi e minimi locali

Risposta 2

Quesito 2. Si consideri una funzione $f(x)$ definita su tutto \mathbb{R} la cui derivata prima è data dalla funzione $f'(x) = \frac{x^2 - 5}{x}$.

1. Indicare gli intervalli in cui la funzione $f(x)$ cresce e quelli in cui la funzione decresce.
2. Trovare massimi e minimi locali di $f(x)$.

Risposta

$f(x)$ cresce in $(-\sqrt{5}, 0)$ e $(\sqrt{5}, +\infty)$;

$f(x)$ decresce in $(-\infty, -\sqrt{5})$ e $(0, \sqrt{5})$

Risposta 1

$f(x)$ ha massimo locale in 0, minimi locali in $-\sqrt{5}$ e $\sqrt{5}$

Risposta 2

Quesito 3. Si consideri una funzione $f(x)$ definita su tutto \mathbb{R} la cui derivata prima è data dalla funzione $f'(x) = \frac{x^2 + 5}{x}$.

1. Indicare gli intervalli in cui la funzione $f(x)$ cresce e quelli in cui la funzione decresce.
2. Trovare massimi e minimi locali di $f(x)$.

Risposta

$f(x)$ cresce in $(0, +\infty)$; $f(x)$ decresce in $(-\infty, 0)$

Risposta 1

$f(x)$ ha minimo locale in 0

Risposta 2

Quesito 4. Si consideri una funzione $f(x)$ definita sull'intervallo $(0, +\infty)$ la cui derivata prima è data dalla funzione $f'(x) = 3\log(x)$.

1. Indicare gli intervalli in cui la funzione $f(x)$ cresce e quelli in cui la funzione decresce.
2. Trovare massimi e minimi locali di $f(x)$.

Risposta

$f(x)$ cresce in $(1, +\infty)$; $f(x)$ decresce in $(0, 1)$

Risposta 1

$f(x)$ ha minimo locale in 1

Risposta 2

Quesito 5. Si consideri un corpo lasciato cadere da una torre alta 500 metri. Sia $f(t) = 5t^2$ la funzione che ne descrive la distanza dalla cima della torre ad ogni secondo (quando $t = 0$, $f(t) = 0$ ovvero il corpo si trova in cima alla torre).

1. Qual è la velocità istantanea del corpo dopo 1 secondi?
2. Qual è la velocità istantanea del corpo quando tocca terra?

Risposta

La funzione $f'(t) = 10t$ descrive l'andamento della velocità istantanea, quindi

$$f'(1) = 10$$

Risposta 1

Il corpo tocca terra quando $f(t) = 500$, ovvero quando $5t^2 = 500$, ovvero a $t = 10$, quindi

$$f'(10) = 100$$

Risposta 2

Quesito 6. Sia data la funzione $f(x) = x^2 + 3x$

1. Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto $(-5, 10)$.
2. In quali intervalli la funzione è decrescente?

Risposta

$$y = -7x - 25$$

Risposta 1

$$f(x) \text{ decresce in } \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right)$$

Risposta 2

Quesito 7. Sia data la funzione $f(x) = x^3 + 5$

1. Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto $(1, 6)$.
2. In quali intervalli la funzione è crescente?

Risposta

$$y = 3x + 3$$

Risposta 1

$$f(x) \text{ cresce in } (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$$

Risposta 2

Quesito 8. Si consideri una particella che si muove lungo una retta. Sia $f(t) = 5t^3 + 4t$ la funzione che ne descrive la distanza in metri dal punto di partenza ogni secondo.

1. Qual è la velocità istantanea del corpo dopo 1 secondi?
2. Quando la velocità del corpo è superiore a 105 metri al secondo?

Risposta

La velocità istantanea è descritta dalla funzione $f'(t) = 15t^2 + 4$ quindi $f'(1) = 19$

[Risposta 1](#)

La velocità supera 105 quando $f'(t) = 15t^2 + 4 > 105$ quindi $t > \sqrt{\frac{101}{15}}$

[Risposta 2](#)

Quesito 9. Si consideri la funzione $f(x) = x^3 + 4x + 1$.

1. Determinare la derivata prima $f'(x)$.
2. Trovare massimi e minimi locali di $f(x)$.

Risposta

$$f'(x) = 3x^2 + 4$$

[Risposta 1](#)

La derivata è sempre positiva quindi $f(x)$ non ha massimi e minimi locali

[Risposta 2](#)

Quesito 10. Si consideri la funzione $f(x) = x \cos(x)$.

1. Determinare la derivata $f'(x)$.
2. Scrivere l'equazione della retta tangente a $f(x)$ nel punto $(\pi, -1)$.

Risposta

$$f'(x) = x \sin x + \cos x$$

[Risposta 1](#)

$$y = -x + \pi + 1$$

[Risposta 2](#)

Quesito 11. Si consideri la funzione $f(x) = \sqrt{x}$.

1. Scrivere l'approssimazione lineare di $f(x)$ in 4.
2. Usare il risultato precedente per approssimare i valori di $\sqrt{4.1}$ e $\sqrt{3.9}$.

Risposta

L'approssimazione lineare di $f(x)$ in 4 è data da $f'(4)(x - 4) + f(4)$,

essendo $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ si ha $\frac{1}{4}x + 1$

[Risposta 1](#)

$$\sqrt{4.1} \cong 2.025 \text{ e } \sqrt{3.9} \cong 1.975$$

[Risposta 2](#)

Quesito 12. Si consideri la funzione $f(x) = e^x$.

1. Scrivere l'approssimazione lineare di $f(x)$ in 1.
2. Usare il risultato precedente per approssimare i valori di $e^{0.9}$ e $e^{1.1}$ (si approssimi e con 2.7).

Risposta

L'approssimazione lineare di $f(x)$ in 1 è data da $f'(1)(x - 1) + f(1)$, essendo $f'(x) = e^x$ si ha

$$f(x) \simeq e \cdot x$$

Risposta 1

$$e^{0.9} \cong 2.43 \text{ e } e^{1.1} \cong 2.97$$

Risposta 2

Quesito 13. Si consideri la funzione $f(x) = \sqrt[3]{x}$.

1. Scrivere l'approssimazione lineare di $f(x)$ in 1.
2. Usare il risultato precedente per approssimare i valori di $\sqrt[3]{1.1}$ e $\sqrt[3]{1.2}$.

Risposta

L'approssimazione lineare di $f(x)$ in 1 è data da $f'(1)(x - 1) + f(1)$, essendo $f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ si ha

$$f(x) \simeq \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$$

Risposta 1

$$\sqrt[3]{1.1} \cong 1.03 \text{ e } \sqrt[3]{1.2} \cong 1.1$$

Risposta 2