Matematica e BioStatistica con Applicazioni Informatiche
Esercitazione in aula del 18 dicembre 2018

Quesito 1. Si considerino le funzioni $f(x) = 7x$ e $g(x) = 4x^3 + 4x$

1. Calcolare gli integrali indefiniti $\int f(x)dx$ e $\int g(x)dx$.
2. Determinare l'area della parte di piano compresa tra le funzioni f e g.

Risposta

$\int f(x)dx = \frac{7x^2}{2} + C$, $\int g(x)dx = \frac{4x^4}{4} + \frac{4x^2}{2} + C.$, Risposta 1

Il valore dell'area è $\frac{9}{8}$. Risposta 2

Quesito 2. Si considerino le funzioni $f(x) = x^2$ e $g(x) = -x^3 - x^2$

1. Calcolare gli integrali indefiniti $\int f(x)dx$ e $\int g(x)dx$.
2. Determinare l'area della parte di piano compresa tra le due funzioni nell'intervallo $[-2, 0]$.

Quesito 3. Si consideri la funzione $v(t) = 3t^2 - t + 1$ che descrive la velocità di un corpo ad ogni istante di tempo t.

1. Determinare lo spostamento netto di tale corpo nell'intervallo di tempo $[1, 6]$.
2. Determinare lo spostamento neto di un corpo la cui velocità è descritta dalla funzione $v(t/2)$.

Quesito 4. Si consideri una funzione $f(x)$ tale che $\int_1^4 f(2x)dx = 6$

1. Determinare l'area sottesa dalla funzione $f(x)$ nell'intervallo $[2, 8]$.
2. Determinare l'area sottesa dalla funzione $f(3x)$ nell'intervallo $[6, 24]$.

Quesito 5. Si consideri la funzione $f(x) = \sqrt[3]{x}$.

1. Scrivere l'approssimazione lineare di $f(x)$ in 1.
2. Usare il risultato precedente per approssimare i valori di $\sqrt[3]{1.1}$ e $\sqrt[3]{1.2}$.

Risposta

L'approssimazione lineare di $f(x)$ in 1 è data da $f'(1)(x-1) + f(1)$, essendo $f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ si ha $\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$, Risposta 1

$\sqrt[3]{1.1} \cong 1.0\overline{3}$ e $\sqrt[3]{1.2} \cong 1.0\overline{6}$ Risposta 2

Quesito 6. In a packing plant, a machine packs cartons with jars. It is supposed that a new machine will pack faster on the average than the machine currently used. To test that hypothesis, the times it takes each machine to pack ten cartons are recorded. The results, in seconds, are shown in the following table.

$$\text{New } [x_i : i = 1, \dots, 10] = [42.1, \; 41.3, \; 42.4, \; 43.2, \; 41.8, \; 41.0, \; 41.8, \; 42.8, \; 42.3, \; 42.7]$$
$$\text{Old } [y_i : i = 1, \dots, 10] = [42.7, \; 43.8, \; 42.5, \; 43.1, \; 44.0, \; 43.6, \; 43.3, \; 43.5, \; 41.7, \; 44.1]$$

$\bar{x} = 42.14, \quad s_x = 0.683$

$\bar{y} = 43.23, \quad s_y = 0.750$

Do the data provide sufficient evidence to conclude that, on the average, the new machine packs faster? Perform the required hypothesis test at the 5% level of significance.

Risposta

Formulario: se $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$ allora $E(X) = np$
se $X \sim NB(\mathtt{n}, \mathtt{p})$ allora $E(X) = n(1-p)/p$

Si assuma noto il valore delle seguenti funzioni della libreria `scipy.stats` di `Python`
`binom.pmf(k, n, p)` $=\Pr\big(X = \mathtt{k}\big)$ dove $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$
`binom.cdf(k, n, p)` $=\Pr\big(X \leq \mathtt{k}\big)$ dove $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$
`bimom.ppf(q, n, p)` $=$ `k` dove `k` è tale che $\Pr\big(X \leq \mathtt{k}\big) \cong \mathtt{q}$ per $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$, , `nbinom.xxx(k, n, p)`, è l'analogo per $X \sim NB(\mathtt{n}, \mathtt{p})$.

`norm.xxx(z)`, è l'analogo per $Z \sim N(0, 1)$.

`t.xxx(t,` ν`)`, è l'analogo per $T \sim t(\nu)$.