

Quesito 1. Una macchina è calibrata in modo da fare un taglio in un punto di coordinata $\mu_0 = 20$ (un unica dimensione). Se calibrata bene, la posizione del taglio è distribuita normalmente con media μ_0 deviazione standard $\sigma = 2$.

Ogni tanto (per effetto delle vibrazioni) la macchina si sposta, va quindi fermata e ricalibrata. Idealmente vorremmo fermare la macchina quando la nuova media μ è a distanza maggiore di 3 da μ_0 .

1. Misuriamo quindi la posizione del taglio. Chiamiamo \bar{x} la media fatta su un campione di 5. Calibreremo la macchina se $|\mu_0 - \bar{x}|$ è maggiore di un valore critico. Quale dev'essere questo valore per non fermare inutilmente la macchina più del 10% delle volte?
2. Dato tale valore critico al punto 1, qual'è la probabilità di non ricalibrare una macchina che necessita di essere ricalibrata?
3. Dopo 500 tagli la probabilità che $|\mu - \mu_0| > 3$ è del 5%. Su un campione di dimensione 5 misuriamo una distanza media $\bar{x} = 17$. Qual'è la probabilità che $|\mu - \mu_0|$ sia davvero > 3 ?

Formulario: se $X \sim B(n, p)$ allora $E(X) = np$
se $X \sim NB(n, p)$ allora $E(X) = n(1 - p)/p$

Si assuma noto il valore delle seguenti funzioni della libreria `scipy.stats` di Python

`binom.pmf(k, n, p)` = $\Pr(X = k)$ dove $X \sim B(n, p)$

`binom.cdf(k, n, p)` = $\Pr(X \leq k)$ dove $X \sim B(n, p)$

`bimom.ppf(q, n, p)` = k dove k è tale che $\Pr(X \leq k) \cong q$ per $X \sim B(n, p)$

`nbinom.xxx(k, n, p)`, è l'analogo per $X \sim NB(n, p)$.

`norm.xxx(z)`, è l'analogo per $Z \sim N(0, 1)$.