Matematica e BioStatistica con Applicazioni Informatiche
Esercitazione in aula del 6 dicembre 2018

Quesito 1. Una macchina è calibrata in modo da fare un taglio in un punto di altezza $\mu_0 = 20$. Se calibrata bene, l'altezza del taglio è distribuita normalmente con media μ_0 deviazione standard $\sigma = 2$.

Ogni tanto (per effetto delle vibrazioni) la macchina si sposta, va quindi fermata e ricalibrata. Idealmente vorremmo fermare la macchina quando la nuova media μ differisce più di 3 da μ_0.

1. Misuriamo quindi la posizione del taglio. Chiamiamo $\bar{x}$ la media fatta su un campione di $n = 5$. Calibreremo la macchina se $|\mu_0 - \bar{x}|$ è maggiore di un valore critico c. Quale dev'essere questo valore per non fermare inutilmente ma macchina più del 10% delle volte?
2. Dato il valore critico al punto 1, qual'è la probabilità di non ricalibrare una macchina che necessita di essere ricalibrata?
3. Dopo 500 tagli la probabilità che $|\mu - \mu_0| > 3$ è del 5%. Su un campione di dimensione 5 misuriamo una distanza media $\bar{x} = 15$. Qual'è la probabilità che $|\mu - \mu_0|$ sia davvero > 3?

4 alcune delle quantita calcolate nelle domande precedenti vengono generalmente denominate α, β, δ, e p-valore. Specificare quali.

Risposta Sia $x_{10\%}$ il valore critico. Dev'essere che

$\Pr\left(|\bar{X} - \mu_0| \geq c_{10\%}\right) \;=\; 0.1 \;=\; \alpha$ dove $\bar{X} \sim N(\mu_0, \sigma^2/n)$. Risposta 4

Standardizzando

$$\Pr\left(|Z| \geq \left|\frac{c_{10\%}}{\sigma/n}\right|\right) \;=\; 2\cdot\Pr\left(Z \leq -\left|\frac{c_{10\%}}{\sigma/n}\right|\right).$$

$$\;=\; 2\cdot\Pr\left(Z \leq -c_{10\%}/0.4\right) \;=\; 0.1$$

$c_{10\%}$ = `- 0.4 * norm.ppf(0.05)` Risposta 1

Risposta

Formulario: se $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$ allora $E(X) = np$
se $X \sim NB(\mathtt{n}, \mathtt{p})$ allora $E(X) = n(1-p)/p$

Si assuma noto il valore delle seguenti funzioni della libreria `scipy.stats` di `Python`
`binom.pmf(k, n, p)` $= \Pr\left(X = \mathtt{k}\right)$ dove $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$
`binom.cdf(k, n, p)` $= \Pr\left(X \leq \mathtt{k}\right)$ dove $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$
`bimom.ppf(q, n, p)` $=$ `k` dove `k` è tale che $\Pr\left(X \leq \mathtt{k}\right) \cong \mathtt{q}$ per $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$

`nbinom.xxx(k, n, p)`, è l'analogo per $X \sim NB(\mathtt{n}, \mathtt{p})$.

`norm.xxx(z)`, è l'analogo per $Z \sim N(0, 1)$.