Esercizio 1. Si consideri $\mathbb{R}$ come una struttura nel linguaggio degli anelli orinati e con un simbolo per ogni $X \subseteq \mathbb{R}$. Sia ${}^*X$ l'interpretazione di X in ${}^*\mathbb{R}$ una estensione elementare propria di $\mathbb{R}$. Si dimostri che le seguenti affermazioni sono equivalenti per ogni $X \subseteq \mathbb{R}$:

1. X is un aperto nell'usuale topologia di $\mathbb{R}$;
2. $b \approx a \in {}^*X \;\Rightarrow\; b \in {}^*X$ for every a standard e b arbitrario.

Esercizio 2. Con la stessa notazione dell'esercizio precedente. Si dimostri che le seguenti affermazioni sono equivalenti per ogni $X \subseteq \mathbb{R}$

1. X is un chiuso nell'usuale topologia di $\mathbb{R}$;
2. $a \in {}^*X \;\Rightarrow\; \mathrm{st}(a) \in {}^*X$ for every finito a.

Esercizio 3. Let $N \models T_{\mathrm{rg}}$ prove that for every $b \in N$ the set $r(b,N)$ is a random graph. Is every random graph $M \subseteq N$ of the form $\varphi(N)$ for some $\varphi(x) \in L(N)$?

Esercizio 1. Si consideri $\mathbb{R}$ come una struttura nel linguaggio degli anelli orinati e con un simbolo per ogni $X \subseteq \mathbb{R}$. Sia ${}^*X$ l'interpretazione di X in ${}^*\mathbb{R}$ una estensione elementare propria di $\mathbb{R}$. Si dimostri che $\mathbb{R}$ and $\varnothing$ sono gli unici due sottoinsiemi $X \subseteq \mathbb{R}$ tali che

$b \approx a \in {}^*X \;\Rightarrow\; b \in {}^*X$ for every coppia di iperreali a, b.

Esercizio 2. Let L be the language of strict orders expanded with countably many constants $\{c_i : i \in \omega\}$. Let T be the theory that extends T_{dlo} by the axioms $c_i < c_{i+1}$ for all i. Prove that T is complete.

Esercizio 3. Find 3 non isomorphic models of the theory T in the exercise above.