Matematica e BioStatistica con Applicazioni Informatiche
Esercitazione in aula del 11 dicembre 2018

Quesito 1. Si consideri la funzione definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} 4 & 1 \leq x < 3 \\ -5 & 3 \leq x \leq 7 \end{cases}$$

1. Determinare l'area (con segno) sottesa da tale funzione.
2. Determinare l'area (con segno) sottesa dalla funzione $f(3x+1)$.

Risposta

Il valore dell'area è -12 Risposta 1

Il valore dell'area è -4 Risposta 2

Quesito 2. Si consideri la funzione $f(x) = x^3 + 5$

1. Calcolare l'integrale indefinito $\displaystyle\int f(x)dx$.
2. Determinare l'area della parte di piano compresa tra la funzione f e le due rette di equazioni $x = -1$ e $x = 3$.

Risposta

$\dfrac{x^4}{4} + 5x + C.$ Risposta 1

Il valore dell'area è 40. Risposta 2

Quesito 3. In 1996-97 there were 81 cases of Sudden Infant Death Syndrome (SIDS) in King Co., WA. The average birthweight in this sample was 2994g. Based on nationwide surveys of millions of deliveries, the mean birthweight in the US is 3300g, with a standard deviation of 800g. Suppose that this sample of 81 babies is a random sample from the total population of SIDS cases. Find a 99% confidence interval for the population mean birthweight of SIDS cases in the US.

Risposta $\bar{x} = 2994$

$\sigma = 800$

$n = 81$

$\mu = \bar{x} \pm \varepsilon$

dove

$\varepsilon = \texttt{norm.ppf}(0.995) \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \texttt{norm.ppf}(0.995) \cdot 88.89 = 228.96$ Risposta

Quesito 4. A machine fills 500ml of ethyl alcohol into packages. It is suspected that the machine is not working correctly and that the amount filled differs from the setpoint. A sample of 9 packages filled by the machine are collected. The sample mean is 492ml and the sample standard deviation is 20ml. Can we reject the hypothesis that the machine is working correctly?

What are H_0 and H_A? Which test is required? What is the value of the statistic? What is the p-value?

Risposta

$\mu_0 = 500$ setpoint

μ actual amount filled by the machine on average

$\mathrm{H}_0 : \mu = \mu_0$

$\mathrm{H}_A : \mu \neq \mu_0$

We use a two tail t-test

$n = 9$ sample size

$s = 20$ sample standard deviation

$\bar{x} = 492$ sample mean

$t = \dfrac{|\bar{x} - \mu_0|}{s/\sqrt{n}} = 1.2$ value of the t-test statistic

$n - 1 = 8$ degrees of freedom

$P\big(|T_{n-1}| > t\big) = 2 \cdot P\big(T_{n-1} < -t\big) = 0.2645$ p-value

---

Formulario: se $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$ allora $E(X) = np$
se $X \sim NB(\mathtt{n}, \mathtt{p})$ allora $E(X) = n(1-p)/p$

Si assuma noto il valore delle seguenti funzioni della libreria `scipy.stats` di `Python`

`binom.pmf(k, n, p)` $= \Pr\big(X = \mathtt{k}\big)$ dove $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$
`binom.cdf(k, n, p)` $= \Pr\big(X \leq \mathtt{k}\big)$ dove $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$
`bimom.ppf(q, n, p)` $= \mathtt{k}$ dove $\mathtt{k}$ è tale che $\Pr\big(X \leq \mathtt{k}\big) \cong \mathtt{q}$ per $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$

`nbinom.xxx(k, n, p)`, è l'analogo per $X \sim NB(\mathtt{n}, \mathtt{p})$.

`norm.xxx(z)`, è l'analogo per $Z \sim N(0, 1)$.

`t.xxx(t, ν)`, è l'analogo per $T \sim t(\nu)$.