Übung 4: Rosennachfrage, Teil II

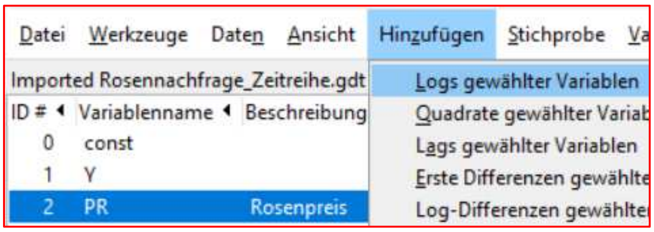
Durch Diskussionen mit anderen CAS-Teilnehmern haben Sie folgende Regressionsmodelle gesammelt:

1. Modell 1: $\ln y_t = \beta_1 + \beta_2 \ln PR_t + \beta_3 \ln PN_t + u_t$ $\quad t = 1,\ldots,16$
2. Modell 2: $\ln y_t = \beta_1 + \beta_2 \ln(PR_t / PN_t) + u_t$ $\quad t = 1,\ldots,16$
3. Modell 3: $\ln y_t = \beta_1 + \beta_2 \ln PR_t + \beta_3 \ln PN_t + \beta_4 \ln EINK_t + u_t$ $\quad t = 1,\ldots,16$
4. Modell 4: $\ln y_t = \beta_1 + \beta_2 \ln PR_t + \beta_3 \ln PN_t + \beta_4 \ln EINK_t + \beta_5 T + u_t$ $\quad t = 1,\ldots,16$
5. Modell 5: $\ln y_t = \beta_1 + \beta_2 \ln PR_t + \beta_3 \ln PN_t + \beta_4 \ln EINK_t + \beta_5 \ln T + u_t$ $\quad t = 1,\ldots,16$

Es gelte $u_t \sim$ iid $N(0;\sigma^2)$. iid: **i**ndependent and **i**dentically **d**istributed (unabhängig identisch verteilten Zufallsvariablen)

1. Definieren Sie folgende logarithmierte Variablen:
   l_y, l_PR, l_PN, l_EINK, l_RelP wobei l_ der natürliche Logarithmus symbolisiert.

   gretl: Hinzufügen / Logs gewählter Variablen→ wählen Sie jeweils Y,PR, PN, EINK,T, RelP



2. Welche Vorzeichen für die Regressionskoeffizienten erwarten Sie für das Modell 4?

   Rosenpreis:

   Nelkenpreis:

   Einkommen:

   Zeit:

3. Schätzen Sie diese 5 Regressionsmodelle. Speichern Sie jeweils die geschätzten Werte →yhat1, …yhat5. Diese neuen Variablen erscheinen im Hauptfenster.

   gretl Output-Fenster: Speichern / geschätzte Werte


```
Abhängige Variable: l_Y

             Koeffizient   Std.-fehler   t-Quotient    p-Wert
  -------------------------------------------------------------
  const        9,22776      0,568390       16,23      5,18e-010 ***
  l_PR        -1,76072      0,298206       -5,904     5,20e-05  ***
  l_PN         1,33978      0,527324        2,541     0,0246    **

Mittel d. abh. Var.       8,902209   Stdabw. d. abh. Var.     0,306877
Summe d. quad. Res.       0,382569   Stdfehler d. Regress.    0,171547
R-Quadrat                 0,729174   Korrigiertes R-Quadrat   0,687509
F(2, 13)                  17,50066   P-Wert(F)                0,000205
Log-Likelihood            7,164472   Akaike-Kriterium        -8,328944
Schwarz-Kriterium        -6,011178   Hannan-Quinn-Kriterium  -8,210255
rho                      -0,052667   Durbin-Watson-Stat       2,058814
```

Modell 1

Modell 2

```
Abhängige Variable: l_Y

             Koeffizient   Std.-fehler   t-Quotient    p-Wert
  ------------------------------------------------------------
  const         8,71319      0,0533773     163,2       2,31e-024 ***
  l_RelP       -1,73605      0,295129      -5,882      3,99e-05  ***

Mittel d. abh. Var.       8,902209   Stdabw. d. abh. Var.     0,306877
Summe d. quad. Res.       0,406905   Stdfehler d. Regress.    0,170484
R-Quadrat                 0,711946   Korrigiertes R-Quadrat   0,691370
F(1, 14)                  34,60194   P-Wert(F)                0,000040
Log-Likelihood            6,671089   Akaike-Kriterium        -9,342178
Schwarz-Kriterium        -7,797001   Hannan-Quinn-Kriterium  -9,263053
rho                      -0,158187   Durbin-Watson-Stat       2,276028
```

Modell 3

```
Abhängige Variable: l_Y

             Koeffizient   Std.-fehler   t-Quotient   p-Wert
  ------------------------------------------------------------
  const        6,28769       4,87459        1,290      0,2214
  l_PR        -1,85624       0,343780      -5,399      0,0002  ***
  l_PN         1,45408       0,572411       2,540      0,0259  **
  l_EINK       0,559553      0,921079       0,6075     0,5548

Mittel d. abh. Var.       8,902209   Stdabw. d. abh. Var.     0,306877
Summe d. quad. Res.       0,371154   Stdfehler d. Regress.    0,175868
R-Quadrat                 0,737255   Korrigiertes R-Quadrat   0,671568
F(3, 12)                  11,22387   P-Wert(F)                0,000849
Log-Likelihood            7,406800   Akaike-Kriterium        -6,813600
Schwarz-Kriterium        -3,723245   Hannan-Quinn-Kriterium  -6,655348
rho                      -0,013701   Durbin-Watson-Stat       2,004954
```

Modell 4

```
Abhängige Variable: l_Y

             Koeffizient   Std.-fehler   t-Quotient   p-Wert
  ------------------------------------------------------------
  const        3,57216       4,69516        0,7608     0,4628
  l_PR        -1,17073       0,488324      -2,397      0,0354  **
  l_PN         0,737938      0,652863       1,130      0,2824
  l_EINK       1,15321       0,901989       1,279      0,2274
  T           -0,0301108     0,0164188     -1,834      0,0938  *

Mittel d. abh. Var.       8,902209   Stdabw. d. abh. Var.     0,306877
Summe d. quad. Res.       0,284245   Stdfehler d. Regress.    0,160750
R-Quadrat                 0,798779   Korrigiertes R-Quadrat   0,725607
F(4, 11)                  10,91654   P-Wert(F)                0,000798
Log-Likelihood            9,541038   Akaike-Kriterium        -9,082076
Schwarz-Kriterium        -5,219132   Hannan-Quinn-Kriterium  -8,884262
rho                      -0,067449   Durbin-Watson-Stat       2,049078
```

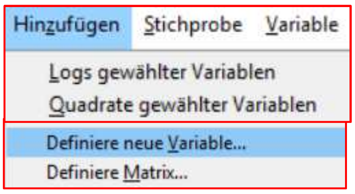
Modell 5

```
Abhängige Variable: l_Y

             Koeffizient   Std.-fehler   t-Quotient   p-Wert
  ------------------------------------------------------------
  const        0,626824      6,14826        0,1020     0,9206
  l_PR        -1,27355       0,526649      -2,418      0,0341  **
  l_PN         0,937305      0,659191       1,422      0,1828
  l_EINK       1,71298       1,20084        1,426      0,1815
  l_T         -0,181597      0,127893      -1,420      0,1833

Mittel d. abh. Var.       8,902209   Stdabw. d. abh. Var.     0,306877
Summe d. quad. Res.       0,313664   Stdfehler d. Regress.    0,168864
R-Quadrat                 0,777953   Korrigiertes R-Quadrat   0,697208
F(4, 11)                  9,634745   P-Wert(F)                0,001343
Log-Likelihood            8,753157   Akaike-Kriterium        -7,506314
Schwarz-Kriterium        -3,643370   Hannan-Quinn-Kriterium  -7,308499
rho                       0,091730   Durbin-Watson-Stat       1,782659
```

4. Interpretieren Sie die Regressionskoeffizienten des Regressionsmodells 4 und beurteilen Sie, ob die Parameterschätzungen plausibel sind.

5. Sind diese Koeffizienten statistisch signifikant auf dem 5%-Signifikanzniveau?

Sie wissen, dass R^2 dem Quadrat des Korrelationskoeffizienten zwischen den tatsächlichen (y) und geschätzten Werten ($\hat{y}$) entspricht. Sie haben jeweils die geschätzten Werte im gretel gespeichert yhat1,…,yhat5. Berechnen Sie jetzt die entsprechenden Exponentialwerte: expy1 = exp(yhat1), …., expy5 = exp(yhat5).



6. Öffnen Sie die Korrelationsmatrix
gretl Hauptfenster: Ansicht Korrelationsmatrix, wählen Sie die Variablen exp_i i = 1,..,5, und y

7. Berechnen Sie die quadrierten Korrelationskoeffizienten

exp(l_yhat1)	exp(l_yhat1)	exp(l_yhat1)	exp(l_yhat1)	exp(l_yhat1)	
0.8558	0.8413	0.8503	0.8985	0.8764	y

8. Welches Regressionsmodell würden Sie auswählen. Begründen Sie Ihre Auswahl.

Folgende Tabelle enthält eine Zusammenstellung der zur vergleichenden Modelle mit den entsprechenden Kriterien.

	Modell 1	Modell 2	Modell 3	Modell 4	Modell 5
# Regressoren	K = 3	K = 2	K = 4	K = 5	K =5
Regressoren	l_PR, l_PN	l_PR/PN	l_PR, l_PN, l_EINK	l_PR, l_PN, l_EINK, T	l_PR, l_PN, l_EINK, lnT
$\overline{R}^2$	0.6875	0.6913	0.6715	0.7256	0.6972
Akaike	-8.328	-9.34	-6.81	-9.08	-7.506
SIC	-6	-7.79	-3.72	-5.21	-3.64
R^2	0.7324	0.7078	0.7230	0.8073	0.7680

9. Folgende Modelle wurden aus der Übung 3 und 4 ausgewählt:

Teil I, Modell 2: $y_t = \beta_1 + \beta_2 RelP + u_t$

Teil II, Modell 2: $lny_t = \beta_1 + \beta_2 lnRelP + u_t$

Wie können jetzt diese Modelle miteinander verglichen werden? Welches Modell würden Sie vorziehen? Begründen Sie Ihre Antwort.

Ausgewählte Modelle	R^2
$y_t = \beta_1 + \beta_2 RelP + u_t$	0.7823
$lny_t = \beta_1 + \beta_2 lnRelP + u_t$	0.7078

10. Testen Sie das Regressionsmodell 1 mit dem F-Test!

Modell 1: $lny_t = \beta_1 + \beta_2 lnPR_t + \beta_3 lnPN_t + u_t$

Frage: Hat wenigstens einer der Preise (von Rosen oder Nelken) Einfluss auf die Rosenabsatzmenge?

i. Stellen Sie die Nullhypothese und alternative Hypothese auf.

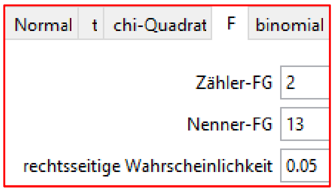
Nullhypothese H_0:

ii. Bestimmen Sie den kritischen F-Wert (F_c) auf dem 5%-Signifikanzniveau.

Kritischer Wert $F_c(0.95,2,13)$ =

Zähler-Freiheitsgrade	K–1 = 3 – 1 = 2
Nenner-Freiheitsgrade	N – k = 16 -3 = 13

gretl Hauptfenster: Werkzeuge/Statistische Tabellen/F/
rechtsseitige Wahrsch. = 0.05

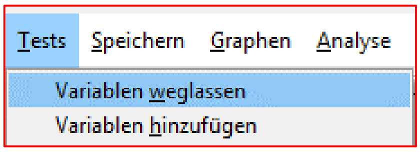


iii. Berechnen Sie den F-test mittels Bestimmtheitsmass $F = \frac{R^2}{1-R^2}\frac{N-k}{L}$

iv. Was ist Ihre Schlussfolgerung?

11. Führen Sie einen Test auf „Weglassen der Variablen" durch. Nehmen Sie die Variablen l_PR und l_PN vom Modell 1 weg. Was ist Ihre Schlussfolgerung anhand des gretl Tests?

gretl Output-Fenster: Test / variablen weglassen / l_PR und l_PN weglassen




```
  Nullhypothese: Die Regressionskoeffizienten sind Null für die Variablen
    l_PR, l_PN
  Teststatistik: F(2, 13) = 17,5007, p-Wert 0,000205346
  Das Weglassen von Variablen verbesserte 0 von 3 Informationskriterien.

Modell 19: KQ, benutze die Beobachtungen 1971:3-1975:2 (T = 16)
Abhängige Variable: l_Y

             Koeffizient   Std.-fehler   t-Quotient    p-Wert
  -------------------------------------------------------------
  const         8,90221      0,0767192      116,0      1,43e-023 ***

Mittel d. abh. Var.     8,902209   Stdabw. d. abh. Var.    0,306877
Summe d. quad. Res.     1,412599   Stdfehler d. Regress.   0,306877
R-Quadrat               0,000000   Korrigiertes R-Quadrat  0,000000
```

12. Interpretieren Sie beim Modell 1 konkret folgende Restriktion: $\beta_2 = -\beta_3$

13. Stellen Sie das restringierte Modell auf und schätzen Sie es.

Regressionsmodell: $\ln y = \beta_1 + \beta_2 \ln PR_t + \beta_3 \ln PN_t + u$

Restringiertes Modell:

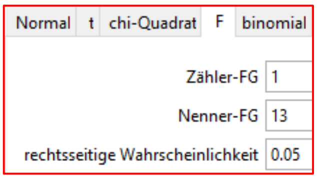
Definieren Sie die neue Variable: l_diff = lnPR – lnPN

```
Abhängige Variable: l_Y

             Koeffizient   Std.-fehler   t-Quotient    p-Wert
  -------------------------------------------------------------
  const         8,71319      0,0533773      163,2      2,31e-024 ***
  l_diff       -1,73605      0,295129       -5,882     3,99e-05  ***

Mittel d. abh. Var.     8,902209   Stdabw. d. abh. Var.    0,306877
Summe d. quad. Res.     0,406905   Stdfehler d. Regress.   0,170484
R-Quadrat               0,711946   Korrigiertes R-Quadrat  0,691370
F(1, 14)                34,60194   P-Wert(F)               0,000040
```

14. Testen Sie die Signifikanz von b_2 mittels t-Tests.

15. Testen Sie anhand des F-Tests auf dem 5%-Signifikanzniveau, ob die Restriktion falsch ist.

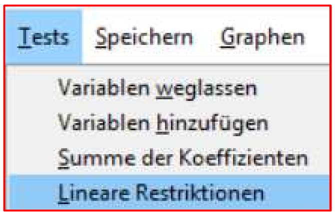
Berechnen Sie den F-Wert mittels $F = \frac{(RSS_r - RSS)}{RSS} \frac{(N-K)}{L}$



16. Testen Sie diese Restriktion mittels gretl Restriktionen Funktion.

gretl output-Fenster: Test / lineare Restriktionen / b[2] + b[3] = 0

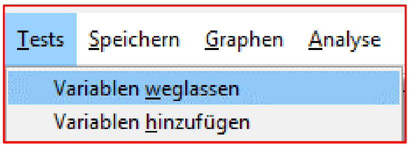
```
Restriktion:
 b[l_PR] + b[l_PN] = 0

Teststatistik: F(1, 13) = 0,826986, mit p-Wert = 0,379697

Restringierte Schätzungen:

             Koeffizient   Std.-fehler   t-Quotient    p-Wert
  -------------------------------------------------------------
  const         8,71319      0,0533773      163,2       2,31e-024 ***
  l_PR         -1,73605      0,295129       -5,882      3,99e-05  ***
  l_PN          1,73605      0,295129        5,882      3,99e-05  ***

  Standardfehler der Regression = 0,170484
```



17. Testen Sie im Regressionsmodel 4, ob die Variablen l_PN, l_EINK und T gemeinsam statistisch signifikant sind.

gretl: Tests / Variablen weglassen →l_PN, l_EINK und T auswählen

```
  Nullhypothese: Die Regressionskoeffizienten sind Null für die Variablen
    l_PN, l_EINK, T
  Teststatistik: F(3, 11) = 3,71884, p-Wert 0,0456033
  Das Weglassen von Variablen verbesserte 0 von 3 Informationskriterien.

Modell 26: KQ, benutze die Beobachtungen 1971:3-1975:2 (T = 16)
Abhängige Variable: l_Y

             Koeffizient   Std.-fehler   t-Quotient    p-Wert
  ------------------------------------------------------------
  const        10,4620       0,347849       30,08      4,03e-014 ***
  l_PR         -1,39276      0,307297       -4,532     0,0005    ***

Mittel d. abh. Var.      8,902209   Stdabw. d. abh. Var.    0,306877
Summe d. quad. Res.      0,572535   Stdfehler d. Regress.   0,202226
R-Quadrat                0,594694   Korrigiertes R-Quadrat  0,565743
F(1, 14)                 20,54179   P-Wert(F)               0,000469
```



18. Testen Sie im Modell 4, ob die Preiselastizität -1 entspricht.
Die Preiselastizität ist das Verhältnis der prozentualen Änderung des Rosenabsatzes zur prozentualen Veränderung des Rosenpreises.

19. Testen Sie im Modell 4, ob die Kreuzpreiselastizität 1 entspricht.
Die Kreuzpreiselastizität ist das Verhältnis der prozentualen Änderung des Rosenabsatzes zur prozentualen Veränderung des Nelkenpreises.