

Quesito 1. Si consideri una funzione $f(x)$ la cui derivata prima è data dalla funzione $f'(x) = 1 e^{-3x}$.

1. Indicare gli intervalli in cui la funzione $f(x)$ cresce e quelli in cui la funzione decresce.
2. Trovare massimi e minimi locali di $f(x)$.

Quesito 2. Si consideri un corpo lasciato cadere da una torre alta 500 metri. Sia $f(t) = 5t^2$ la funzione che ne descrive la distanza dalla cima della torre ad ogni secondo (quando $t = 0$, $f(t) = 0$ ovvero il corpo si trova in cima alla torre).

1. Qual è la velocità istantanea del corpo dopo 1 secondi?
2. Qual è la velocità istantanea del corpo quando tocca terra?

Quesito 3. La concentrazione di un farmaco nel sangue dopo 12 ore è il 70% della concentrazione iniziale. Vogliamo che la concentrazione massima a regime sia 4. Somministriamo il farmaco giornalmente (ogni 24 ore). Di quanto deve aumentare la concentrazione ad ogni somministrazione? Ricordiamo che l'equazione $x_{n+1} = ax_n + b$ ha come soluzione generale $Ca^n + b/(1 - a)$.

Quesito 4. Per quali valori di q la seguente serie converge?

$$\sum_{i=2}^{\infty} (1+q)^{i-1}$$

A cosa converge? Ricordiamo che, per i valori $-1 < r < 1$, la serie geometrica

$$\sum_{i=0}^{\infty} r^i$$

converge a $1/(1 - r)$.

Quesito 5. Due monetine, con probabilità di dare testa rispettivamente 0.8 e 0.9, vengono lanciate simultaneamente. Qual è la probabilità che il primo lancio in cui differiscono sia ≥ 4 ?

Esprimere il risultato numerico tramite (solo) le funzioni elencate in calce.

Si assuma noto il valore delle seguenti funzioni della libreria `scipy.stats` di Python

`nbinom.pmf(k, 1, p)` = $\Pr(X = k)$ dove $X \sim NB(1, p)$

`nbinom.cdf(k, 1, p)` = $\Pr(X \leq k)$ dove $X \sim NB(1, p)$

`nbimom.ppf(q, 1, p)` = k dove k è tale che $\Pr(X \leq k) \cong q$ per $X \sim NB(1, p)$