

B. PREGUNTAS DE DESARROLLO

B1) (20 puntos) Se tiene la función

$$f_a(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{if } |x| < a \text{ and } |y| < a \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

Calcule la Transformada de Fourier de

- a) $f_1(x, y)$
- b) $f_2(x, y)$
- c) $f_1(x, y) + f_2(x, y)$

B2) (25 puntos) En un problema de restauración de imágenes de movimiento horizontal uniforme de $n=5$ pixeles, se tiene una imagen original \mathbf{F} de $M=100$ columnas, una imagen degradada \mathbf{G} de $N=96$ columnas. Se desea a partir de la fila i de \mathbf{G} (que llamaremos el vector \mathbf{g}) de N elementos, estimar la fila de i de \mathbf{F} (que llamaremos \mathbf{f}^*) de M elementos. Plantee la solución, usando multiplicadores de Lagrange, para estimar \mathbf{f}^* usando el criterio

$$\|\mathbf{f}^+ - \mathbf{g}\| \rightarrow \min$$

donde \mathbf{f}^+ corresponde a un vector de N elementos extraídos de \mathbf{f} empezando por el segundo elemento, es decir:

$$\mathbf{f}^+ = (f_2, f_3, \dots, f_N, f_{N+1})$$

B3) (20 puntos) Para una imagen de 5×5 pixeles, calcule la imagen de salida utilizando

0	0	4	4	4
0	0	4	4	4
0	0	4	4	4
0	0	4	4	4
0	0	4	4	4

- a) (3 puntos) Filtro pasa bajos con máscara promedio de 3×3
- b) (3 puntos) Filtro pasa altos usando resultado de a)
- c) (3 puntos) Filtro mediana de 3×3
- d) (3 puntos) Filtro con máscara $(-1, 0, 1)$
- e) (3 puntos) Filtro con máscara $(-1, 0, 1)^T$
- f) (5 puntos) Ecualización uniforme forzada considerando 5 tonos de gris $(0, \dots, 4)$

Importante: El tamaño de las imágenes de salida debe ser del mismo que el de la imagen de entrada. Si la máscara no cubre el 100% de los pixeles en la imagen de entrada, defina el valor de salida como cero.

B4) (10 puntos) Para una imagen de 5×5 pixeles, calcule la imagen de salida utilizando

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	1	1	1	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

- a) (2 puntos) Erosión con máscara de 3×3
- b) (2 puntos) Dilatación con máscara de 3×3
- c) (3 puntos) Cierre con máscara de 3×3
- d) (3 puntos) Apertura con máscara de 3×3

Importante: El tamaño de las imágenes de salida debe ser del mismo que el de la imagen de entrada. Si la máscara no cubre el 100% de los pixeles en la imagen de entrada, defina el valor de salida como cero.