

Domande per verificare la comprensione del significato di probabilità condizionata; dei termini che descrivono l'attendibilità dei test diagnostici; della regola di Bayes.

Quesito 1. Tra le persone di cui A è causa del decesso il 40% è fumatore. La percentuale dei fumatori in tutta la popolazione è del 20% e quella dei decessi dovuti ad A è del 5%. Calcolare la probabilità che un fumatore ha di morire per A .

Risposta

F insieme dei fumatori

A insieme persone decedute per A

$\Pr(A) = 5\%$ prevalenza di A nella popolazione

$\Pr(F) = 20\%$ frazione di fumatori nella popolazione

$\Pr(F|A) = 40\%$ prevalenza di A tra i fumatori

$$\Pr(A|F) = \frac{\Pr(F|A) \cdot \Pr(A)}{\Pr(F)} = 10.0\% \quad \text{Risposta}$$

Quesito 2. Tra le persone di cui A è causa del decesso il 60% è fumatore. La percentuale dei fumatori in tutta la popolazione è del 15% e quella dei decessi dovuti ad A è del 10%. Calcolare la probabilità che un *non* fumatore ha di morire per A .

Risposta

F insieme dei fumatori

A insieme persone decedute per A

$\Pr(A) = 10\%$ prevalenza di A nella popolazione

$\Pr(\neg F) = 100\% - \Pr(F) = 85\%$ frazione di fumatori nella popolazione

$\Pr(\neg F|A) = 100\% - \Pr(F|A) = 40\%$ prevalenza di A tra i fumatori

$$\Pr(A|\neg F) = \frac{\Pr(\neg F|A) \cdot \Pr(A)}{\Pr(\neg F)} = 0.05\% \quad \text{Risposta}$$

Quesito 3. A common blood test indicates the presence of a disease 96% of the time when the disease is actually present in an individual and 1% of the time when the disease is not present. The prevalence of the disease is 6%.

1. What is the sensitivity of the test?
2. What is the specificity of the test?
3. What is the positive predictive value of the test?

Risposta

A insieme delle persone affette

T_+ insieme delle persone positive al test

T_-	insieme delle persone negative al test	
$\Pr(A) = 6\%$	prevalenza	
$\Pr(\neg A) = 1 - \Pr(A) = 94\%$		
$\Pr(T_+ A) = 96\%$	sensitività	Risposta 1
$\Pr(T_+ \neg A) = 1\%$	probabilità falsi positivi	
$\Pr(T_- \neg A) = 1 - \Pr(T_+ \neg A) = 99\%$	specificità	Risposta 2
$\Pr(T_+) = \Pr(T_+ A) \Pr(A) + \Pr(T_+ \neg A) \Pr(\neg A) = 6.7\%$		
$\Pr(A T_+) = \frac{\Pr(T_+ A) \Pr(A)}{\Pr(T_+)} = 86.0\%$	valore predittivo positivo	Risposta 3

Quesito 4. A common blood test indicates the presence of a disease 96% of the time when the disease is actually present in an individual and 1% of the time when the disease is not present. The prevalence of the disease is 5%.

1. What is the probability that a person that is chosen at random from the general population is positive to the test?
2. What is the positive predictive value of the test?

Risposta

A	insieme delle persone affette	
T_+	insieme delle persone positive al test	
$\Pr(A) = 5\%$	prevalenza	
$\Pr(\neg A) = 1 - \Pr(A) = 95\%$		
$\Pr(T_+ A) = 96\%$	sensitività	
$\Pr(T_+ \neg A) = 1\%$		
$\Pr(T_+) = \Pr(T_+ A) \Pr(A) + \Pr(T_+ \neg A) \Pr(\neg A) = 5.8\%$		Risposta 1
$\Pr(A T_+) = \frac{\Pr(T_+ A) \Pr(A)}{\Pr(T_+)} = 83.5\%$		Risposta 2

Quesito 5. Marie is getting married tomorrow at an outdoor ceremony in the desert. In recent years it has rained only 8 days each year. But the weatherman has predicted rain for tomorrow. When it actually rains, the weatherman correctly forecasts rain 85% of the time. When it doesn't rain, he incorrectly forecasts rain 5% of the times. What is the probability that it will rain on the day of Marie's wedding?

Risposta

R	event: it rains on Marie's wedding
T_+	event: the weatherman predicts rain
$\Pr(R) = 8/365 = 2.2\%$	it rains 8 days out of 365

$$\Pr(T_+|R) = 85\% \quad \text{when it rains, rain is predicted}$$

$$\Pr(T_+|\neg R) = 5\% \quad \text{when it does not rain, rain is predicted}$$

$$\Pr(T_+) = \Pr(T_+|R) \cdot \Pr(R) + \Pr(T_+|\neg R) \cdot \Pr(\neg R) = 6.8\%$$

$$\Pr(R|T_+) = \frac{\Pr(R) \cdot \Pr(T_+|R)}{\Pr(T_+)} = 27.6\% \quad \text{Risposta}$$

Quesito 6. Abbiamo 35 monete di cui 28 sono equilibrate, le altre sono difettose e hanno probabilità 0.6 di dare come risultato **Testa**. Scegliamo a caso una di queste 35 monete. Lanciandola 25 volte otteniamo 15 volte **Testa**. Qual è la probabilità che si tratti di una moneta non equilibrata? Dei seguenti dati si usino quelli pertinenti

$$\Pr(X \geq 15) = 0.212 \quad \text{se } X \sim B(25, 0.5)$$

$$= 0.586 \quad \text{se } X \sim B(25, 0.6)$$

$$= 0.845 \quad \text{se } X \sim B(35, 0.5)$$

$$= 0.987 \quad \text{se } X \sim B(35, 0.6)$$

Risposta

$$D \quad \text{insieme degli esperimenti fatti con monete sbilanciate}$$

$$T_{\geq 15} \quad \text{insieme degli esperimenti con risultato } \geq 15$$

$$\Pr(D) = 0.2 \quad \text{prevalenza}$$

$$\Pr(\neg D) = 1 - \Pr(D) = 0.8$$

$$\Pr(T_{\geq 15}|\neg D) = 0.212$$

$$\Pr(T_{\geq 15}|D) = 0.586$$

$$\Pr(T_{\geq 15}) = \Pr(T_{\geq 15}|D) \Pr(D) + \Pr(T_{\geq 15}|\neg D) \Pr(\neg D) = 0.287$$

$$\Pr(D | T_{\geq 15}) = \frac{\Pr(T_{\geq 15}|D) \Pr(D)}{\Pr(T_{\geq 15})} = 0.408 \quad \text{Risposta}$$