

Quesito 1. Si consideri la seguente equazione differenziale a variabili separabili $y' = x^3 y^2$.

1. Determinarne eventuali soluzioni costanti.
2. Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^3 y^2 \\ y(0) = 7 \end{cases}$$

Risposta

La soluzione costante è data dalla funzione $y(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Risposta 1

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione $y(x) = \frac{28}{4 - 7x^4}$.

Risposta 2

Quesito 2. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = x^3 y^2 \\ y(0) = 4 \end{cases}$$

1. Trovare la soluzione del problema di Cauchy.
2. Determinare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione.

Risposta

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione $y(x) = \frac{4}{1 - x^4}$.

Risposta 1

L'intervallo massimale è $(-1, 1)$.

Risposta 2

Quesito 3. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2 - 9}{xy} \\ y(2) = -3 \end{cases}$$

1. Trovare la soluzione del problema di Cauchy.
2. Determinare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione.

Risposta

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione $y(x) = -3$.

Risposta 1

L'intervallo massimale è $(0, +\infty)$.

Risposta 2

Quesito 4. Si consideri la seguente equazione differenziale a variabili separabili $xy' = y$.

1. Determinarne eventuali soluzioni costanti.
2. Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} xy' = y \\ y(6) = 2 \end{cases}$$

Risposta

La soluzione costante è data dalla funzione $y(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Risposta 1

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione $y(x) = \frac{1}{3}x$.

Risposta 2

Quesito 5. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = -xe^{-y} \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

1. Trovare la soluzione del problema di Cauchy.
2. Determinare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione.

Risposta

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione $y(x) = \ln(-\frac{x^2}{2} + e^2)$.

Risposta 1

L'intervallo massimale è $(-\sqrt{2e^2}, \sqrt{2e^2})$.

Risposta 2

Quesito 6. Si consideri la seguente equazione differenziale a variabili separabili $y' = \frac{1 - e^{-y}}{2x + 1}$.

1. Determinarne eventuali soluzioni costanti.
2. Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{1 - e^{-y}}{2x + 1} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Risposta

La soluzione costante è data dalla funzione $y(x) = 0$.

Risposta 1

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione $y(x) = 0$.

Risposta 2

Quesito 7. Si consideri la seguente equazione differenziale a variabili separabili $y' = \frac{4x^3}{y}$.

1. Determinarne eventuali soluzioni costanti.
2. Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{4x^3}{y} \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

Risposta

Non ci sono soluzioni costanti.

Risposta 1

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione $y(x) = \sqrt{2x^4 + 9}$. Risposta 2

Quesito 8. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{4x^3}{y} \\ y(0) = -4 \end{cases}$$

1. Trovare la soluzione del problema di Cauchy.
2. Determinare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione.

Risposta

La soluzione del problema di Cauchy è data dalla funzione $y(x) = -\sqrt{2x^4 + 16}$.

Risposta

1

L'intervallo massimale è \mathbb{R} .

Risposta 2