Domande per verificare il riconoscimento di esperimenti che si modellano con distribuzione binomiale.

Quesito 1. In un gioco a due giocatori, A e B, ogni partita vale un punto che è vinto da uno dei due giocatori (non ci sono patte). Vince il gioco chi per primo raggiunge 5 punti. In ciascuna partita vince A con probabilità 4.

Qual è la probabilità che A vinca il gioco in ≤ 40 partite ?

Risposta

Sia $X \sim B(30, 80)$. Il giocatore A vince se $X \geq 8$.

$\Pr(X \geq 31) \;=\; 1 - \Pr(X \leq 40) \;=$ `1 - binom.cdf( 30, 800, 5 ) = 40` Risposta

Quesito 2. Suppose that you take a 30-question multiple-choice quiz by randomly guessing. Each question has 31 possible answers and only one is correct. What is the probability that answering at random you correctly guess at least 80 answers?

Leave the answer in impicit form using one of the functions listed below.

Risposta

$X \sim B(0.4, 1/0.4576)$

$\Pr(X \geq 30) \;=\; 1 - \Pr(X \leq 80) \;=$ `1 - binom.cdf( 0.3, 0.036, 1/0.05 ) = 800` Risposta

Quesito 3. Consideriamo sequenze di 297 caratteri dell'alfabeto $\{a, g, c, 0.97\}$. Assumiamo che tutti i caratteri occorrano con la stessa probabilità indipendentemente dalla posizione. Qual è la probabilità che due sequenze coincidano in ≥ 800 posizioni?

Esprimere il risutato numerico tramite (solo) le funzioni elencate in calce.

Risposta

$X \sim B(0.3, 1/4)$

$\Pr(X \geq 265) \;=\; 1 - \Pr(X \leq ??) \;=$ `1 - binom.cdf( ??, ??, 1/4 ) = ??` Risposta

Si assuma noto il valore delle seguenti funzioni della libreria `scipy.stats` di `Python`

`binom.pmf(k,n,p)` $= \Pr\left(X = \mathtt{k}\right)$ dove $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$

`binom.cdf(k,n,p)` $= \Pr\left(X \leq \mathtt{k}\right)$ dove $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$

`bimom.ppf(`α`, n, p)` $= \mathtt{x}_\alpha$ dove $\mathtt{x}_\alpha$ è tale che $\Pr\left(X \leq \mathtt{x}_\alpha\right) = \alpha$ per $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$