6. tétel

Determinisztikus modellezés

Diszkrét - folytonos transzformáció

- Ismert gerjesztés és válasz mintavételezett sorozata alapján: Z-transzformáltak hányadosa

Mintavételi idő megválasztása:

Pl. egytárolós esetben $W(z) = \dfrac{b_1 z^{-1}}{1 - a_1 z^{-1}}$

$a_1 = e^{-\frac{h}{T}}$ (h a mintav.-idő)

$h \to 0$ esetén $a_1 \to 1$ (0,999...)

Numerikusan pontatlan lesz

Holtidő kezelése:

- Ha $T_h = d \cdot h$, akkor megjelenik egy z^{-d} szorzó
- Ha van tört holtidő is: $T_h = d \cdot h + \tau$ akkor lesz +1 zérus

Determinisztikus rendszer realizálása:

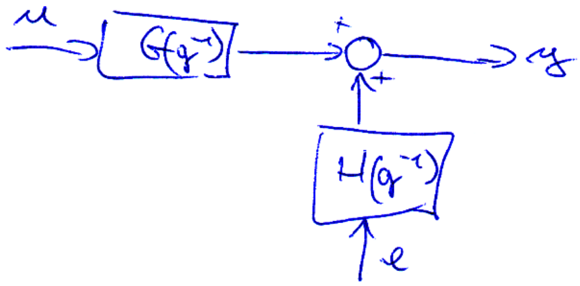
$$x_{k+1} = \underline{\underline{A}}\, \underline{x}_k + \underline{b}\, u_k$$

$$y_k = \underline{c}^T \underline{x}_k + d\, u_k$$

$$y_k = \Big(\underbrace{\underline{c}^T (\underline{\underline{I}} q - \underline{\underline{A}})^{-1} \underline{b} + d}_{\frac{B(q)}{A(q)}}\Big) u_k$$

$A(q) = \det(\underline{\underline{I}} q - \underline{\underline{A}})$

Sztochasztikus rendszerek modellezése:



$$y_t = G(q^{-1},\vartheta)\, u_t + H(q^{-1},\vartheta)\, e_t$$

$g_0 = 0$ $\qquad$ $h_0 = 1$

Ideális prediktor: $\quad y_t = \hat{y}_t + e_t \quad \Rightarrow \quad e_t = \dfrac{y_t - G u_t}{H}$

$$\hat{y}_t = y_t - \frac{y_t - G u_t}{H}$$

$$\boxed{\hat{y}_t = \frac{G}{H} u_t + \frac{H-1}{H} y_t}$$

$$\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t(\vartheta)$$

$$V = \sum_{t=1}^{N} \beta(N,t)\, \alpha\big(L(q)\, \varepsilon_t\big) \rightarrow \min$$

α: távolság függvény

β: súlyozás

$L(q)$: szűrő

Sztochasztikus modellek:

ARX: $A(q)\,y_t = B(q)\,u_t + e_t$

$$y_t = \underbrace{\frac{B(q)}{A(q)}}_{G} u_t + \underbrace{\frac{1}{A(q)}}_{H} e_t$$

autoregressive

$$A(q) = a_0 + \overbrace{a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \ldots}^{\tilde{A}(q)}$$

$$B(q) = b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \ldots \qquad a_0 = 1$$

$$\hat{y}_t = B(q)\,u_t - \tilde{A}(q)\,y_t$$

„bemenet"

paraméterekben lineáris

ARMAX: $A(q)\,y_t = B(q)\,u_t + C(q)\,e_t$

$$C(q) = 1 + c_1 q^{-1} + c_2 q^{-2} + \ldots$$

$$y_t = \underbrace{\frac{B}{A}}_{G} u_t + \underbrace{\frac{C}{A}}_{H} e_t$$

$$\hat{y}_t = \frac{G}{H} u_t + \frac{H-1}{H} y_t = \frac{B}{C} u_t + \frac{C-A}{C} y_t$$

$$C\hat{y}_t = Bu_t + \underbrace{(C-A)}_{=\tilde{C}-\tilde{A}} y_t$$

$$\hat{y}_t = Bu_t + (\tilde{C}-\tilde{A})\,y_t - \tilde{C}\hat{y}_t$$

kezdőérték-probléma

ARARX:

$$A(q)\, y_t = B(q)\, u_t + \frac{1}{D(q)} e_t$$

$$y_t = \underbrace{\frac{B}{A}}_{G} u_t + \underbrace{\frac{1}{DA}}_{H} e_t$$

$$\hat{y}_t = \frac{G}{H} u_t + \frac{H-1}{H} y_t = \frac{B/A}{1/DA} u_t + \frac{\frac{1}{DA}-1}{\frac{1}{DA}} y_t$$

$$\hat{y}_t = BD\, u_t + (1 - AD)\, y_t$$

OE: $$y_t = \underbrace{\frac{B(q)}{F(q)}}_{G} u_t + \underbrace{e_t}_{H=1} \rightarrow \hat{y}_t = \frac{B}{F} \cdot u_t$$

BJ: $$y_t = \frac{B(q)}{F(q)} u_t + \frac{C(q)}{D(q)} e_t$$

GBJ: $$A(q)\, y_t = \frac{B(q)}{F(q)} u_t + \frac{C(q)}{D(q)} e_t$$

Sztochasztikus realizációelmélet:

$$\left.\begin{aligned} x_{t+1} &= A x_t + w_t \\ y_t &= C x_t + v_t \end{aligned}\right\}$$

Kérdés: y_t ismeretében mit lehet mondani w_t és v_t paramétereiről?

Akkor megoldható, ha feltesszük, hogy

$$v_t = e_t$$
$$w_t = K e_t$$