Quesito 1. Si consideri la funzione $f(x) = \sqrt[4]{x^7} - 6\sin x$.

1. Calcolare l'integrale indefinito $\displaystyle\int f(x)dx$.
2. Determinare l'area (con segno) sottesa alla funzione f nell'intervallo $[0, 1]$.

Risposta

$\displaystyle\int f(x)dx = \frac{4}{11}x^{4/11} + 6\cos x + C.$ Risposta 1

Il valore dell'area è $6\cos 1 - \frac{62}{11}$. Risposta 2

Quesito 2. Si consideri la funzione $f(x) = \cos(8x)$.

1. Calcolare l'integrale indefinito $\displaystyle\int f(x)dx$.
2. Determinare l'area (con segno) sottesa alla funzione f nell'intervallo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}]$.

Risposta

$\displaystyle\int f(x)dx = 8\sin(8x) + C.$ Risposta 1

Il valore dell'area è 0. Risposta 2

Quesito 3. Si consideri la funzione $f(x) = e^{7x}$.

1. Calcolare l'integrale indefinito $\displaystyle\int f(x)dx$.
2. Determinare l'area (con segno) sottesa alla funzione f nell'intervallo $[0, 5]$.

Risposta

$\displaystyle\int f(x)dx = 7e^{7x} + C.$ Risposta 1

Il valore dell'area è $7e^{35} - 7 = 7(e^{35} - 1)$. Risposta 2

Quesito 4. Si consideri la funzione $f(x) = (2x + 6)^2$.

1. Calcolare l'integrale indefinito $\displaystyle\int f(x)dx$.
2. Determinare l'area (con segno) sottesa alla funzione f nell'intervallo $[0, 1]$.

Risposta

$\displaystyle\int f(x)dx = \frac{(2x + 6)^3}{6} + C.$ Risposta 1

Il valore dell'area è $-\frac{148}{3}$. Risposta 2

Quesito 5. Si consideri la funzione $f(x) = 3x^2$ nell'intervallo $[0, 4]$.

1. Suddividere tale intervallo in 8 parti e scrivere gli intervalli in cui è stato diviso. Calcolare la funzione f nel punto medio di ciascuno di tali intervalli.
2. Calcolare la somma di Riemann della funzione f relativa alla suddivisione e ai punti di campionamento trovati al punto precedente.

Risposta

Gli intervalli sono $[0, 0.5], [0.5, 1], [1, 1.5], [1.5, 2], [2, 2.5], [2.5, 3], [3, 3.5], [3.5, 4]$. Inoltre, $f(0.25) = 0.1875$, $f(0.75) = 1.6875$, $f(1.25) = 4.6875$, $f(1.75) = 9.1875$, $f(2.25) = 15.1875$, $f(2.75) = 22.6875$, $f(3.25) = 31.6875$, $f(3.75) = 42.1875$. Risposta 1

La somma di Riemann vale 96.5625. Risposta 2

Quesito 6. Si consideri la funzione $f(x) = x^2 - 8x$.

1. Determinare l'area (con segno) sottesa da tale funzione nell'intervallo $[0, 10]$.
2. Determinare l'area (con segno) sottesa dalla funzione $|f(x)|$ nell'intervallo $[0, 10]$.

Quesito 7. Si consideri la funzione definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} 4 & 1 \leq x < 3 \\ -6 & 3 \leq x \leq 7 \end{cases}$$

1. Determinare l'area (con segno) sottesa da tale funzione.
2. Determinare l'area (con segno) sottesa dalla funzione $f(2x + 3)$.

Quesito 8. Si consideri la funzione $f(x) = e^x - 2$

1. Calcolare l'integrale indefinito $\int f(x)dx$.
2. Determinare l'area della parte di piano compresa tra la funzione f e le due rette di equazioni $x = 0$ e $x = 2$.

Quesito 9. Si consideri la funzione $f(x) = x^3 + 1$

1. Calcolare l'integrale indefinito $\int f(x)dx$.
2. Determinare l'area della parte di piano compresa tra la funzione f e le due rette di equazioni $x = -1$ e $x = 3$.

Quesito 10. Si consideri la funzione $f(x) = 3\sin(x)$

1. Calcolare l'integrale indefinito $\int f(x)dx$.
2. Determinare l'area della parte di piano compresa tra la funzione f e le due rette di equazioni $x = \pi$ e $x = 2\pi$.

Quesito 11. Si consideri la funzione $f(x) = 3\sin(x)$

1. Calcolare l'integrale indefinito $\int f(x)dx$.
2. Determinare l'area della parte di piano compresa tra la funzione f e le due rette di equazioni $x = \pi$ e $x = 2\pi$.

Quesito 12. Si considerino le funzioni $f(x) = x^2$ e $g(x) = -x^3 - x^2$

1. Calcolare gli integrali indefiniti $\int f(x)dx$ e $\int g(x)dx$.
2. Determinare l'area della parte di piano compresa tra le due funzioni nell'intervallo $[-2, 0]$.

Quesito 13. Si consideri la funzione $v(t) = 3t^2 - t + 1$ che descrive la velocità di un corpo ad ogni istante di tempo t.

1. Determinare lo spostamento netto di tale corpo nell'intervallo di tempo $[1, 6]$.
2. Determinare lo spostamento neto di un corpo la cui velocità è descritta dalla funzione $v(t/2)$.

Quesito 14. Si consideri una funzione $f(x)$ tale che $\int_1^4 f(2x)dx = 6$

1. Determinare l'area sottesa dalla funzione $f(x)$ nell'intervallo $[2, 8]$.
2. Determinare l'area sottesa dalla funzione $f(3x)$ nell'intervallo $[6, 24]$.