

---

ANOTAR ESTE CÓDIGO EN LA HOJA DE RESPUESTAS: →→→ hwtsq ←←←

---

**EXAMEN FINAL: FUNDAMENTOS DE PROCESAMIENTO DE IMÁGENES**

**FECHA: 05 DE DICIEMBRE DE 2024, Escuela de Ingeniería, Universidad Católica de Chile**

**B. PREGUNTAS DE DESARROLLO**

---

**b01** (20 puntos) Se tiene una señal de entrada ( $x$ ) que es una sinusoides pura de 2kHz en el dominio del tiempo. Esta señal es muestreada a una frecuencia de 3kHz resultando una señal  $y$ . Para reconstruir la señal original se utiliza un filtro ideal de 3.5kHz resultando la señal  $x'$ .

- a) Dibuje el espectro (de -10kHz 10kHz) de la señal de entrada  $x$
- b) Dibuje el espectro (de -10kHz 10kHz) de la señal muestreada  $y$
- c) Dibuje el espectro (de -10kHz 10kHz) de la señal reconstruida  $x'$
- d) Cómo es la señal  $x'$  en el tiempo? (exprese la señal matemáticamente como  $x'(t)$ , o con un dibujo en el dominio del tiempo, o con palabras)

---

**b02** (20 puntos) En un problema de restauración de imágenes de **movimiento vertical** uniforme de  $n$  pixeles, se tiene una imagen original  $\mathbf{F}$  de  $M \times P$  pixeles, una imagen degradada  $\mathbf{G}$  de  $N \times Q$  pixeles. Se desea a partir de la columna  $j$  de  $\mathbf{G}$  (que llamaremos el vector  $\mathbf{g}$ ), estimar la fila de  $j$  de  $\mathbf{F}$  (que llamaremos  $\hat{\mathbf{f}}$ ).

- a) Para  $M=P=256$  y  $n=7$ , encuentre los valores de  $N$  y  $Q$ .

$$N = \dots \quad Q = \dots$$

- b) Encuentre la matriz  $\mathbf{H}$ , de tal forma que  $\mathbf{H}\mathbf{f} = \mathbf{g}$ .

$$\mathbf{H} = \dots$$

- c) Plantee la solución para estimar  $\hat{\mathbf{f}}$  usando multiplicadores de Lagrange, con el criterio de regularización general  $\|\mathbf{W}\mathbf{f}\|^2 \rightarrow \min$ .

$$\hat{\mathbf{f}} = \dots$$

- d) Con la solución anterior, plantee la solución para  $\hat{\mathbf{f}}$ , usando el criterio MINIO

$$\mathbf{W} = \dots$$

$$\hat{\mathbf{f}} = \dots$$

- e) Con la solución anterior, plante la solución para  $\hat{\mathbf{F}}$ , la imagen restaurada.

$$\hat{\mathbf{F}} = \dots$$

---

**ANOTAR ESTE CÓDIGO EN LA HOJA DE RESPUESTAS:** →→→ hwtsq ←←←

---

**B03** (20 puntos) Para una imagen de 5 x 6 pixeles, calcule la imagen de salida utilizando

0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3

- a) (3 puntos) Filtro pasa bajos con máscara promedio de 3x3
- b) (3 puntos) Filtro pasa altos usando resultado de a)
- c) (3 puntos) Filtro mediana de 3x3
- d) (3 puntos) Filtro con máscara  $(-1,0,1)$
- e) (3 puntos) Filtro con máscara  $(-1,0,1)^T$
- f) (5 puntos) Ecualización uniforme forzada considerando 6 tonos de gris  $(0,1,2,3,4,5)$

**Importante:** El tamaño de las imágenes de salida debe ser del mismo que el de la imagen de entrada. Si la máscara no cubre el 100% de los pixeles en la imagen de entrada, defina el valor de salida como cero.

**B04** (15 puntos) Para una imagen de 5 x 5 pixeles, calcule la imagen de salida utilizando

0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0

- a) (2 puntos) Erosión con máscara de 3x3
- b) (2 puntos) Dilatación con máscara de 3x3
- c) (3 puntos) Cierre con máscara de 3x3
- d) (3 puntos) Apertura con máscara de 3x3

**Importante:** El tamaño de las imágenes de salida debe ser del mismo que el de la imagen de entrada. Si la máscara no cubre el 100% de los pixeles en la imagen de entrada, defina el valor de salida como cero.