AG2 - Actividad Guiada 2

Nombre: Domingo Jiménez Liébana
Link: https://colab.research.google.com/drive/1CiNhrsxGP_7LKaAqWapADCnFp-4v7yTX?usp=sharing
Github: https://github.com/domiTEN/03miar-algoritmos-optimizacion/blob/main/actividad-guiada-2/Domingo_Jimenez_Liebana_AG2.ipynb

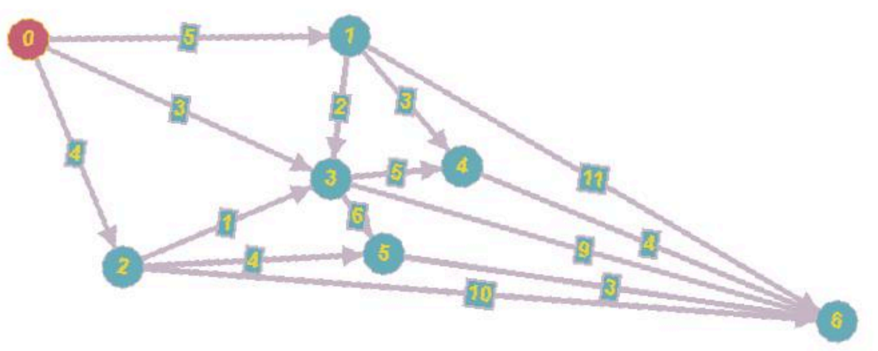
```
import math
```

Programación Dinámica. Viaje por el rio

- **Definición**: Es posible dividir el problema en subproblemas más pequeños, guardando las soluciones para ser utilizadas más adelante.
- **Características** que permiten identificar problemas aplicables:
  -Es posible almacenar soluciones de los subproblemas para ser utilizados más adelante
  -Debe verificar el principio de optimalidad de Bellman: "en una secuencia optima de decisiones, toda sub-secuencia también es óptima" (*)
  -La necesidad de guardar la información acerca de las soluciones parciales unido a la recursividad provoca la necesidad de preocuparnos por la complejidad espacial (cuantos recursos de espacio usaremos)

Problema

En un río hay **n** embarcaderos y debemos desplazarnos río abajo desde un embarcadero a otro. Cada embarcadero tiene precios diferentes para ir de un embarcadero a otro situado más abajo. Para ir del embarcadero i al j, puede ocurrir que sea más barato hacer un trasbordo por un embarcadero intermedio k. El problema consiste en determinar la combinación más barata.



*Consideramos una tabla TARIFAS(i,j) para almacenar todos los precios que nos ofrecen los embarcaderos.
*Si no es posible ir desde i a j daremos un valor alto para garantizar que ese trayecto no se va a elegir en la ruta óptima(modelado habitual para restricciones)

```
#Viaje por el rio - Programación dinámica
################################################################################

TARIFAS = [
[0,5,4,3,float("inf"),999,999],   #desde nodo 0
[999,0,999,2,3,999,11],  #desde nodo 1
[999,999, 0,1,999,4,10], #desde nodo 2
[999,999,999, 0,5,6,9],
[999,999, 999,999,0,999,4],
[999,999, 999,999,999,0,3],
[999,999,999,999,999,999,0]
]

#999 se puede sustituir por float("inf") del modulo math
TARIFAS
```

```
[[0, 5, 4, 3, inf, 999, 999],
 [999, 0, 999, 2, 3, 999, 11],
 [999, 999, 0, 1, 999, 4, 10],
 [999, 999, 999, 0, 5, 6, 9],
 [999, 999, 999, 999, 0, 999, 4],
 [999, 999, 999, 999, 999, 0, 3],
 [999, 999, 999, 999, 999, 999, 0]]
```

```
#Calculo de la matriz de PRECIOS y RUTAS
#  PRECIOS - contiene la matriz del mejor precio para ir de un nodo a otro
#  RUTAS   - contiene los nodos intermedios para ir de un nodo a otro
################################################################
def Precios(TARIFAS):
################################################################
  #Total de Nodos
  N = len(TARIFAS[0])

  #Inicialización de la tabla de precios
  PRECIOS = [ [9999]*N for i in [9999]*N]  #n x n
  RUTA = [ [""]*N for i in [""]*N]

  #Se recorren todos los nodos con dos bucles(origen - destino)
  #  para ir construyendo la matriz de PRECIOS
  for i in range(N-1):
    for j in range(i+1, N):
      MIN = TARIFAS[i][j]
      RUTA[i][j] = i

      for k in range(i, j):
        if PRECIOS[i][k] + TARIFAS[k][j] < MIN:
            MIN = min(MIN, PRECIOS[i][k] + TARIFAS[k][j] )
            RUTA[i][j] = k
        PRECIOS[i][j] = MIN

  return PRECIOS,RUTA
```

```
PRECIOS,RUTA = Precios(TARIFAS)
#print(PRECIOS[0][6])

print("PRECIOS")
for i in range(len(TARIFAS)):
  print(PRECIOS[i])

print("\nRUTA")
for i in range(len(TARIFAS)):
  print(RUTA[i])
```

```
PRECIOS
[9999, 5, 4, 3, 8, 8, 11]
[9999, 9999, 999, 2, 3, 8, 7]
[9999, 9999, 9999, 1, 6, 4, 7]
[9999, 9999, 9999, 9999, 5, 6, 9]
[9999, 9999, 9999, 9999, 9999, 999, 4]
[9999, 9999, 9999, 9999, 9999, 9999, 3]
[9999, 9999, 9999, 9999, 9999, 9999, 9999]

RUTA
['', 0, 0, 0, 1, 2, 5]
['', '', 1, 1, 1, 3, 4]
['', '', '', 2, 3, 2, 5]
['', '', '', '', 3, 3, 3]
['', '', '', '', '', 4, 4]
['', '', '', '', '', '', 5]
['', '', '', '', '', '', '']
```

```
#Calculo de la ruta usando la matriz RUTA
def calcular_ruta(RUTA, desde, hasta):
  if desde == RUTA[desde][hasta]:
  #if desde == hasta:
    #print("Ir a :" + str(desde))
    return desde
  else:
    return str(calcular_ruta(RUTA, desde, RUTA[desde][hasta])) +  ',' + str(RUTA[desde][hasta])

print("\nLa ruta es:")
calcular_ruta(RUTA, 0,6)
```

```
La ruta es:
'0,2,5'
```

Haz doble clic (o pulsa Intro) para editar

Problema de Asignacion de tarea

```
#Asignacion de tareas - Ramificación y Poda
################################################################################
#    T A R E A
#   A
#   G
```

```
#   E
#   N
#   T
#   E

COSTES=[[11,12,18,40],
        [14,15,13,22],
        [11,17,19,23],
        [17,14,20,28]]
```

```
#Calculo del valor de una solucion parcial
def valor(S,COSTES):
  VALOR = 0
  for i in range(len(S)):
    #print(S[i], COSTES[S[i]][i])
    VALOR += COSTES[S[i]][i]
  return VALOR



valor((3,2,  ),COSTES)
```

```
34
```

```
#Coste inferior para soluciones parciales
#  (1,3,) Se asigna la tarea 1 al agente 0 y la tarea 3 al agente 1

def CI(S,COSTES):
  VALOR = 0
  #Valores establecidos
  for i in range(len(S)):
    VALOR += COSTES[i][S[i]]

  #Estimacion
  for i in range( len(S), len(COSTES)   ):
    VALOR += min( [ COSTES[j][i] for j in range(len(S), len(COSTES))  ])
  return VALOR

def CS(S,COSTES):
  VALOR = 0
  #Valores establecidos
  for i in range(len(S)):
    VALOR += COSTES[i][S[i]]

  #Estimacion
  for i in range( len(S), len(COSTES)   ):
    VALOR += max( [ COSTES[j][i] for j in range(len(S), len(COSTES))  ])
  return VALOR

CI((0,1),COSTES)
```

```
68
```

```
#Genera tantos hijos como como posibilidades haya para la siguiente elemento de la tupla
#(0,) -> (0,1), (0,2), (0,3)
def crear_hijos(NODO, N):
  HIJOS = []
  for i in range(N ):
    if i not in NODO:
      HIJOS.append({'s':NODO +(i,)    })
  return HIJOS
```

```
crear_hijos((0,) , 4)
```

```
[{'s': (0, 1)}, {'s': (0, 2)}, {'s': (0, 3)}]
```

```
def ramificacion_y_poda(COSTES):
#Construccion iterativa de soluciones(arbol). En cada etapa asignamos un agente(ramas).
#Nodos del grafo  { s:(1,2),CI:3,CS:5  }
  #print(COSTES)
  DIMENSION = len(COSTES)
  MEJOR_SOLUCION=tuple( i for i in range(len(COSTES)) )
  CotaSup = valor(MEJOR_SOLUCION,COSTES)
  #print("Cota Superior:", CotaSup)

  NODOS=[]
  NODOS.append({'s':(), 'ci':CI((),COSTES)    } )

  iteracion = 0

  while( len(NODOS) > 0):
    iteracion +=1
```

```
    nodo_prometedor = [ min(NODOS, key=lambda x:x['ci']) ][0]['s']
    #print("Nodo prometedor:", nodo_prometedor)

    #Ramificacion
    #Se generan los hijos
    HIJOS =[ {'s':x['s'], 'ci':CI(x['s'], COSTES)   } for x in crear_hijos(nodo_prometedor, DIMENSION) ]

    #Revisamos la cota superior y nos quedamos con la mejor solucion si llegamos a una solucion final
    NODO_FINAL = [x for x in HIJOS if len(x['s']) == DIMENSION  ]
    if len(NODO_FINAL ) >0:
      #print("\n********Soluciones:",  [x for x in HIJOS if len(x['s']) == DIMENSION  ] )
      if NODO_FINAL[0]['ci'] < CotaSup:
        CotaSup = NODO_FINAL[0]['ci']
        MEJOR_SOLUCION = NODO_FINAL

    #Poda
    HIJOS = [x for x in HIJOS if x['ci'] < CotaSup   ]

    #Añadimos los hijos
    NODOS.extend(HIJOS)

    #Eliminamos el nodo ramificado
    NODOS =  [  x for x in NODOS if x['s'] != nodo_prometedor    ]

  print("La solucion final es:" ,MEJOR_SOLUCION , " en " , iteracion , " iteraciones" , " para dimension: " ,DIMENSION  )



ramificacion_y_poda(COSTES)
```

```
La solucion final es: [{'s': (1, 2, 0, 3), 'ci': 64}]  en  10  iteraciones  para dimension:  4
```

Comprobación de viabilidad de tamaño del problema

La idea ahora es comprobar hasta que número de tareas (y agentes) es viable el problema.

Para ello, voy a crear una función *random_tasks_matrix* que se encarga de generar la matriz cuadrada de tareas y agentes con el tamaño que se le indique por parámetro.

Esta función la utilizaré para hacer un bucle en el que en cada iteración incrementaré en uno el número de tareas, realizaré la llamada a la función *ramificacion_y_poda* y mostraré el tiempo total para poder ver cómo incrementa.

Tras el código, añadiré una celda comentando los resultados.

```
def random_tasks_matrix(size: int):
  costes_random_list = np.random.randint(1, 99, size=(size, size))
  #display(costes_random_list)
  return costes_random_list

# ejemplo de uso
random_tasks_matrix(4)
```

```
array([[51, 79, 96, 10],
       [ 9,  2, 78, 91],
       [24, 82, 97,  5],
       [87, 44, 22, 72]])
```

```
max_tasks = 13
for num_tasks in range(2,max_tasks):
  print(f"********** Número de tareas (y agentes): {num_tasks} **********")
  %time ramificacion_y_poda(random_tasks_matrix(num_tasks))
  print(f"********************")
```

```
********** Número de tareas (y agentes): 2 **********
La solucion final es: (0, 1)  en  1  iteraciones  para dimension:  2
CPU times: user 399 µs, sys: 15 µs, total: 414 µs
Wall time: 429 µs
********************
********** Número de tareas (y agentes): 3 **********
La solucion final es: [{'s': (1, 0, 2), 'ci': np.int64(81)}]  en  5  iteraciones  para dimension:  3
CPU times: user 311 µs, sys: 0 ns, total: 311 µs
Wall time: 317 µs
********************
********** Número de tareas (y agentes): 4 **********
La solucion final es: [{'s': (1, 0, 3, 2), 'ci': np.int64(112)}]  en  12  iteraciones  para dimension:  4
CPU times: user 392 µs, sys: 0 ns, total: 392 µs
Wall time: 398 µs
********************
********** Número de tareas (y agentes): 5 **********
La solucion final es: [{'s': (4, 1, 3, 2, 0), 'ci': np.int64(87)}]  en  28  iteraciones  para dimension:  5
CPU times: user 881 µs, sys: 0 ns, total: 881 µs
Wall time: 890 µs
********************
********** Número de tareas (y agentes): 6 **********
```

```
La solucion final es: [{'s': (2, 5, 0, 4, 1, 3), 'ci': np.int64(141)}]  en  67  iteraciones  para dimension:  6
CPU times: user 1.61 ms, sys: 975 µs, total: 2.59 ms
Wall time: 3.42 ms
********************
********** Número de tareas (y agentes): 7 **********
La solucion final es: [{'s': (6, 5, 1, 3, 0, 4, 2), 'ci': np.int64(121)}]  en  154  iteraciones  para dimension:  7
CPU times: user 9.23 ms, sys: 971 µs, total: 10.2 ms
Wall time: 10.9 ms
********************
********** Número de tareas (y agentes): 8 **********
La solucion final es: [{'s': (7, 6, 3, 2, 4, 0, 1, 5), 'ci': np.int64(218)}]  en  707  iteraciones  para dimension:  8
CPU times: user 105 ms, sys: 0 ns, total: 105 ms
Wall time: 109 ms
********************
********** Número de tareas (y agentes): 9 **********
La solucion final es: [{'s': (0, 5, 4, 3, 2, 1, 8, 6, 7), 'ci': np.int64(162)}]  en  1452  iteraciones  para dimension:  9
CPU times: user 369 ms, sys: 0 ns, total: 369 ms
Wall time: 388 ms
********************
********** Número de tareas (y agentes): 10 **********
La solucion final es: [{'s': (5, 9, 7, 3, 8, 0, 6, 2, 1, 4), 'ci': np.int64(150)}]  en  2341  iteraciones  para dimension:  10
CPU times: user 932 ms, sys: 644 µs, total: 933 ms
Wall time: 952 ms
********************
********** Número de tareas (y agentes): 11 **********
La solucion final es: [{'s': (1, 8, 9, 4, 0, 10, 6, 3, 5, 2, 7), 'ci': np.int64(88)}]  en  38223  iteraciones  para dimension:
CPU times: user 4min 14s, sys: 181 ms, total: 4min 14s
Wall time: 4min 16s
********************
********** Número de tareas (y agentes): 12 **********
La solucion final es: [{'s': (7, 0, 4, 3, 10, 11, 6, 5, 2, 8, 1, 9), 'ci': np.int64(175)}]  en  109222  iteraciones  para dime
CPU times: user 39min 22s, sys: 1.64 s, total: 39min 23s
Wall time: 39min 44s
********************
```

Interpretación de los resultados

A partir de 10 agentes, el tiempo de ejecución para resolver el problema, se dispara. Tras lanzar varias veces el algoritmo, he podido comprobar que con menos de 10 tareas, suele ser bastante rápido, pero que en algunos casos, tarda unos segundos. Esto tiene sentido ya que depende de cómo vengan los datos, se podrá "podar" más y, por tanto, reducir el número de iteraciones.

Un ejemplo de esta "aleatoriedad" en cuanto a la poda, es que una ejecución con 14 tareas me ha tardado 4min y 58s y, una ejecución para 10 tareas ha tardado 17min y 5s. Este tiempo depende mucho de cómo vengan los datos de forma que pueda hacer podas más fácilmente. Cuanto menos pode, más tardará.

En el ejemplo de más arriba, he lanzado hasta 13 tareas (aunque lo paré cuando estaba ejecutándose con 13 agentes porque llevaba 1h y 35min) y los tiempos son los siguientes:

Dimensión	Iteraciones	Tiempo
2	1	416 µs
3	5	207 µs
4	18	342 µs
5	75	1.36 ms
6	248	8.06 ms
7	156	6.09 ms
8	50	4.51 ms
9	396	43 ms
10	67.021	16min 12s
11	50.256	9min 39s
12	41.800	6min 28s
13		Abortado porque llevaba demasiado tiempo

Como podemos ver, según aumenta el tamaño del problema, tiene a crecer el tiempo de ejecución, pero no siempre es así porque gracias a la poda, en algunos casos con más dimensión se realizan menos iteraciones que en otros casos con menos dimensión.

Descenso del gradiente

```
import math                       #Funciones matematicas
import matplotlib.pyplot as plt  #Generacion de gráficos (otra opcion seaborn)
import numpy as np               #Tratamiento matriz N-dimensionales y otras (fundamental!)
#import scipy as sc

import random
```

Vamos a buscar el minimo de la funcion paraboloide :

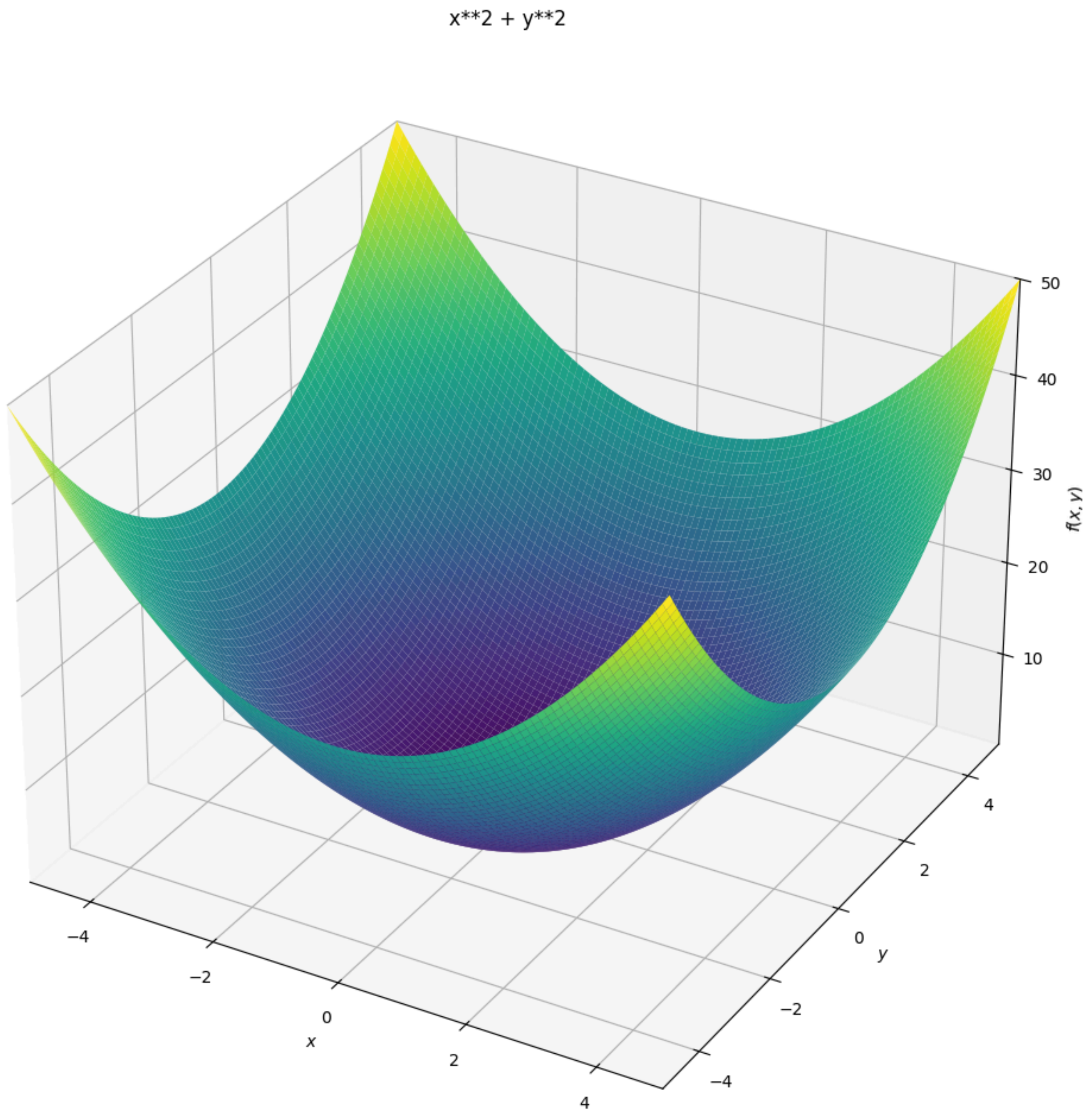
$$f(x) = x^2 + y^2$$

Obviamente se encuentra en (x,y)=(0,0) pero probaremos como llegamos a él a través del descenso del gradiante.

```
#Definimos la funcion
#Paraboloide
f  = lambda X:      X[0]**2 + X[1]**2    #Funcion
df = lambda X: [2*X[0] , 2*X[1]]         #Gradiente

df([1,2])
```

```
[2, 4]
```

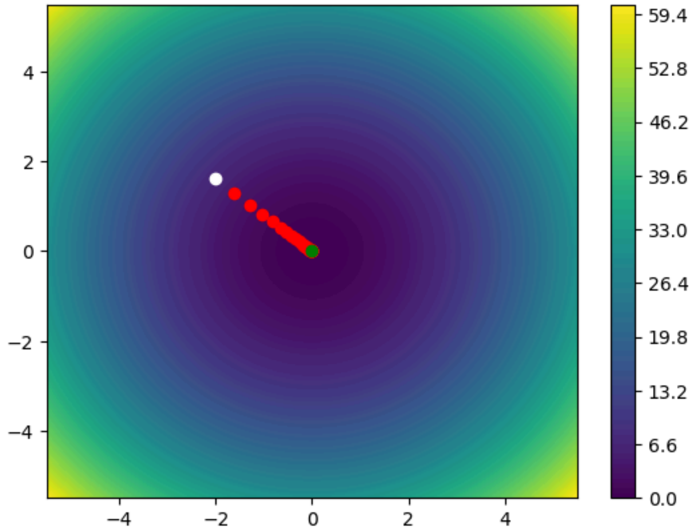
```
from sympy import symbols
from sympy.plotting import plot
from sympy.plotting import plot3d
x,y = symbols('x y')
plot3d(x**2 + y**2,
       (x,-5,5),(y,-5,5),
       title='x**2 + y**2',
       size=(10,10))
```




```
<sympy.plotting.backends.matplotlibbackend.matplotlib.MatplotlibBackend at 0x7ff8bb1d2960>
```

```
#Prepara los datos para dibujar mapa de niveles de Z
resolucion = 100
rango=5.5

X=np.linspace(-rango,rango,resolucion)
Y=np.linspace(-rango,rango,resolucion)
Z=np.zeros((resolucion,resolucion))
for ix,x in enumerate(X):
  for iy,y in enumerate(Y):
    Z[iy,ix] = f([x,y])
```

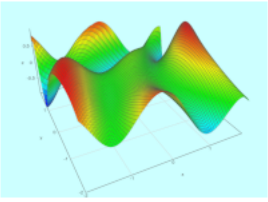
```
#Pinta el mapa de niveles de Z
plt.contourf(X,Y,Z,resolucion)
plt.colorbar()

#Generamos un punto aleatorio inicial y pintamos de blanco
P=[random.uniform(-5,5  ),random.uniform(-5,5 ) ]
plt.plot(P[0],P[1],"o",c="white")

#Tasa de aprendizaje. Fija. Sería más efectivo reducirlo a medida que nos acercamos.
TA=.1

#Iteraciones:50
for _ in range(50):
  grad = df(P)
  #print(P,grad)
  P[0],P[1] = P[0] - TA*grad[0] , P[1] - TA*grad[1]
  plt.plot(P[0],P[1],"o",c="red")

#Dibujamos el punto final y pintamos de verde
plt.plot(P[0],P[1],"o",c="green")
plt.show()
print("Solucion:" , P , f(P))
```




```
Solucion: [-2.8840720810757607e-05, 2.3034880094184203e-05] 1.3623928778375105e-09
```

¿Te atreves a optimizar la función?:

$$f(x) = sin(1/2 * x^2 - 1/4 * y^2 + 3) * cos(2 * x + 1 - e^y)$$

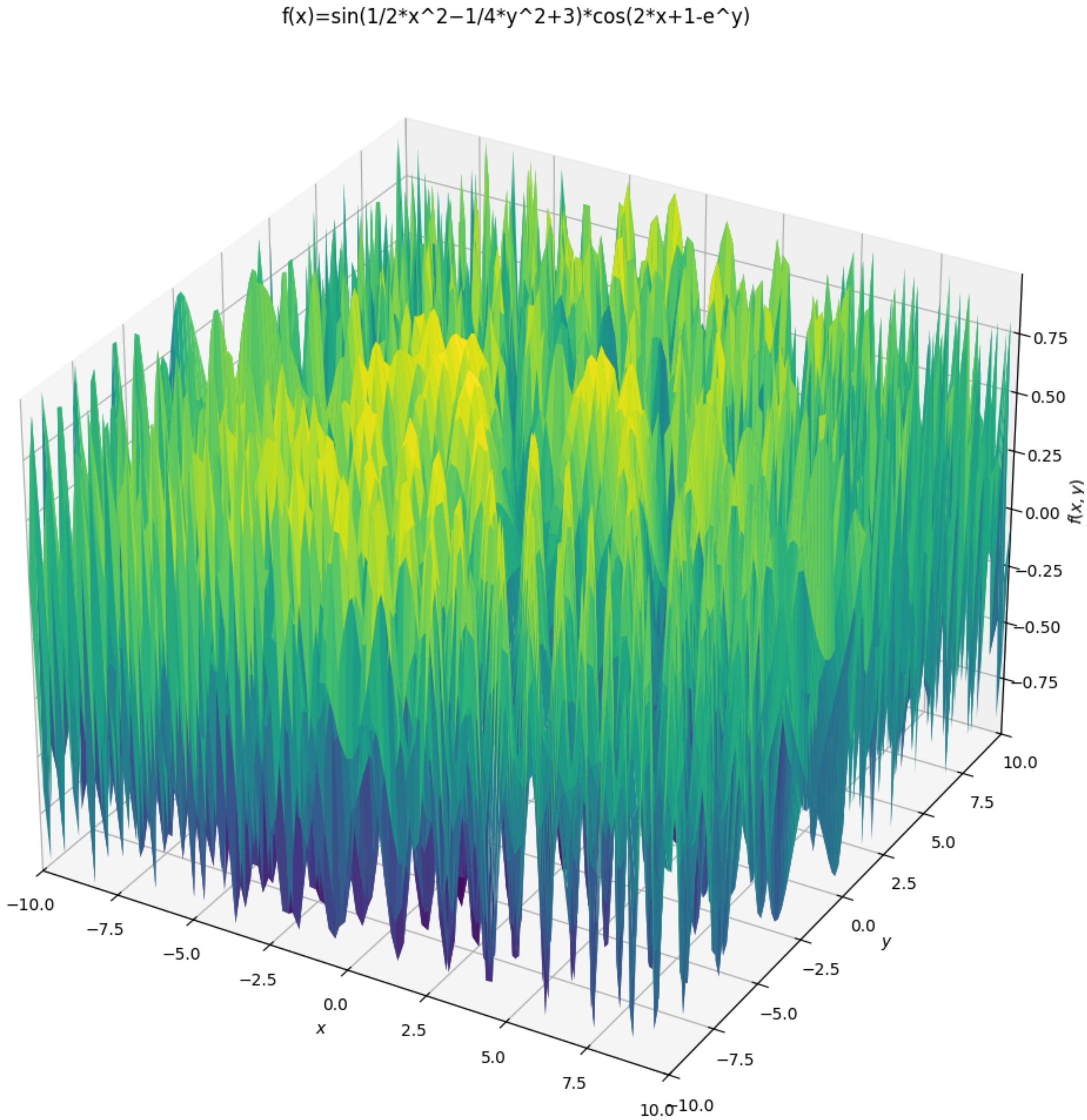


```
import sympy as sp
import math

from sympy import symbols
from sympy.plotting import plot
from sympy.plotting import plot3d
```

```
x = sp.symbols('x')
y = sp.symbols('y')

# definimos la función con sympy para calcular la derivada más fácilmente
f = sp.sin( sp.Rational(1,2)*x**2 - sp.Rational(1,4)*y**2 + 3 ) * sp.cos( 2*x + 1 - sp.exp(y) )

# calculamos las derivadas con rexpecto a x y respecto a y (gradiente)
df_dx = sp.diff(f, x)
df_dy = sp.diff(f, y)

grad_f = sp.Matrix([df_dx, df_dy])

# mostramos el gradiente
print(grad_f)
```

```
Matrix([[x*cos(2*x - exp(y) + 1)*cos(x**2/2 - y**2/4 + 3) - 2*sin(2*x - exp(y) + 1)*sin(x**2/2 - y**2/4 + 3)], [-y*cos(2*x - e
```

```
# mostramos la función
plot3d(f,
       (x,-10,10),(y,-10,10),
       title='f(x)=sin(1/2*x^2-1/4*y^2+3)*cos(2*x+1-e^y)',
       size=(10,10))
```




```
<sympy.plotting.backends.matplotlibbackend.matplotlib.MatplotlibBackend at 0x7ff8b9107b00>
```

Empieza a programar o a crear código con IA.