1) Xét tập $W \subset$ space vector V

W là subspace of V

$\Leftrightarrow$ W đóng kín với phép $+, \times$

$x, y \in W \Rightarrow x+y \in W$

$x \in W \Rightarrow kx \in W$

$\Leftrightarrow$ $x, y \in W$ thì $kx + hy \in W$

Ex: Check W is a subspace?

a) $W = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & a \\ b & 1 \end{pmatrix} \right\} \subset M_{2\times 2}$

- Lấy 2 ma trận bất kỳ $\in W$

$m_1 = \begin{pmatrix} 0 & a_1 \\ b_1 & 0 \end{pmatrix}$, $m_2 = \begin{pmatrix} 0 & a_2 \\ b_2 & 1 \end{pmatrix}$

* $km_1 + hm_2 = k\begin{pmatrix} 0 & a_1 \\ b_1 & 1 \end{pmatrix} + h\begin{pmatrix} 0 & a_2 \\ b_2 & 1 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 0 & ka_1 + ha_2 \\ kb_1 + hb_2 & k+h \end{pmatrix}$

Muốn $\in W$ thì các ptử trong đg chéo chính phải giống nhau

$\Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \cdot & \cdot \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 & \cdot \\ \cdot & k+h \end{pmatrix}$

Vì $k + h \neq 1 \Rightarrow$ W is not a subspace

b) $W = \{ a + bx + cx^2 \mid a + b - c = 0 \} \subset P_2$

$P_1 = a_1 + b_1 x + c_1 x^2 \Rightarrow a_1 + b_1 - c_1 = 0$

$P_2 = a_2 + b_2 x + c_2 x^2 \quad a_2 + b_2 - c_2 = 0$

* $kP_1 + hP_2 = k(a_1 + b_1 x + c_1 x^2) + h(a_2 + b_2 x + c_2 x^2)$

$= (ka_1 + ha_2) + (kb_1 + hb_2) x + (kc_1 + hc_2) x^2$

* Có $(ka_1 + ha_2) + (kb_1 + hb_2) - (kc_1 + hc_2)$

$= k(a_1 + b_1 - c_1) + h(a_2 + b_2 - c_2)$

$= 0 + 0 = 0$

$\Rightarrow$ W is subspace of P_2

2. Tìm basis, dim of subspace: