Kolokwium z Matematyki Stosowanej ze Statystyką 2 (Laboratorium)

1. Wykorzystując zapis macierzowy rozwiązać układ równań oraz obliczyć wyznacznik macierzy układu równań: [3]

$$\begin{cases} 4x - 13y - 16z + 9t = 790 \\ -20x + 14y - 19z - 19t = 133 \\ -15x + 17y + 11z - 3t = -319 \\ 17x - 19y + 2z + 10t = 144 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -13 \\ y = -5 \\ z = -30 \\ t = 33 \end{cases} \qquad \det(A) = 24024$$

ZADANIE 1 → takie samo jak zadanie 3 z Laboratorium 1

#ZADANIE 3---
M=matrix(c(2,3,1,4,4,-2,3,-3,-3,8,2,-5,1,-11,5,-3),4,4) W=matrix(c(71,-20,26,49),4,1) solve(M,W)

Uwaga jak się zapisuje (kolumnami, a nie wierszami)

2. Obliczyć, ile jest liczb podzielnych przez 19, przez 3 oraz przez 19 i przez 3 wśród czwartych potęg wielokrotności liczby 3 od 9 do 567.

Ilość liczb podzielnych przez

19	3	19 i 3

ZADANIE 2 → nie zrobiłam niestety i nie było na zajęciach

3. Rzucamy jednocześnie trzema monetami aż wypadną 3 orły. Obliczyć prawdopodobieństwo, że będziemy musieli rzucać
(a) 5 razy,
(b) nie więcej niż 5 razy.

	Instrukcja w R	Wynik
(a)	pgeom(4, 1/8)	0.4871
(b)	pgeom(5, 1/8, lower.tail=F)	0.4488

ZADANIE 3 → podobne do zadania 6 i zadania 8a z Laboratorium 2

#ZADANIE 6---
#prawdopodobienstwo to 1/8, bo mamy jedna sytuacje, gdy sa 3 orły i 8 możliwych kombinacji 2^3 #ilosc porażek to 4, bo więcej niż 5 razy 1-pgeom(4,1/8) #bo interesują nas od 5 porażek wzwyż #lub pgeom(4,1/8,0)

#ZADANIE 8---
#podpunkt a - w trzecim rzucie #6*6=36, 55,56,65,55 - 4/36=1/9 dgeom(2,1/9)

4. Firma produkująca piłki do squasha ocenia szansę na wyprodukowanie piłki wadliwej na poziomie 0.9 %. Przy kontroli jakości produkcji wylosowano 1020 sztuk piłek. Obliczyć prawdopodobieństwo znalezienia
(a) 6 piłek wadliwych,
(b) mniej niż 12 piłek wadliwych.
W obu punktach obliczyć także przybliżenie rozkładem Poissona.

wadliwość = 0.009
size = 1020

	Instrukcja w R	Wynik
(a)	dbinom(6, size=1020, prob=0.009)	0.0855...
Poisson	dpois(6, lambda=0.009·1020)	0.0857
(b)	sum(dpois(0:11, lambda=0.009·1020))	0.7852
Poisson	pbinom(11, size=1020, prob=0.009)	0.7880...

ZADANIE 4 → podobne do zadania 4 i 5 z Laboratorium 2

#ZADANIE 4---
#podpunt a - dokładnie trzech elementów (rozkład dwumianowy) dbinom(3,300,0.002) #podpunkt b - nie więcej niż trzech elementów (rozkład dwumianowy) pbinom(3,300,0.002) #zsumuje nam, czyli krótko

mówiąc polaczenie funkcji dbinom i sum(dbinom) #podpunkt a zapisany w rozkładzie Poissona dpois(3,300*0.002) #podpunkt b zapisany w rozkładzie Poissona ppois(3,300*0.002)

#ZADANIE 5---

#(dwie wersje, obie poprawne) #P(X>3) = 0.2210252 sum(dbinom(4:600,600,0.004)) # 1-F(3) = 1-P(X<=3) 1-pbinom(3,600,0.004) #lub pbinom(3,600,0.004,lower.tail=F) #lub pbinom(3,600,0.004,0)

5. Zmienna X ma rozkład normalny $N(67,12)$. Obliczyć prawdopodobieństwo

(a) $P(|4X-31| \geqslant 143)$

(b) $P(|X-12| < 41)$

	Instrukcja w R	Wynik
(a)	pnorm(-28,67,12) + pnorm(43.5,67,12,lower.tail=F)	0.9749
(b)	pnorm(53,67,12) − pnorm(-29,67,12)	0.1217

ZADANIE 5 → takie samo jak zadanie 2 z Laboratorium 3

#ZADANIE 2---
#N(3,6) #a) P(X4) 1-pnorm(4,3,6) # 1-F(4) = 0.4338162 #c) P(-1<X<=1) pnorm(1,3,6)-pnorm(-1,3,6) #P(-1<X<=1)=F(1)-F(-1)= 0.1169488 #d) P(|X-4|<=0.5) pnorm(4.5,3,6)-pnorm(3.5,3,6) # P(4-0.5<=X<=4+0.5) #F(4.5)-F(3.5) = 0.06549957 #e) P(|3X-8|

6. Obliczyć kwantyle

(a) $u(0.98) =$ ....

(b) $t(0.08, 3) =$ ....

(c) $\chi^2(0.17, 68) =$ ....

(d) $F(0.76, 43, 77) =$ ....

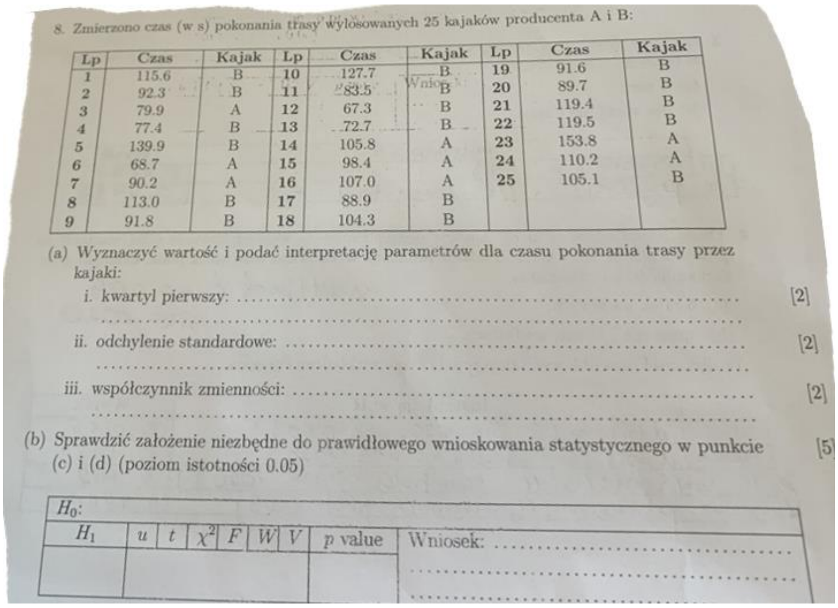
ZADANIE 6 → takie samo jak zadanie 1 z Laboratorium 3

#ZADANIE 1 (na kolokwium)--- #a) kwantyl rozkładu normalnego qnorm(0.98) #odp. 2.053749 #b) kwantyl rozkładu t Studenta qt(0.95,18) #odp. 1.734064 #c) kwantyl rozkładu chi kwadrat qchisq(0.975,23) #odp. 38.07563 #d) kwantyl rozkładu Fishera qf(0.99,5,24) #odp. 3.89507

7. Średnie zużycie energii przez samochód elektryczny pewnej marki kształtuje się na poziomie 11.4 kWh na 100 km, a przeciętne odchylenie od tej średniej wynosi 0.7 kWh. Zakładając normalny rozkład zużycia energii obliczyć w ilu samochodach na 119 wylosowanych zużycie energii nie przekroczy 10.3 kWh na 100 km.

Instrukcja w R	Wynik

ZADANIE 7 → nie kojarzę takiego zadania, a jak było podobne to nie zrobiłam xdd



8. Zmierzono czas (w s) pokonania trasy wylosowanych 25 kajaków producenta A i B:

Lp	Czas	Kajak	Lp	Czas	Kajak	Lp	Czas	Kajak
1	115.6	B	10	127.7	B	19	91.6	B
2	92.3	B	11	83.5	B	20	89.7	B
3	79.9	A	12	67.3	B	21	119.4	B
4	77.4	B	13	72.7	B	22	119.5	B
5	139.9	B	14	105.8	A	23	153.8	A
6	68.7	A	15	98.4	A	24	110.2	A
7	90.2	A	16	107.0	A	25	105.1	B
8	113.0	B	17	88.9	B			
9	91.8	B	18	104.3	B			

(a) Wyznaczyć wartość i podać interpretację parametrów dla czasu pokonania trasy przez kajaki:

i. kwartyl pierwszy: .... [2]

ii. odchylenie standardowe: .... [2]

iii. współczynnik zmienności: .... [2]

(b) Sprawdzić założenie niezbędne do prawidłowego wnioskowania statystycznego w punkcie (c) i (d) (poziom istotności 0.05) [5]

H_0:								
H_1	u	t	χ^2	F	W	V	p value	Wniosek: ....

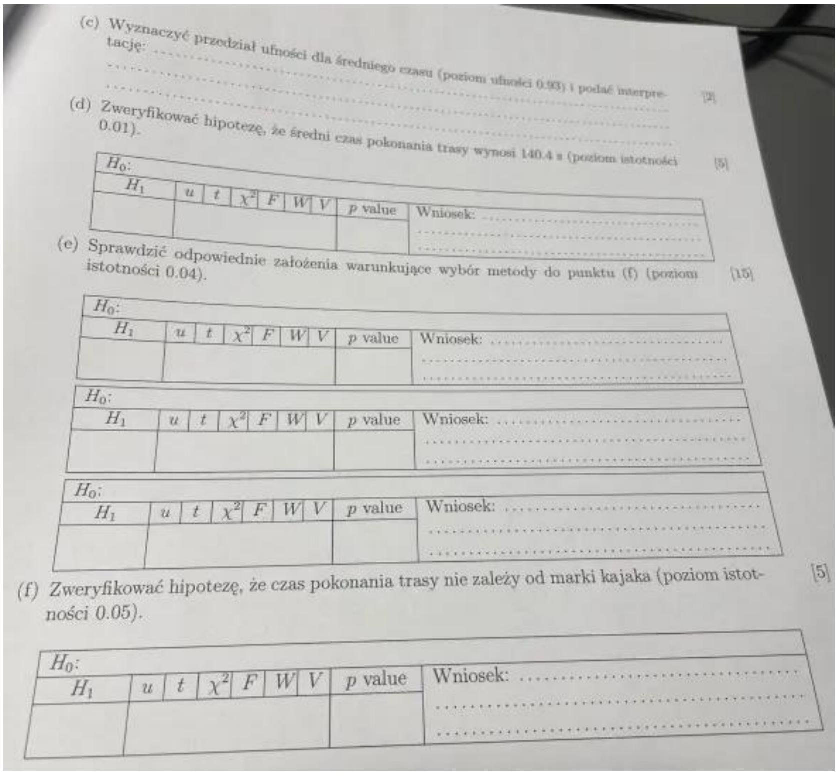
ZADANIE 8 → zlepek zadań

Zrobienie tabelki i dobre przepisanie!

a) Laboratorium 5 – zadanie 1 (napisanie funkcji) i zadanie 2 (użycie funkcji)
Najważniejsze, żeby odpalić sobie laboratorium 5, w której stworzyliśmy funkcję parametry.opisowe, (parametry.opisowe(Tabelka$Czas) i potem odpowiednią daną wypisać

kwartyl.1 - waga 25% mężczyzn nie przekracza 64.75 kg
odchylenie.standardowe - przeciętne odchylenie wagi mężczyzn od średniej wynosi 12.31 kg
wspolczynnik.zmiennosci - odchylenie standardowe wagi mężczyzn stanowi 16.63 % średniej

b) Zadanie 2 z Laboratorium 6, czyli sprawdzenie założenia o normalności układu
#b) na poziomie istotności 0.05 sprawdzić założenie o normalności rozkładu #testem ShapiroWilka (użyć shapiro.test); #-- # Struktura testu w skrypcie: # Hipoteza zerowa H0: rozkład wzrostu mężczyzn w pop.gen jest normalny # Hipoteza alternatywna H1: ~H0 (lub pełnym zdaniem) shapiro.test(Ankieta.M$Wzrost) # Statystyka testowa: W = 0.98665 # p-value = 0.44 # Wniosek: alfa = 0.05 < p, więc nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H0, # tzn. na poziomie istotności 0.05 różnice między rozkładem normalnym # a rozkładem empirycznym nie są statystycznie istotne #--



(c) Wyznaczyć przedział ufności dla średniego czasu (poziom ufności 0.93) i podać interpretację: [2]

(d) Zweryfikować hipotezę, że średni czas pokonania trasy wynosi 140.4 s (poziom istotności 0.01). [5]

H_0:								
H_1	u	t	χ^2	F	W	V	p value	Wniosek:

(e) Sprawdzić odpowiednie założenia warunkujące wybór metody do punktu (f) (poziom istotności 0.04). [15]

H_0:								
H_1	u	t	χ^2	F	W	V	p value	Wniosek:

H_0:								
H_1	u	t	χ^2	F	W	V	p value	Wniosek:

H_0:								
H_1	u	t	χ^2	F	W	V	p value	Wniosek:

(f) Zweryfikować hipotezę, że czas pokonania trasy nie zależy od marki kajaka (poziom istotności 0.05). [5]

H_0:								
H_1	u	t	χ^2	F	W	V	p value	Wniosek:

c) Zadanie 2b z Laboratorium 7

#b) wyznaczyć przedział ufności dla średniej wagi w populacji generalnej (poziom ufności 0.96); t.test(Ankieta.M$Waga, conf.level=0.96) # Przedział liczbowy (71.39718, 76.62991) z prawdopodobieństwem 0.96 # obejmuje prawdziwą nieznaną średnią wagę mężczyzn w pop.gen

d) Zadanie 2d z Laboratorium 7

#d) na poziomie istotności 0.05 zweryfikować hipotezę, że średnia waga w populacji generalnej wynosi 77 kg. # Test dla średniej # Prawdziwą nieznaną średnią w populacji generalnej oznaczamy literą m # H0: m = 77 # H1: m ≠ 77 lub H1: m != 77 lub H1: m =/= 77 lub H1: ~H0 t.test(Ankieta.M$Waga, mu=77, alternative="two.sided") t.test(Ankieta.M$Waga, mu=77) # alternatywa # Statystyka testowa: t = -2.3769 # p-value = 0.01946 # Wniosek: alfa = 0.05 >= p, więc odrzucamy hipotezę H0 na korzyść hipotezy alternatywnej, # tzn. na poziomie istotności 0.05 prawdziwa średnia waga mężczyzn w pop.gen # różni się istotnie od 77 kg

e) Zadanie 1ab z Laboratorium 8

#ZADANIE 1. Używając zmiennej Waga porównać grupę kobiet i mężczyzn w populacji generalnej #a) na poziomie istotności 0.01 sprawdzić założenie o normalności rozkładu w obu grupach testem Shapiro-Wilka; # Testy zgodności Shapiro-Wilka #by (zmienna mierzalna, zmienna grupująca, shapiro.test) - dzięki temu nie musimy przeprowadzać całej analizy z hipotezami itp. by(Ankieta$Waga, Ankieta$Płeć, shapiro.test) # Mężczyźni - patrz Lab_7 Zad2a # Kobiety # H0: waga w grupie kobiet w pop. generalnej ma rozklad normalny # H1: ~H0 shapiro.test(Ankieta.K$Waga) # Statystyka testowa: W=0.95917 # p-value = 0.4221 # Wniosek: alfa=0.01< p, więc nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H0, # tzn. na poziomie istotności 0.05 w pop.gen wariancje wag dla obu płci # nie różnią się istotnie (wariancje są jednorodne)

f) Zadanie 1c z Laboratorium 8

#c) na poziomie istotności 0.05 zweryfikować testem Studenta hipotezę, że średnia wagi w populacji generalnej jest niższa w grupie kobiet (w przypadku jednorodnych wariancji wyłączyć poprawkę Welcha: var.equal = TRUE). # Test dla dwóch średnich # H0: m.K = m.M # H1: m.K < m.M t.test(Ankieta$Waga~Ankieta$Płeć, alternative = "less", var.equal = TRUE) #tutaj zadziałała kolejność alfabetyczna i 1. Kobiety i 2. Mężczyźni, dlatego less będzie poprawne - uważać # Statystyka testowa: t

= -5.5803 # p-value = 7.77e-08 # Wniosek: alfa = 0.05 >= p, więc odrzucamy hipotezę H0 na korzyść hipotezy alternatywnej, # tzn. na poziomie istotności 0.05 w pop.gen średnia wagi w grupie kobiet # jest istotnie mniejsza niż średnia wagi w grupie mężczyzn