HOMOGRAFÍAS (resuelva en grupos de 2-3 personas, se sube a Canvas de manera individual, no tiene nota, pero dentro de las mejores respuestas se rifa un premio)

1. Demuestre que usando una transformación proyectiva 2D (homografía), una línea recta es transformada como una línea recta.

$$\lambda \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$ (ecuación de una homografía)

Para la demostración: en el espacio (x,y) defina tres puntos $\mathbf{m}_1$, $\mathbf{m}_2$, $\mathbf{m}_3$ que pertenecen a una recta $\mathbf{l}$. Compruebe que la transformación homográfica de estos tres puntos pertenecen a una recta $\mathbf{l}'$ en el espacio (x',y'). Ver planteamiento en página 24 de los Apuntes de Visión por Computador.

2. De la ecuación de la pregunta anterior demuestre que:

$$x' = \frac{x_1'}{x_3'} = \frac{h_{11}x + h_{12}y + h_{13}}{h_{31}x + h_{32}y + h_{33}} \qquad y' = \frac{x_2'}{x_3'} = \frac{h_{21}x + h_{22}y + h_{23}}{h_{31}x + h_{32}y + h_{33}}$$

3. De la ecuación anterior, asumiendo $h_{33}=1$, demuestre que:

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 & 0 & 0 & 0 & -x'x & -x'y \\ 0 & 0 & 0 & x & y & 1 & -y'x & -y'y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11} \\ h_{12} \\ h_{13} \\ h_{21} \\ h_{22} \\ h_{23} \\ h_{31} \\ h_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$$

4. A partir de la correspondencia entre cuatro puntos $\mathbf{m}_1$, … $\mathbf{m}_4$ en el espacio (x,y) con cuatro puntos $\mathbf{m'}_1$, … $\mathbf{m'}_4$ en el espacio (x',y'), escriba un sistema de 8 ecuaciones y 8 incógnitas (h_{11}, h_{12}, … h_{32}). Asuma que $\mathbf{m}_i = (x_i,y_i)$, $\mathbf{m'}_i = (x'_i,y'_i)$, con i=1,…4. Para el planteamiento debe usar la ecuación anterior cuatro veces.