**Esercizio 1.** Si consideri $\mathbb{R}$ come una struttura nel linguaggio degli anelli orinati e con un simbolo per ogni $X \subseteq \mathbb{R}$. Sia ${}^*X$ l'interpretazione di $X$ in ${}^*\mathbb{R}$ una estensione elementare propria di $\mathbb{R}$. Si dimostri che le seguenti affermazioni sono equivalenti per ogni $X \subseteq \mathbb{R}$:

1. $X$ is un aperto nell'usuale topologia di $\mathbb{R}$;
2. $b \approx a \in {}^*X \;\Rightarrow\; b \in {}^*X$ for every $a$ standard e $b$ arbitrario.

**Esercizio 2.** Con la stessa notazione dell'esercizio precedente. Si dimostri che le seguenti affermazioni sono equivalenti per ogni $X \subseteq \mathbb{R}$

1. $X$ is un chiuso nell'usuale topologia di $\mathbb{R}$;
2. $a \in {}^*X \;\Rightarrow\; \mathrm{st}(a) \in {}^*X$ for every finito $a$.

**Esercizio 3.** Let $N \models T_{\mathrm{rg}}$ prove that for every $\varphi(x) \in L(N)$ the set $r(b, N)$ is a random graph. Is every random graph $M \subseteq N$ of the form $\varphi(N)$ for some $\varphi(x) \in L(N)$ ?

**Esercizio 1.** Si consideri $\mathbb{R}$ come una struttura nel linguaggio degli anelli orinati e con un simbolo per ogni $X \subseteq \mathbb{R}$. Sia ${}^*X$ l'interpretazione di $X$ in ${}^*\mathbb{R}$ una estensione elementare propria di $\mathbb{R}$.

Si dimostri che $\mathbb{R}$ and $\varnothing$ sono gli unici due sottoinsiemi $X \subseteq \mathbb{R}$ tali che
$b \approx a \in {}^*X \;\Rightarrow\; b \in {}^*X$ for every coppia di iperreali $a, b$.

**Esercizio 2.** Let $L$ be the language of strict orders expanded with countably many constants $\{c_i : i \in \omega\}$. Let $T$ be the theory that extends $T_{\text{dlo}}$ by the axioms $c_i < c_{i+1}$ for all $i$. Prove that $T$ is complete.

**Esercizio 3.** Find 3 non isomorphic models of the theory $T$ in the exercise above.