

**Quesito 1.** Si consideri la funzione  $f(x) = (4x + 6)^3$ .

1. Calcolare l'integrale indefinito  $\int f(x)dx$ .
2. Determinare l'area (con segno) sottesa alla funzione  $f$  nell'intervallo  $[0, 1]$ .

**Risposta**

$$\int f(x)dx = \frac{(4x+6)^4}{16} + C.$$

Risposta 1

Il valore dell'area è  $-544$ .

Risposta 2

**Quesito 2.** Un campione di pazienti assume un certo farmaco. Ad ognuno di questo viene misurata

1. Glicemia
2. Colesterolo totale
3. Emoglobina

...

...ecc. ecc. (100 parametri fisiologici in totale)

I valori vengono confrontati con quelli di un campione di controllo (o con quelli in letteratura).

Per ognuna di queste misure consideriamo un test di ipotesi:

$H_{0,i}$ : il valore del parametro  $i$  è uguale a quello del campione di controllo

$H_{A,i}$ : il valore del parametro  $i$  è diverso a quello del campione di controllo

Assumiamo che tutte le ipotesi nulle siano vere e che questi 100 parametri si comportino come v.a. stocasticamente indipendenti. Quant'è la probabilità di rigettare (erroneamente) almeno 1 ipotesi nulla con una significatività del 5%?

Quant'è la probabilità di rigettare almeno 5 ipotesi nulla con una significatività del 5%?

**Quesito 3.** La variabile aleatoria  $X$  ha distribuzione normale con media  $\mu = 7$  e deviazione standard  $\sigma = 5$

1. Calcolare la probabilità dell'evento  $X \in [1, 9]$
2. Calcolare la probabilità che da un campione di rango  $n = 16$  si ottenga una media in  $[1, 9]$ .

Esprimere il risultato numerico tramite (solo) le funzioni elencate in calce.

**Risposta**

$$\begin{aligned}\Pr(1 \leq X \leq 9) &= \Pr\left(\frac{1-\mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{9-\mu}{\sigma}\right) = \Pr\left(Z \leq \frac{2}{5}\right) - \Pr\left(Z \leq -\frac{6}{5}\right) \\ &= \text{norm.cdf}(2/5) - \text{norm.cdf}(-6/5) \\ &= \text{norm.cdf}(0.4) - \text{norm.cdf}(-1.2) = 0.540\end{aligned}$$

Risposta 1

$\bar{X}$  v.a. media campionaria

$$\begin{aligned}\Pr(1 \leq \bar{X} \leq 9) &= \Pr\left(\frac{1-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq Z \leq \frac{9-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right) = \Pr\left(Z \leq \frac{8}{5}\right) - \Pr\left(Z \leq -\frac{24}{5}\right) \\ &= \text{norm.cdf}(-24/5) - \text{norm.cdf}(-24/5) \\ &= \text{norm.cdf}(1.6) - \text{norm.cdf}(-4.8) = 0.945\end{aligned}$$

Risposta 2

**Quesito 4.** Da una popolazione con distribuzione normale con media  $\mu$  ignota e deviazione standard 45 estraiamo un campione di 16 individui. Qual è la probabilità che la media campionaria risulti  $> \mu + 15$  ?

Esprimere il risultato numerico tramite (solo) le funzioni elencate in calce.

**Risposta**

$$n = 16$$

dimensione del campione

$$\varepsilon = 15$$

$$\sigma = 45$$

deviazione standard della popolazione

$$\sigma/\sqrt{n}$$

errore standard (deviazione standard della media)

$$P\left(Z > \frac{\varepsilon}{\sigma/\sqrt{n}}\right) = P\left(Z > \frac{4}{3}\right) = 1 - \text{norm.cdf}(4/3) = 0.091$$

Risposta

---

Formulario: se  $X \sim B(\mathbf{n}, \mathbf{p})$  allora  $E(X) = np$   
se  $X \sim NB(\mathbf{n}, \mathbf{p})$  allora  $E(X) = n(1 - p)/p$

Si assuma noto il valore delle seguenti funzioni della libreria `scipy.stats` di Python

`binom.pmf(k, n, p)` =  $\Pr(X = k)$  dove  $X \sim B(\mathbf{n}, \mathbf{p})$

`binom.cdf(k, n, p)` =  $\Pr(X \leq k)$  dove  $X \sim B(\mathbf{n}, \mathbf{p})$

`bimom.ppf(q, n, p)` =  $k$  dove  $k$  è tale che  $\Pr(X \leq k) \cong q$  per  $X \sim B(\mathbf{n}, \mathbf{p})$

`nbinom.xxx(k, n, p)`, è l'analogo per  $X \sim NB(\mathbf{n}, \mathbf{p})$ .

`norm.xxx(z)`, è l'analogo per  $Z \sim N(0, 1)$ .