

**Quesito 1.** Si consideri una funzione  $f(x)$  la cui derivata prima è data dalla funzione  $f'(x) = e^{-5x}$ .

1. Indicare gli intervalli in cui la funzione  $f(x)$  cresce e quelli in cui la funzione decresce.
2. Trovare massimi e minimi locali di  $f(x)$ .

**Risposta**

$f(x)$  cresce in  $(-\infty, \infty) = \mathbb{R}$ , infatti  $e^{-5x} > 0$  per ogni  $x \in \mathbb{R}$

Risposta 1

$f(x)$  non ha massimi e minimi locali

Risposta 2

**Quesito 2.** Si consideri una funzione  $f(x)$  definita su tutto  $\mathbb{R}$  la cui derivata prima è data dalla funzione  $f'(x) = \frac{x^2 - 5}{x}$ .

1. Indicare gli intervalli in cui la funzione  $f(x)$  cresce e quelli in cui la funzione decresce.
2. Trovare massimi e minimi locali di  $f(x)$ .

**Risposta**

$f(x)$  cresce in  $(-\sqrt{5}, 0)$  e  $(\sqrt{5}, +\infty)$ ;  $f(x)$  decresce in  $(-\infty, -\sqrt{5})$  e  $(0, \sqrt{5})$

Risposta 1

$f(x)$  ha minimi locali in  $-\sqrt{5}$  e  $\sqrt{5}$

Risposta 2

**Quesito 3.** Si consideri una funzione  $f(x)$  definita su tutto  $\mathbb{R}$  la cui derivata prima è data dalla funzione  $f'(x) = \frac{x^2 + 3}{x}$ .

1. Indicare gli intervalli in cui la funzione  $f(x)$  cresce e quelli in cui la funzione decresce.
2. Trovare massimi e minimi locali di  $f(x)$ .

**Risposta**

$f(x)$  cresce in  $(0, +\infty)$ ;  $f(x)$  decresce in  $(-\infty, 0)$

Risposta 1

$f(x)$  non ha punti critici.

Risposta 2

**Quesito 4.** Si consideri una funzione  $f(x)$  definita sull'intervallo  $(0, +\infty)$  la cui derivata prima è data dalla funzione  $f'(x) = 6 \log(x)$ .

1. Indicare gli intervalli in cui la funzione  $f(x)$  cresce e quelli in cui la funzione decresce.
2. Trovare massimi e minimi locali di  $f(x)$ .

### Risposta

$f(x)$  cresce in  $(1, +\infty)$ ;  $f(x)$  decresce in  $(0, 1)$

[Risposta 1](#)

$f(x)$  ha minimo locale in 1

[Risposta 2](#)

**Quesito 5.** Si consideri un corpo lasciato cadere da una torre alta 500 metri. Sia  $f(t) = 5t^2$  la funzione che ne descrive la distanza dalla cima della torre ad ogni secondo (quando  $t = 0$ ,  $f(t) = 0$  ovvero il corpo si trova in cima alla torre).

1. Qual è la velocità istantanea del corpo dopo 2 secondi?
2. Qual è la velocità istantanea del corpo quando tocca terra?

### Risposta

La funzione  $f'(t) = 10t$  descrive l'andamento della velocità istantanea, quindi  $f'(2) = 20$

[Risposta 1](#)

Il corpo tocca terra quando  $f(t) = 500$ , ovvero quando  $5t^2 = 500$ , ovvero a  $t = 10$ , quindi  $f'(10) = 100$

[Risposta 2](#)

**Quesito 6.** Sia data la funzione  $f(x) = x^2 + 3x$

1. Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto  $(-5, 10)$ .
2. In quali intervalli la funzione è decrescente?

### Risposta

$$y = -7x - 25$$

[Risposta 1](#)

$f(x)$  decresce in  $(-\infty, -\frac{3}{2})$

[Risposta 2](#)

**Quesito 7.** Sia data la funzione  $f(x) = x^3 + 1$

1. Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto  $(1, 2)$ .
2. In quali intervalli la funzione è crescente?

### Risposta

$$y = 3x - 1$$

[Risposta 1](#)

$f(x)$  cresce in  $(-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$

Risposta 2

**Quesito 8.** Si consideri una particella che si muove lungo una retta. Sia  $f(t) = 4t^3 + 6t$  la funzione che ne descrive la distanza in metri dal punto di partenza ogni secondo.

1. Qual è la velocità istantanea del corpo dopo 4 secondi?
2. Quando la velocità del corpo è superiore a 100 metri al secondo?

**Risposta**

La velocità istantanea è descritta dalla funzione  $f'(t) = 12t^2 + 6$  quindi  $f'(4) = 198$

Risposta 1

La velocità supera 100 quando  $f'(t) = 12t^2 + 6 > 100$  quindi  $t > \sqrt{\frac{47}{6}}$

Risposta 2

**Quesito 9.** Si consideri la funzione  $f(x) = x^3 + 7x + 1$ .

1. Determinare la derivata prima  $f'(x)$ .
2. Trovare massimi e minimi locali di  $f(x)$ .

**Risposta**

$$f'(x) = 3x^2 + 7$$

Risposta 1

La derivata è sempre positiva quindi  $f(x)$  non ha massimi e minimi locali

Risposta 2

**Quesito 10.** Si consideri la funzione  $f(x) = x \cos(x)$ .

1. Determinare la derivata  $f'(x)$ .
2. Scrivere l'equazione della retta tangente a  $f(x)$  nel punto  $(\pi, -1)$ .

**Risposta**

$$f'(x) = x \sin x + \cos x$$

Risposta 1

$$y = -x + \pi + 1$$

Risposta 2

**Quesito 11.** Si consideri la funzione  $f(x) = \sqrt{x}$ .

1. Scrivere l'approssimazione lineare di  $f(x)$  in 4.
2. Usare il risultato precedente per approssimare i valori di  $\sqrt{4.1}$  e  $\sqrt{3.9}$ .

### Risposta

L'approssimazione lineare di  $f(x)$  in 4 è data da  $f'(4)(x - 4) + f(4)$ , essendo  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$  si ha  $\frac{1}{4}x + 1$

[Risposta 1](#)

$$\sqrt{4.1} \cong 2.025 \text{ e } \sqrt{3.9} \cong 1.975$$

[Risposta 2](#)

**Quesito 12.** Si consideri la funzione  $f(x) = e^x$ .

1. Scrivere l'approssimazione lineare di  $f(x)$  in 1.
2. Usare il risultato precedente per approssimare i valori di  $e^{0.9}$  e  $e^{1.1}$  (si approssimi  $e$  con 2.7).

### Risposta

L'approssimazione lineare di  $f(x)$  in 1 è data da  $f'(1)(x - 1) + f(1)$ , essendo  $f'(x) = e^x$  si ha  $e \cdot x$  [Risposta 1](#)

$$e^{0.9} \cong 2.43 \text{ e } e^{1.1} \cong 2.97$$

[Risposta 2](#)

**Quesito 13.** Si consideri la funzione  $f(x) = \sqrt[3]{x}$ .

1. Scrivere l'approssimazione lineare di  $f(x)$  in 1.
2. Usare il risultato precedente per approssimare i valori di  $\sqrt[3]{1.1}$  e  $\sqrt[3]{1.2}$ .

### Risposta

L'approssimazione lineare di  $f(x)$  in 1 è data da  $f'(1)(x - 1) + f(1)$ , essendo  $f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$  si ha  $\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$  [Risposta 1](#)

$$\sqrt[3]{1.1} \cong 1.0\bar{3} \text{ e } \sqrt[3]{1.2} \cong 1.0\bar{6}$$

[Risposta 2](#)