

Quesito 1. Si consideri la funzione $f(x) = |x| - |x + 3|$.

1. Determinare dominio e immagine della funzione.
2. Determinare $f^{-1}(3)$.

Quesito 2. Si consideri la funzione $f(x) = \log(x + 4)$.

1. Determinare dominio e immagine della funzione.
2. Per quali valori si annulla la funzione $f(-x)$?

Esprimere il risultato come frazione di interi, ed eventualmente multipli di e .

Quesito 3. Le v.a. discrete X e Y sono indipendenti. La loro distribuzione di probabilità è data da

$$\begin{aligned}\Pr(X = 4) &= \frac{2}{3} & \Pr(Y = 1) &= \frac{1}{2} \\ \Pr(X = 2) &= \frac{1}{3} & \Pr(Y = 0) &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

1. Calcolare la distribuzione di probabilità di $X \cdot Y$
2. Calcolare $E(X \cdot Y)$.

Esprimere i numeri razionali come frazioni.

Quesito 4. Una fabbrica produce confezioni di biglie rosse e blu. Una confezione corretta contiene $6 \cdot 10^5$ biglie con circa il 60% di biglie rosse.

Vogliamo essere ragionevolmente sicuri che la percentuale non scenda mai sotto 50%. Stabiliamo quindi due livelli di controllo. Al primo controllo preleviamo 100 biglie a caso da ogni confezione e se ≤ 59 biglie sono rosse la confezione viene sottoposta a ulteriori controlli. Altrimenti viene dichiarata soddisfacente.

1. Si calcoli la probabilità che una confezione con 60% di biglie rosse venga sottoposta al secondo controllo.
2. Si calcoli la probabilità che una confezione con 50% di biglie rosse venga dichiarata soddisfacente.

Il secondo controllo comporta l'estrazione di altre biglie, 1000 in totale. Se meno di $x\%$ è rosso la confezione viene scartata definitivamente, altrimenti viene dichiarata soddisfacente.

3. A quanto dovremmo fissare x per non scartare al secondo controllo più del 2% di confezioni con 60% di biglie rosse?
4. A quanto dovremmo fissare x per non dichiarare soddisfacente al secondo controllo più del 4% di confezioni con 50% di biglie rosse?

Si trattino tutte le estrazioni come estrazioni con *reimbussamento*.

Si assuma noto il valore delle seguenti funzioni della libreria `scipy.stats` di Python

`binom.pmf(k,n,p)` = $\Pr(X = k)$ dove $X \sim B(n, p)$

`binom.cdf(k)` = $\Pr(X \leq k)$ dove $X \sim B(n, p)$

`bimom.ppf(α , n, p)` = x_α dove x_α è tale che $\Pr(X \leq x_\alpha) = \alpha$ per $X \sim B(n, p)$