

Domande per verificare la comprensione del significato di errori del II tipo e di potenza.

N.B. Spesso le domande contengono informazioni irrilevanti.

Quesito 1. Preleviamo un campione di rango $n = 4$ da una popolazione con distribuzione $N(\mu, \sigma^2)$. Sappiamo che la deviazione standard è $\sigma = 5$. La media μ invece potrebbe avere uno qualsiasi dei tre valori 2, 5, o 9.

Vogliamo testare $H_0 : \mu = 5$ contro $H_A : \mu \in \{2, 9\}$. Fissiamo come significatività $\alpha = 0.02$ otteniamo che l'intervallo critico è per uno z-test a due code è $[2.43, 7.57]$.

Qual è la potenza del test? Esprimere il risultato numerico tramite (solo) le funzioni elencate in calce.

Risposta

$$\beta \leq \text{norm.cdf}(2.228) - \text{norm.cdf}(0.172)$$

Risposta

Quesito 2. Preleviamo un campione di rango $n = 9$ da una popolazione con distribuzione $N(\mu, \sigma^2)$. Sappiamo che la deviazione standard è $\sigma = 3$. La media μ invece potrebbe avere uno qualsiasi valori dei nell'intervallo $[1, 4]$.

Vogliamo testare $H_0 : \mu = 1$ contro $H_A : \mu \in (1, 4]$. Fissiamo come significatività $\alpha = 0.1$ otteniamo che per uno z-test a coda superiore l'intervallo critico è $[2.282, +\infty)$.

1. Nel caso $H_A : \mu \in (3, 4]$ qual'è la massima probabilità β di non rigettare H_0 (errore II tipo)?
2. Calcolare la potenza del test con l'effect-size suggerito nel punto precedente.

Esprimere il risultato numerico tramite (solo) le funzioni elencate in calce.

Risposta

$$\beta = \text{norm.cdf}(-0.718)$$

Risposta 1

$$1 - \text{norm.cdf}(-0.718)$$

Risposta 2

Quesito 3. Vogliamo testare $H_0 : \mu = \mu_0$ contro $H_A : \mu > \mu_0$ per una popolazione distribuita normalmente con deviazione standard nota σ . Fissiamo una significatività α e una potenza $1 - \beta$. L'effect-size che ci interessa è δ . Esprimere, in funzione dei parametri che assumiamo noti, le condizioni cui deve soddisfare il rango n del campione.

Risposta

Il rango necessario è il minimo n tale che $\Pr\left(Z < \frac{x_\alpha - \mu_0 - \delta}{\sigma/\sqrt{n}}\right) \leq \beta$

dove x_α tale che $\Pr\left(Z \geq \frac{x_\alpha - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right) = \alpha$

Risposta

Si assuma noto il valore delle seguenti funzioni della libreria `scipy.stats`

`norm.cdf(z)` = $\Pr(Z < z)$ per $Z \sim N(0, 1)$

`norm.ppf(α)` = z_α dove z_α è tale che $\Pr(Z < z_\alpha) = \alpha$ per $Z \sim N(0, 1)$