

Domande per verificare la comprensione del significato di errori del II tipo e di potenza.

N.B. Spesso le domande contengono informazioni irrilevanti.

**Quesito 1.** Consideriamo una popolazione normale con  $\sigma = 6$  e media  $\mu \in \{2, 5, 9\}$  ignota.

Vogliamo testare  $H_0 : \mu = 5$  contro  $H_A : \mu \in \{2, 9\}$ . Preleviamo un campione di rango  $n = 16$  e decidiamo di rifiutare  $H_0$  se la media campionaria  $\bar{x}$  non appartiene all'intervallo  $[4, 6]$ .

1. Qual è la significatività del test?
2. Qual è la potenza del test?

Esprimere il risultato numerico tramite (solo) le funzioni elencate in calce.

**Risposta**

$$2 * \text{norm.cdf}(-2/3)$$

Risposta 1

$$\text{norm.cdf}(4/3) + \text{norm.cdf}(-8/3)$$

Risposta 2

**Quesito 2.** Preleviamo un campione di rango  $n = 9$  da una popolazione con distribuzione  $N(\mu, \sigma^2)$ . Sappiamo che la deviazione standard è  $\sigma = 3$ . La media  $\mu$  invece potrebbe avere uno qualsiasi valori dei nell'intervallo  $[1, 4]$ .

Vogliamo testare  $H_0 : \mu = 1$  contro  $H_A : \mu \in (1, 4]$ . Fissiamo come significatività  $\alpha = 0.1$  otteniamo che per uno z-test a coda superiore l'intervallo critico è  $[2.282, +\infty)$ .

1. Nel caso  $H_A : \mu \in (3, 4]$  qual'è la massima probabilità  $\beta$  di non rigettare  $H_0$  (errore II tipo)?
2. Calcolare la potenza del test con l'effect-size suggerito nel punto precedente.

Esprimere il risultato numerico tramite (solo) le funzioni elencate in calce.

**Risposta**

$$\beta = \text{norm.cdf}(-0.718)$$

Risposta 1

$$1 - \text{norm.cdf}(-0.718)$$

Risposta 2

**Quesito 3.** Vogliamo testare  $H_0 : \mu = \mu_0$  contro  $H_A : \mu > \mu_0$  per una popolazione distribuita normalmente con deviazione standard nota  $\sigma$ . Fissiamo una significatività  $\alpha$  e una potenza  $1 - \beta$ . L'effect-size che ci interessa è  $\delta$ . Esprimere, in funzione dei parametri che assumiamo noti, le condizioni cui deve soddisfare il rango  $n$  del campione.

**Risposta**

Il rango necessario è il minimo  $n$  tale che  $\Pr\left(Z < \frac{x_\alpha - \mu_0 - \delta}{\sigma/\sqrt{n}}\right) \leq \beta$

dove  $x_\alpha$  tale che  $\Pr\left(Z \geq \frac{x_\alpha - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right) = \alpha$

Risposta

---

Si assuma noto il valore delle seguenti funzioni della libreria `scipy.stats`

`norm.cdf(z)` =  $\Pr(Z < z)$  per  $Z \sim N(0, 1)$

`norm.ppf(alpha)` =  $z_\alpha$  dove  $z_\alpha$  è tale che  $\Pr(Z < z_\alpha) = \alpha$  per  $Z \sim N(0, 1)$