

Produktregel

$$f(x) = u(x) \cdot v(x)$$
$$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

Quotientenregel

$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$$
$$f'(x) = \frac{h(x) \cdot g'(x) - h'(x) \cdot g(x)}{h(x)^2}$$

Kettenregel

$$f(x) = u(v(x))$$
$$f'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x)$$

Stetigkeit beweisen

Wenn zwei Funktionen, die in unterschiedlichen Bereichen definiert sind, an einem bestimmten Punkt stetig sein sollen, kann man diese Gleichsetzen.

Für eine Funktion $f(x)$, die definiert ist als:

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & \text{für } x < c \\ h(x) & \text{für } x > c \end{cases}$$

wobei c der Punkt ist, an dem die Funktion stetig sein soll, muss gelten:

$$\lim_{x \rightarrow c^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} h(x)$$

Linearisierung

Linearisierung beim Punkt p :

$$f(x) = g(x)$$
$$r(x) = f(x) - g(x)$$
$$r'(x) \text{ berechnen}$$
$$x1 = p - \frac{r(p)}{r'(p)}$$

Extremalstellen

$$f(x)$$
$$f'(x) \text{ berechnen}$$
$$f'(x) = 0 \rightarrow \text{z.B. } \frac{3x^2 - 3}{1 + x^2} = 0$$

→ Kritische Punkte
(Der Nenner muss nur berücksichtigt werden, wenn er 0 werden kann)

$$f''(x) \text{ berechnen}$$

Kritische Punkte p_1, p_2 einsetzen:

$$f''(p_1) > 0 \rightarrow \text{lokales Minimum}$$
$$f''(p_2) < 0 \rightarrow \text{lokales Maximum}$$

Ableitungen

Funktion	Ableitungsfunktion
$x \mapsto x^a$	$x \mapsto a \cdot x^{a-1}$
$x \mapsto 1$	$x \mapsto 0$
$x \mapsto x$	$x \mapsto 1$
$x \mapsto x^2$	$x \mapsto 2x$
$x \mapsto \frac{1}{x}$	$x \mapsto -\frac{1}{x^2}$
$x \mapsto \sqrt{x}$	$x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$x \mapsto e^x$	$x \mapsto e^x$
$x \mapsto a^x$	$x \mapsto \ln(a) \cdot a^x$
$x \mapsto \ln(x)$	$x \mapsto \frac{1}{x}$
$x \mapsto \log_b(x)$	$x \mapsto \frac{1}{\ln(b) \cdot x}$
$x \mapsto \sin(x)$	$x \mapsto \cos(x)$
$x \mapsto \cos(x)$	$x \mapsto -\sin(x)$
$x \mapsto \tan(x)$	$x \mapsto \frac{1}{\cos^2(x)}$
$x \mapsto \tan(x)$	$x \mapsto 1 + \tan^2(x)$
$x \mapsto \arcsin(x)$	$x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$x \mapsto \arccos(x)$	$x \mapsto -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$x \mapsto \arctan(x)$	$x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$

Potenzgesetze

$$a^n a^m = a^{n+m}$$
$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$
$$a^n b^n = (ab)^n$$
$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$
$$a^{n \cdot m} = (a^n)^m$$
$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$
$$a^0 = 1$$
$$a^1 = a$$

Logarithmusgesetze

$$a^{\log_a(x)} = x$$
$$\log_a(x \cdot y) = \log_a(x) + \log_a(y)$$
$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y)$$
$$\log_a(x^b) = b \cdot \log_a(x)$$

Sinus, Kosinus, Tangens

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$
$$1 = \cos^2(x) + \sin^2(x)$$