Domande (qualcuna capziosa e artificiale) per verificare la comprensione del significato di p-valore (ed implicitamente anche del FWER).

N.B. Spesso le domande contengono informazioni irrilevanti.

Quesito 1. Abbiamo fatto un T-test a due code con un campione di dimensione n=25 e abbiamo ottenuto come p-valore 0.05. Assumendo vera H_0 , qual è la probabilità che, ripetendo il test una seconda volta con un campione di dimensione doppia, il p-valore risulti ≥ 0.1 ?

Si scelga tra le seguenti opzioni la più opportuna.

- 1. La probabilità $\dot{e} = \dots$ (specificare)
- 2. La probabilità è $< \dots$ (specificare)
- 3. La probabilità è > ... (specificare)
- 4. Non ci sono sufficienti informazioni per stimare questa probabilità.

Risposta 1. La probabilità è = 1 - 0.1 = 0.9.

Quesito 2. Ripetiamo 2 volte lo stesso T-test a due code con campioni di dimensione n = 25. Assumendo vera H_0 , qual è la probabilità che in almeno uno di questi test il p-valore risulti ≤ 0.05 ?

Si scelga tra le seguenti opzioni la più opportuna.

- 1. La probabilità $\dot{e} = \dots$ (specificare)
- 2. La probabilità $\dot{e} < \dots$ (specificare)
- 3. La probabilità $\dot{e} > \dots$ (specificare)
- 4. Non ci sono sufficienti informazioni per stimare questa probabilità.

Risposta 1. La probabilità è = $1 - (0.95)^2 = 0.0975$.

Quesito 3. Abbiamo fatto un T-test a due code con un campione di dimensione n=25 e abbiamo ottenuto come p-valore 0.05. Assumendo vera H_A con effect size 0.1, qual è la probabilità che ripetendo il test una seconda volta con un campione della stessa dimensione il p-valore risulti di nuovo ≤ 0.05 ?

Nel caso non sia possibile determinare il valore esatto ma solo un limite superiore/inferiore. Si scelga tra le seguenti opzioni la più opportuna.

- 1. La probabilità $\dot{e} = \dots$ (specificare)
- 2. La probabilità $\dot{e} < \dots$ (specificare)
- 3. La probabilità $\dot{e} > \dots$ (specificare)
- 4. Non ci sono sufficienti informazioni per stimare questa probabilità.

Risposta 4. Non ci sono sufficienti informazioni per stimare questa probabilità.

Quesito 4. Abbiamo fatto un T-test coda inferiore con un campione di dimensione n=25 e abbiamo ottenuto come p-valore 0.05. Assumendo vera H_A con effect size 0.1, qual è la probabilità che ripetendo il test una seconda volta con un campione della stessa dimensione il p-valore risulti di nuovo ≤ 0.05 ?

Nel caso non sia possibile determinare il valore esatto ma solo un limite superiore/inferiore. Si scelga tra le seguenti opzioni la più opportuna.

- 1. La probabilità $\dot{e} = \dots$ (specificare)
- 2. La probabilità $\dot{e} < \dots$ (specificare)
- 3. La probabilità $\dot{e} > \dots$ (specificare)
- 4. Non ci sono sufficienti informazioni per stimare questa probabilità.

Risposta 3. La probabilità è > 0.05.

Quesito 5. Preleviamo un campione di rango n=16 da una popolazione con distribuzione $N(\mu, \sigma^2)$. Sappiamo che la deviazione standard è $\sigma=2$. La media μ invece potrebbe avere uno qualsiasi dei tre valori 1, 2, o 4. Vogliamo testare $H_0: \mu=2$ contro $H_A: \mu\in\{1,4\}$.

- 1. Che test facciamo?
- 2. Se la media del campione di cui sopra è $\bar{x} = 1$, quant'è il p-valore?
- 3. Data questa media campionaria, la probabilità che $\mu \in \{1,4\}$ è (si scelga tra le seguenti)
 - (a) = p-valore; (b) = 1- p-valore; (c) 2/3; (d) Non ci sono sufficienti informazioni per rispondere.

Esprimere il risutato numerico tramite (solo) le funzioni elencate in calce.

Risposta

Facciamo uno z-test a due code.

Risposta 1

Risposta 2

(d) Non ci sono sufficienti informazioni per rispondere.

Risposta 3

Quesito 6. Preleviamo un campione di rango n=4 da una popolazione con distribuzione $N(\mu, \sigma^2)$. Sappiamo che la deviazione standard è $\sigma=3$. La media μ invece potrebbe avere uno qualsiasi dei tre valori 2, 6, o 7.

Vogliamo testare $H_0: \mu = 2$ contro $H_A: \mu \in \{6, 7\}$.

- 1. Che test facciamo?
- 2. Se la media del campione di cui sopra è $\bar{x}=4$, quant'è il p-valore?

Esprimere il risutato numerico tramite (solo) le funzioni elencate in calce.

Risposta

Facciamo uno z-test coda superiore.

Risposta 1

1 - norm.cdf(4/3)

Risposta 2

Quesito 7. Assume the null hypothesis is true and denote by P the random variable that gives the p-value you would get if you run a test.

- 1. What is the probability that Pr(P < 0.04)?
- 2. If we run the tests 4 times (independently), what is the probability of incorrectly rejecting at least once the null hypotheses with a significance $\alpha = 4\%$?
- 3. If we run the tests 4 times (independently), how small do we have to make the cutoff (α above) to lower to 4% the probability of incorrectly rejecting at least once the null hypotheses?

Risposta

0.04 Risposta 1
0.1507 Risposta 2

1.0154% Risposta 3

Si assuma noto il valore delle seguenti funzioni della libreria scipy.stats

$$\mathtt{norm.cdf(z)} = \Pr \left(Z < \mathtt{z} \right) \, \mathrm{per} \, \, Z \sim N(0,1)$$

 $ext{norm.ppf}(lpha) = z_lpha ext{ dove } z_lpha ext{ è tale che } \Prig(Z < z_lphaig) = lpha ext{ per } Z \sim N(0,1)$