Zadanie 14

Napisz program obliczający, ile różnych podzbiorów k-elementowych można utworzyć ze zbioru n elementów, czyli liczymy:

$$m = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Program napisz w dwóch wersjach:

- bez użycia funkcji;
- z użyciem dwóch funkcji: na obliczenie silni oraz obliczenie wyniku.

Zadanie 15

Napisz program na obliczenie pierwiastka funkcji f(x) w przedziale <a, b> metodą bisekcji, gdzie:

$$f(x) = e^{-1,5x} - 0,3x^2,$$

a = 0;

b = 1;

Pierwiastek należy obliczyć z dokładnością ε.

Program napisz w dwóch wersjach:

- bez użycia funkcji;
- z użyciem dwóch funkcji: na obliczenie wartości funkcji *f(x)* oraz funkcji poszukującej pierwiastek metodą bisekcji.

Dokładność ε należy wczytać z klawiatury. Oblicz i wyświetl również liczbę iteracji.

Dane testowe: ε =1e-7 .

Wynik: pierwiastek = 0,917481; liczba iteracji: 24

Metoda bisekcji (połowienia)

- Nie zawsze w prosty sposób można znaleźć miejsce zerowe funkcji w danym przedziale. Korzystamy wówczas z metod numerycznych, które przybliżają to miejsce zerowe z zadaną dokładnością (np. trzech miejsc po przecinku).

- Metoda bisekcji wymaga, aby

  1. funkcja f na danym przedziale [a,b] była ciągła

  2. na krańcach tego przedziału przyjmowała wartości różnych znaków, tzn. $f(a)f(b)<0$.

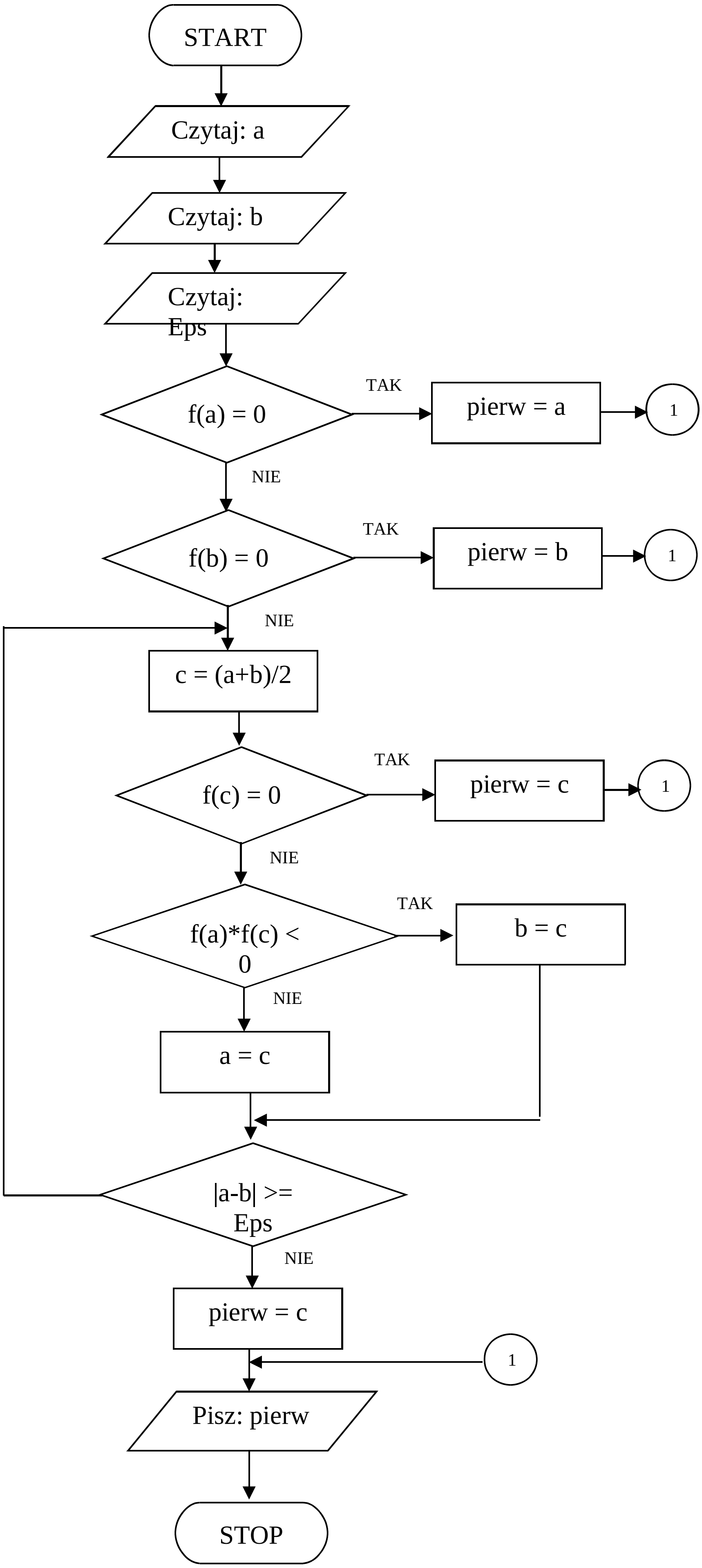
     Wtedy istnieje punkt c: $a<c<b$ taki, że $f(c)=0$.

- ALGORYTM:

  1. Znajdujemy środek przedziału (średnia arytmetyczna krańców).

  2. Jeżeli wartość funkcji w tym punkcie jest równa zero, to znaleźliśmy pierwiastek i kończymy algorytm.

  3. W przeciwnym razie wartość funkcji w tym punkcie nie jest równa zero, więc musi być od niego większa lub mniejsza. Sprawdzamy, w którym z otrzymanych podprzedziałów funkcja zmienia znak na jego krańcach – jest tylko jedna taka połówka. Wybieramy ją i traktujemy jako nowy przedział zawierający pierwiastek. Ponownie dzielimy na dwie równe części i sprawdzamy wartość funkcji w punkcie środkowym. Operacje te kontynuujemy aż do znalezienia pierwiastka o zadanej dokładności.


START
Czytaj: a
Czytaj: b
Czytaj: Eps
f(a) = 0
TAK
pierw = a
1
NIE
f(b) = 0
TAK
pierw = b
1
NIE
c = (a+b)/2
f(c) = 0
TAK
pierw = c
1
NIE
f(a)*f(c) < 0
TAK
b = c
NIE
a = c
|a-b| >= Eps
NIE
pierw = c
1
Pisz: pierw
STOP

Zadanie 16

Napisz program na obliczenie wartości funkcji sinus dla danego x, korzystając z rozwinięcia tej funkcji w szereg potęgowy:

$$\sin x = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$$

Sumowanie poszczególnych składowych należy kontynuować tak długo, dopóki nie zostanie spełniony warunek:

$$|s_{k+1}| \leq \varepsilon$$

dla pewnej zadanej dokładności ε, gdzie s_k oraz s_{k+1} są odpowiednio *k*-tym oraz (*k+1*)-m składnikami szeregu. Wartości argumentu *x* oraz dokładność ε należy wczytać z klawiatury. Wyświetl również liczbę iteracji.

Program należy napisać w taki sposób, aby umożliwić wielokrotne jego wykonanie bez konieczności powrotu do edytora.

UWAGA 1: Kąt *x* należy podać w stopniach, a następnie przeliczyć go na radiany. W szeregu na obliczenie funkcji sinus argument *x* musi być wyrażony w radianach.

UWAGA 2: Poniżej podano rozwinięty zapis szeregu na obliczenie funkcji sinus:

$$\sin x = \frac{x}{1} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \dots\dots\dots$$

Stąd łatwo można zauważyć, że:

$$w_k = -w_{k-1} \frac{x^2}{2k(2k+1)}$$

gdzie: w_k i w_{k-1} są odpowiednio k-tym i (k-1)-m wyrazami szeregu.

Dane testowe: x=30°; ε =1e-5 .

Wynik: sin(30) = 0,499135; liczba iteracji: 3.