

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za matematiko in fiziko

Predstavitev 4-ciklov v snarkih

Domen Skornšek, Žan Luka Kolarič

Mentorja: Janoš Vidali, Riste Škrekovski

Predmet: Finančna matematika

Ljubljana, 2024

1 Navodilo naloge

Želimo preveriti, ali (in kdaj) uvedba 4-ciklov v snark ohranja kromatični indeks (tj. kromatični indeks ostane 4). Uvedbo 4-cikla lahko izvedemo vsaj na dva načina:

1. Vzemite dva robova ab in cd v G in ju dvakrat razdelite, tako da dobite pot au_1u_2b iz roba ab in pot cv_1v_2d iz roba cd . Nato povežite u_1 z v_1 in u_2 z v_2 .
2. Naj bo ab rob v G in a_1, a_2 druga dva soseda a , in naj bosta b_1, b_2 druga dva soseda b . Zdaj odstranimo vrhova a, b in povežemo a_1 z b_1 in a_2 z b_2 .

2 Definicije

Definicija 1. Če so vsa vozlišča grafa G enake stopnje k , pravimo, da je graf **k -regularen**; 3-regularnim grafom pravimo tudi **kubični graf**.

Definicija 2. Naj bo $k \in \mathbb{N}$ in $c' : E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ preslikava. Preslikavi c' pravimo k -barvanje povezav multigrafa brez zank G . Pravimo, da je barvanje povezav c' pravilno, če so povezave, ki imajo kako skupno krajišče, paroma različno obarvane. Najmanjše število k , za katerega obstaja pravilno k -barvanje povezav multigrafa brez zank, imenujemo kromatični indeks multigrafa G in ga označimo s $\chi'(G)$.

Definicija 3. Dolžini najkrajšega cikla v grafu G pravimo ožina grafa G . Označimo jo z $g(G)$.

Definicija 4. Pravimo, da je A ciklični prerez, če ima $G \setminus A$ dve komponenti in vsaka izmed teh dveh komponent vsebuje cikel.

Definicija 5. Velikosti najmanjšega cikličnega prereza G je ciklična (povezavna) povezanost grafa G . Označimo jo z $\lambda_c(G)$.

Definicija 6. Graf G je ciklično k -povezan po povezavah, če je $\lambda_c(G) \geq k$ za naravno število k . Z drugimi besedami: odstraniti moramo prerez velikosti vsaj k , da G razpade na dve komponenti, kjer vsaka vsebuje cikel.

Definicija 7. Snark je ciklično 4-povezan kubični graf z ožino $n \geq 5$ in kromatičnim indeksom 4.

3 Metoda dela

Odločila sva se, da bova uporabila prvi pristop torej, da bova vzela dva robova ab in cd v grafu G in ju dvakrat razdelila, tako da bova dobila pot au_1u_2b iz roba ab in pot cv_1v_2d iz roba cd . Nato bova povezala u_1 z v_1 in u_2 z v_2 .