Matematica e BioStatistica con Applicazioni Informatiche
Esercitazione in aula del 6 dicembre 2018

Quesito 1. Una macchina è calibrata in modo da fare fori in un punto di coordinata $\mu_0 = 20$ (un unica dimensione). Se calibrata bene, la posizione dei fori è distribuita normalmente con media μ_0 deviazione standard $\sigma = 2$.

Ogni tanto (per effetto delle vibrazioni) la macchina si sposta, va quindi fermata e ricalibrata. Idealmente vorremmo fermare la macchina quando la nuova media μ è a distanza maggiore di 1 dal μ_0 previsto.

1. Misuriamo quindi la distanza dei fori effettuati. Chiamiamo $\bar{x}$ la media fatta su un campione di 5. È quant'è il valore chritico che dobbiamo per non fermare inutilmente ma macchina più del 10% delle volte?
2. Dato tale valore critico qual'è la probabilità di non ricalibrare una macchina che necessita di essere ricalibrata?
3. Sappiamo che la probabilità che dopo 1000 fori μ si sia spostata di più di 1 è del 5%. Su un campione di dimensione 5 misuriamo una distanza media $\bar{x} = 17$. Qual'è la probabilità che la macchina necessiti di essere calibrata?

Formulario: se $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$ allora $E(X) = np$
se $X \sim NB(\mathtt{n}, \mathtt{p})$ allora $E(X) = n(1-p)/p$

Si assuma noto il valore delle seguenti funzioni della libreria `scipy.stats` di `Python`
`binom.pmf(k, n, p)` $= \Pr\big(X = \mathtt{k}\big)$ dove $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$
`binom.cdf(k, n, p)` $= \Pr\big(X \leq \mathtt{k}\big)$ dove $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$
`bimom.ppf(q, n, p)` $= \mathtt{k}$ dove `k` è tale che $\Pr\big(X \leq \mathtt{k}\big) \cong \mathtt{q}$ per $X \sim B(\mathtt{n}, \mathtt{p})$

`nbinom.xxx(k, n, p)`, è l'analogo per $X \sim NB(\mathtt{n}, \mathtt{p})$.

`norm.xxx(z)`, è l'analogo per $Z \sim N(0, 1)$.