

Domande (qualcuna capziosa e artificiale) per verificare la comprensione del significato di p-valore (ed implicitamente anche del FWER).

N.B. Spesso le domande contengono informazioni irrilevanti.

Quesito 1. Abbiamo fatto un T-test a due code con un campione di dimensione $n = 25$ e abbiamo ottenuto come p-valore 0.05. Assumendo vera H_0 , qual è la probabilità che, ripetendo il test una seconda volta con un campione di dimensione doppia, il p-valore risulti ≥ 0.1 ?

Si scelga tra le seguenti opzioni la più opportuna.

1. La probabilità è $= \dots$ (specificare)
2. La probabilità è $< \dots$ (specificare)
3. La probabilità è $> \dots$ (specificare)
4. Non ci sono sufficienti informazioni per stimare questa probabilità.

Risposta 1. La probabilità è $= 1 - 0.1 = 0.9$.

Quesito 2. Ripetiamo 2 volte lo stesso T-test a due code con campioni di dimensione $n = 25$. Assumendo vera H_0 , qual è la probabilità che in almeno uno di questi test il p-valore risulti ≤ 0.05 ?

Si scelga tra le seguenti opzioni la più opportuna.

1. La probabilità è $= \dots$ (specificare)
2. La probabilità è $< \dots$ (specificare)
3. La probabilità è $> \dots$ (specificare)
4. Non ci sono sufficienti informazioni per stimare questa probabilità.

Risposta 1. La probabilità è $= 1 - (0.95)^2 = 0.0975$.

Quesito 3. Abbiamo fatto un T-test a due code con un campione di dimensione $n = 25$ e abbiamo ottenuto come p-valore 0.05. Assumendo vera H_A con effect size 0.1, qual è la probabilità che ripetendo il test una seconda volta con un campione della stessa dimensione il p-valore risulti di nuovo ≤ 0.05 ?

Nel caso non sia possibile determinare il valore esatto ma solo un limite superiore/inferiore. Si scelga tra le seguenti opzioni la più opportuna.

1. La probabilità è $= \dots$ (specificare)
2. La probabilità è $< \dots$ (specificare)
3. La probabilità è $> \dots$ (specificare)
4. Non ci sono sufficienti informazioni per stimare questa probabilità.

Risposta 4. Non ci sono sufficienti informazioni per stimare questa probabilità.

Quesito 4. Abbiamo fatto un T-test coda inferiore con un campione di dimensione $n = 25$ e abbiamo ottenuto come p-valore 0.05. Assumendo vera H_A con effect size 0.1, qual è la probabilità che ripetendo il test una seconda volta con un campione della stessa dimensione il p-valore risulti di nuovo ≤ 0.05 ?

Nel caso non sia possibile determinare il valore esatto ma solo un limite superiore/inferiore. Si scelga tra le seguenti opzioni la più opportuna.

1. La probabilità è $= \dots$ (specificare)
2. La probabilità è $< \dots$ (specificare)
3. La probabilità è $> \dots$ (specificare)
4. Non ci sono sufficienti informazioni per stimare questa probabilità.

Risposta 3. La probabilità è > 0.05 .

Quesito 5. Preleviamo un campione di rango $n = 16$ da una popolazione con distribuzione $N(\mu, \sigma^2)$. Sappiamo che la deviazione standard è $\sigma = 2$. La media μ invece potrebbe avere uno qualsiasi dei tre valori 1, 2, o 4. Vogliamo testare $H_0 : \mu = 2$ contro $H_A : \mu \in \{1, 4\}$.

1. Che test facciamo?
2. Se la media del campione di cui sopra è $\bar{x} = 1$, quant'è il p-valore?
3. Data questa media campionaria, la probabilità che $\mu \in \{1, 4\}$ è (si scelga tra le seguenti)
(a) = p-valore; (b) = $1 - \text{p-valore}$; (c) $2/3$; (d) Non ci sono sufficienti informazioni per rispondere.

Esprimere il risultato numerico tramite (solo) le funzioni elencate in calce.

Risposta

Facciamo uno z-test a due code.

Risposta 1

$$\begin{aligned} \Pr(|\bar{X}| \geq 1) &= \Pr\left(\left|\frac{\bar{X} - 2}{\sigma/\sqrt{n}}\right| \geq \frac{|1 - 2|}{\sigma/\sqrt{n}}\right) = \Pr(|Z| \geq 2) \\ &= 2 * \text{norm.cdf}(-2) = 0.046 \end{aligned}$$

Risposta 2

(d) Non ci sono sufficienti informazioni per rispondere.

Risposta 3

Quesito 6. Preleviamo un campione di rango $n = 4$ da una popolazione con distribuzione $N(\mu, \sigma^2)$. Sappiamo che la deviazione standard è $\sigma = 3$. La media μ invece potrebbe avere uno qualsiasi dei tre valori 2, 6, o 7.

Vogliamo testare $H_0 : \mu = 2$ contro $H_A : \mu \in \{6, 7\}$.

1. Che test facciamo?
2. Se la media del campione di cui sopra è $\bar{x} = 4$, quant'è il p-valore?

Esprimere il risultato numerico tramite (solo) le funzioni elencate in calce.

Risposta

Facciamo uno z-test coda superiore.

Risposta 1

$$\Pr(\bar{X} \geq 4) = \Pr\left(\frac{\bar{X} - 2}{\sigma/\sqrt{n}} \geq \frac{4 - 2}{\sigma/\sqrt{n}}\right) = \Pr(Z \geq 4/3)$$

$$= 1 - \text{norm.cdf}(4/3) = 0.182$$

Risposta 2

Quesito 7. Assume the null hypothesis is true and denote by P the random variable that gives the p-value you would get if you run a test.

1. What is the probability that $\Pr(P < 0.04)$?
2. If we run the tests 4 times (independently), what is the probability of incorrectly rejecting at least once the null hypotheses with a significance $\alpha = 4\%$?
3. If we run the tests 4 times (independently), how small do we have to make the cutoff (α above) to lower to 4% the probability of incorrectly rejecting at least once the null hypotheses?

Risposta

$$\Pr(P < 0.05) = 0.04$$

Risposta 1

$$1 - \left(1 - \frac{1}{25}\right)^4 = 0.1507$$

Risposta 2

$$1 - \left(1 - \frac{x}{100}\right)^4 = \frac{1}{25}, \quad \text{risolvendo}$$

$$x = 100 \left(1 - \sqrt[4]{\frac{24}{25}}\right)$$

$$= 1.0154\%$$

Risposta 3

Si assuma noto il valore delle seguenti funzioni della libreria `scipy.stats`

`norm.cdf(z)` = $\Pr(Z < z)$ per $Z \sim N(0, 1)$

`norm.ppf(α)` = z_α dove z_α è tale che $\Pr(Z < z_\alpha) = \alpha$ per $Z \sim N(0, 1)$