

Domande (qualcuna artificiale) per verificare la comprensione della definizione di valore atteso e varianza delle variabili aleatorie discrete.

Quesito 1. La v.a. discreta X ha distribuzione di probabilità

$$\Pr(X = -2) = \frac{1}{2}, \quad \Pr(X = 1) = \frac{1}{3}, \quad \Pr(X = 2) = \frac{1}{6}.$$

1. Calcolare la distribuzione di probabilità di X^2
2. Calcolare $\text{Var}(X)$.

Esprimere i numeri razionali come frazioni.

Risposta

$$\Pr(X^2 = 4) = \frac{2}{3} \quad \text{e} \quad \Pr(X^2 = 1) = \frac{1}{3} \quad \text{Risposta 1}$$

$$E(X) = -2 \cdot \Pr(X = -2) + 1 \cdot \Pr(X = 1) + 2 \cdot \Pr(X = 2) = -1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$E(X^2) = 4 \cdot \Pr(X^2 = 4) + 1 \cdot \Pr(X^2 = 1) = \frac{8}{3} + \frac{1}{3} = 3$$

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = 3 - \frac{1}{9} = \frac{26}{9} \quad \text{Risposta 2}$$

Quesito 2. La v.a. discreta X ha valore atteso $E(X) = 3$ e varianza $\text{Var}(X) = 4$. Qual è il valore atteso di $X(X - 3)$?

Risposta

$$E(X(X - 3)) = E(X^2) - 3 \cdot E(X) = \text{Var}(X) + E(X)^2 - 3 \cdot E(X) = 4 \quad \text{Risposta}$$

Quesito 3. Le v.a. discrete X e Y sono indipendenti. La loro distribuzione di probabilità è data da

$$\Pr(X = 3) = \frac{1}{4} \quad \Pr(Y = 1) = \frac{3}{5}$$

$$\Pr(X = 5) = \frac{3}{4} \quad \Pr(Y = 0) = \frac{2}{5}$$

1. Calcolare la distribuzione di probabilità di $X \cdot Y$
2. Calcolare $E(X \cdot Y)$.

Esprimere i numeri razionali come frazioni.

Risposta

$$\Pr(X \cdot Y = 3) = \frac{3}{20} \quad \Pr(X \cdot Y = 5) = \frac{9}{20} \quad \Pr(X \cdot Y = 0) = \frac{2}{5} \quad \text{Risposta 1}$$

$$E(X \cdot Y) = 3 \cdot \Pr(X \cdot Y = 3) + 5 \cdot \Pr(X \cdot Y = 5) = \frac{27}{10} \quad \text{Risposta 2}$$