

**Quesito 1.** Si consideri la funzione  $f(x) = \cos\left(\left|\frac{5x-3}{2x+1}\right|\right)$ .

1. Determinare dominio e immagine della funzione.
2. Determinare il punto di massimo assoluto per  $x \geq 0$ .

**Risposta**

$$\text{dom}f = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\} \quad \text{e} \quad \text{im}f = [-1, 1]$$

Risposta 1

$$x = \frac{3}{5}$$

Risposta 2

**Quesito 2.** Si consideri la funzione  $f(x) = \frac{e^{3x}}{2|x|-4}$ .

1. Determinare il dominio di  $f$ .
2. Determinare  $f((-\infty, -2))$ .

**Risposta**

$$\text{dom}f = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$$

Risposta 1

$$f((-\infty, -2)) = (0, +\infty)$$

Risposta 2

**Quesito 3.** Si consideri la funzione  $f(x) = |x| - |x+4|$ .

1. Determinare dominio e immagine della funzione.
2. Determinare  $f^{-1}(4)$ .

**Risposta**

$$\text{dom}f = \mathbb{R}. \text{ Si ha}$$

$$f(x) = \begin{cases} -4, & x \geq 0 \\ -4x - 4, & -4 \leq x < 0 \\ 4, & x < -4 \end{cases}$$

$$\text{da cui } \text{im} f = [-4, 4]$$

Risposta 1

$$f^{-1}(4) = (-\infty, -4]$$

Risposta 2

**Quesito 4.** Si considerino le funzioni  $f(x) = \frac{x+2}{4x+1}$  e  $g(x) = \sqrt{-x+5}$

1. Scrivere esplicitamente le funzioni  $f \circ g$  e  $g \circ f$ .
2. Determinare dominio di  $f \circ g$ .

**Risposta**

$$(f \circ g)(x) = \frac{\sqrt{-x+5}+2}{4\sqrt{-x+5}+1} \quad \text{e} \quad (g \circ f)(x) = \sqrt{-\frac{x+2}{4x+1}+5} \quad \text{Risposta 1}$$

$$\text{dom}(f \circ g) = (-\infty, 5] \quad \text{Risposta 2}$$

**Quesito 5.** Si consideri la funzione  $f(x) = \log(4x+1)$ .

1. Determinare dominio e immagine della funzione.
2. Per quali valori si annulla la funzione  $f(-x)$ ?

Esprimere il risultato come frazione di interi, ed eventualmente multipli di  $e$ .

**Risposta**

$$\text{dom} f = \left(-\frac{1}{4}, +\infty\right) \quad \text{im} f = \mathbb{R} \quad \text{Risposta 1}$$

$$x = 0 \quad \text{Risposta 2}$$

**Quesito 6.** Si considerino le funzioni  $f(x) = \frac{1}{x}$  e  $g(x) = x^2 - 4x$ .

1. Scrivere esplicitamente le funzioni  $f \circ g$  e  $g \circ f$ .
2. Determinare dominio di  $f \circ g$  e  $g \circ f$ .

**Risposta**

$$(f \circ g)(x) = \frac{1}{x^2 - 4x} \quad \text{e} \quad (g \circ f)(x) = -\frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} \quad \text{Risposta 1}$$

$$\text{dom}(f \circ g) = \mathbb{R} - \{0, 4\} \quad \text{e} \quad \text{dom}(g \circ f) = \mathbb{R} - \{0\} \quad \text{Risposta 2}$$

**Quesito 7.** Si considerino le funzioni  $f(x) = \frac{1}{2x}$  e  $g(x) = \log(x)$ .

1. Scrivere esplicitamente le funzioni  $f \circ g$  e  $g \circ f$ .
2. Determinare dominio di  $f \circ g$  e  $g \circ f$ .

**Risposta**

$$(f \circ g)(x) = \frac{1}{2 \log(x)} \quad \text{e} \quad (g \circ f)(x) = \log\left(\frac{1}{2x}\right) \quad \text{Risposta 1}$$

$$\text{dom}(f \circ g) = (0, +\infty) \quad \text{e} \quad \text{dom}(g \circ f) = (0, 1) \cup (1, +\infty) \quad \text{Risposta 2}$$

**Quesito 8.** Si considerino le funzioni  $f(x) = \sqrt{x}$  e  $g(x) = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 6}$ .

1. Scrivere esplicitamente le funzioni  $f \circ g$  e  $g \circ f$ .
2. Determinare dominio di  $f \circ g$  e  $g \circ f$ .

**Risposta**

$$(f \circ g)(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 4}{x^2 - 6}} \quad \text{e} \quad (g \circ f)(x) = \frac{x + 4}{x - 6} \quad \text{Risposta 1}$$

$$\text{dom}(f \circ g) = (-\infty, -\sqrt{6}) \cup (\sqrt{6}, +\infty) \quad \text{e} \quad \text{dom}(g \circ f) = [0, 6) \cup (6, +\infty) \quad \text{Risposta 2}$$

**Quesito 9.** Si consideri la funzione  $f(x) = \left|1 + \frac{1}{x}\right|$ .

1. Determinare il dominio della funzione.
2. In quale punto si annulla la funzione  $f(x + 3)$ ?

**Risposta**  $\text{dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$  Risposta 1

$x = -4$  Risposta 1

**Quesito 10.** Si considerino le funzioni  $f(x) = x^2 - 1$  e  $g(x) = \frac{1}{x}$ .

1. Scrivere esplicitamente le funzioni  $f \circ g$  e  $g \circ f$ .
2. Determinare dominio  $f \circ g$  e  $g \circ f$ .

**Risposta**

$$(f \circ g)(x) = -1 + \frac{1}{x^2} \quad \text{e} \quad (g \circ f)(x) = \frac{1}{x^2 - 1} \quad \text{Risposta 1}$$

$$\text{dom}(f \circ g) = \mathbb{R} - \{0\} \quad \text{e} \quad \text{dom}(g \circ f) = \mathbb{R} - \{\pm 1\} \quad \text{Risposta 2}$$

**Quesito 11.** Sia  $f(x)$  la funzione che misura in parti per milione (ppm) la concentrazione di anidride carbonica nell'atmosfera nell'anno  $x$ . Si supponga che tale concentrazione abbia una crescita lineare di fattore  $m = 0.4$  ppm.

1. In quanti anni la concentrazione di anidride carbonica aumenterà di 3 ppm?
2. Sapendo che nel 1975 la concentrazione di anidride carbonica nell'atmosfera era di 316 ppm, scrivere esplicitamente la funzione  $f(x)$ .

**Risposta**

$\Delta x = 7.5$  Risposta 1

$$f(x) = 0.4(x - 1975) + 316$$

Risposta 2

**Quesito 12.** Sia  $f(x)$  la funzione che misura in parti per milione (ppm) la concentrazione di anidride carbonica nell'atmosfera nell'anno  $x$ . Si supponga che tale concentrazione abbia una crescita lineare di fattore  $m = 0.8$  ppm.

1. Sapendo che nel 1965 la concentrazione di anidride carbonica nell'atmosfera era di 313 ppm, scrivere esplicitamente la funzione  $f(x)$ .
2. Quale sarà la concentrazione di anidride carbonica nel 2035?

**Risposta**

$$f(x) = 0.8(x - 1965) + 313$$

Risposta 1

369.0

Risposta 2

**Quesito 13.** Sia  $f(x)$  la funzione che misura in parti per milione (ppm) la concentrazione di anidride carbonica nell'atmosfera nell'anno  $x$ . Si supponga che tale concentrazione abbia una crescita lineare di fattore  $m = 0.2$  ppm.

1. Sapendo che nel 2015 la concentrazione di anidride carbonica nell'atmosfera era di 364 ppm, scrivere esplicitamente la funzione  $f(x)$ .
2. Quale era la concentrazione di anidride carbonica nel 1992?

**Risposta**

$$f(x) = 0.2(x - 2015) + 364$$

Risposta 1

359.4

Risposta 2

**Quesito 14.** Sia  $f(x)$  la funzione che misura in parti per milione (ppm) la concentrazione di anidride carbonica nell'atmosfera nell'anno  $x$ . Si supponga che tale concentrazione abbia una crescita lineare di fattore  $m = 0.8$  ppm.

1. Sapendo che nel 2010 la concentrazione di anidride carbonica nell'atmosfera era di 340 ppm, scrivere esplicitamente la funzione  $f(x)$ .
2. In quale anno la concentrazione supererà 450 ppm?

**Risposta**

$$f(x) = 0.8x - 1268$$

Risposta 1

Si ha quando  $f(x) = 0.8x - 1268 > 450$ , ovvero per  $x > 2147.5$ , quindi nell'anno 2148

Risposta

2