p wirkt auf S	$\exists A \in \text{Atom}(S) : \lfloor p \rfloor_A$ def.
p arbeitsprozess auf S	$\lfloor p\rfloor_{S'}$ def gdw. $S' \in \text{Sub}(S)$
p zyklisch auf S	$\lfloor p\rfloor_S = \lceil p \rceil_S$
p identitäts-proz. auf S	$p\in\mathcal{P}_S$ und $\lfloor p\rfloor_S = \lceil p\rceil_S$
$p \in \mathcal{P}_S$ reversibel	$\exists p^{\text{rev}} \in \mathcal{P}_S : p^{\text{rev}}\circ p \equiv \text{id}_S$ $\Rightarrow W_S(p^{\text{rev}}) = -W_S(p)$
Arbeit W_S	$W_A : \mathcal{P}\to\mathbb{R}$, $W_A(p'\circ p) = W_A(p)+W_A(p')$
Zustandsgrösse Z von S	$Z:\Sigma_S\to\mathbb{R}^n$, $\Delta Z(p) := Z(\sigma) - Z(\sigma_0)$ $\delta E = \mathrm{d}E = \frac{\partial E}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial E}{\partial y}\mathrm{d}y$
innere Energie U_S	$U_S:\Sigma_S\to\mathbb{R}$ ist Zustandsgr., $\Delta U_S(p'\circ p) = \Delta U(p)+\Delta U(p')$, $\Delta U_{A\vee B} = \Delta U_A + \Delta U_B$, $p\in\mathcal{P}_S \Rightarrow W_S = \Delta U_S$
Wärme Q_S (hin zu)	$Q_S(p) := \Delta U_S(p) - W_S(p)$, $Q_S(p'\circ p) = Q_S(p) + Q_S(p')$, $Q_{A\vee B}(p) = Q_A(p) + Q_B(p)$, $p\in\mathcal{P}_S \Rightarrow Q_S(p) = 0$, p zykl. $\Rightarrow Q_S(p) = -W_S(p)$, und $\oint \delta Q_A = -\oint \delta W_A$
$p \in \mathcal{P}_S$ quasistatisch	$\lfloor p(\lambda,\lambda')\rfloor, \lceil p(\lambda,\lambda')\rceil = \sigma_\lambda, \sigma_{\lambda'}$
differenzielle Grössen	$\Delta U_A = \int_{\sigma_\lambda}^{\sigma_{\lambda'}} \mathrm{d}U_A$, $W_A = \int_{\sigma_\lambda}^{\sigma_{\lambda'}}\delta W_A$, $\delta Q_A = \mathrm{d}U_A - \delta W_A$
p adiabatisch auf S	p quasistatisch und $\delta Q_S = 0$
R Reservoir	$U_R:\Sigma_R\to\mathbb{R}$ injektiv, $\forall p: W_R(p)\ge 0$, $\forall p_{\text{wirkend(S)}}, \forall \Delta U \exists$"$T_{\Delta U}(p)$", $\Rightarrow \forall U_R(\sigma_2)\ge U_R(\sigma_1)$: $\exists p\in\mathcal{P}_R[\sigma_1\to\sigma_2]$
Absolute Temperatur T	$T := \tau(R, R_{\text{ref}})T_{\text{ref}}$, wobei $\tau(R_1,R_2) := -\frac{Q_{R_1}(p)}{Q_{R_2}(p)}$

$\mathcal{A}, \mathcal{S}, \mathcal{P}, \text{Sub}(S), \text{Atom}(S), \Sigma_A, \Sigma_S, \mathcal{R}, \mathcal{P}_S, \lfloor p\rfloor_S, \lceil p\rceil_S$

Interne Energie	$U(S,V,N) = \int \mathrm{d}U$ $\mathrm{d}U = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V + \mu\mathrm{d}N$
Entropie	$S(U,V,N) = \frac{1}{T}(U+pV-\mu N)$ $\mathrm{d}S = \frac{1}{T}(\mathrm{d}U + p\mathrm{d}V - \mu\mathrm{d}N)$
Helmholz Free Energy $(-U^{*(S\to T)})$	$F(T,V,N) = U - TS$ $\mathrm{d}F = -S\mathrm{d}T - p\mathrm{d}V + \mu\mathrm{d}N$
Enthalpie $(-U^{*(V\to -p)})$	$H(S,p,N) = U + pV$ $\mathrm{d}H = T\mathrm{d}S + V\mathrm{d}p + \mu\mathrm{d}N$
Gibbs Free Energy $(-U^{*((V,S)\to(-p,\mathrm{T}))})$	$G(T,p,N) = U+pV-TS$ $\mathrm{d}G = -S\mathrm{d}T + V\mathrm{d}p + \mu\mathrm{d}N$
Grand Potential $(-U^{*((S,N)\to(T,\mu))})$	$\Omega(T,V,\mu) = U - TS - \mu N$ $\mathrm{d}\Omega = -S\mathrm{d}T - p\mathrm{d}V - N\mathrm{d}\mu$
Maxwell's Relations $\left.\frac{\partial T}{\partial V}\right\|_S = -\left.\frac{\partial P}{\partial S}\right\|_V$, $\left.\frac{\partial T}{\partial P}\right\|_S = \left.\frac{\partial V}{\partial S}\right\|_P$, $\left.\frac{\partial S}{\partial V}\right\|_T = \left.\frac{\partial P}{\partial T}\right\|_V$, $\left.\frac{\partial S}{\partial P}\right\|_T = -\left.\frac{\partial T}{\partial V}\right\|_P$	**Other relations** $\left.\frac{\partial S}{\partial U}\right\|_{V,N} = \frac{1}{T}$, $\left.\frac{\partial S}{\partial V}\right\|_{N,U} = \frac{p}{T}$, $\left.\frac{\partial S}{\partial N}\right\|_{V,U} = -\frac{\mu}{T}$ $\left.\frac{\partial T}{\partial S}\right\|_V = \frac{T}{C_V}$, $\left.\frac{\partial T}{\partial S}\right\|_P = \frac{T}{C_P}$, $\left.\frac{\partial p}{\partial V}\right\|_T = \frac{-1}{VK_T}$

Gibbs-Helmholtz Equations

$H = -T^2 \left.\frac{\partial(\frac{G}{T})}{\partial T}\right|_p$, $\left.\frac{\partial H}{\partial p}\right|_T = V - T\left.\frac{\partial V}{\partial T}\right|_P$,

$U = -T^2\left.\frac{\partial(\frac{F}{T})}{\partial T}\right|_V$, $\left.\frac{\partial U}{\partial V}\right|_T = T\left.\frac{\partial P}{\partial T}\right|_V - P$, $G = -V^2\left.\frac{\partial(\frac{F}{V})}{\partial V}\right|_T$

Gibbs-Duhem Eq.	$S\mathrm{d}T - V\mathrm{d}p + N\mathrm{d}\mu = 0$
Euler-Gleichung	$U = TS - pV + \mu N$

Carnot-Maschine: $\left(S, R_1, R_2, p\in\mathcal{P}_{S\vee R_1\vee R_2}\ \text{zykl}(S)\right)$
$\forall i: W_{R_i}(p) = 0$, und $\exists i: Q_{R_i}(p)\neq 0$. rev $\leftrightarrow p$ rev.

(S,R_1,R_2,p) eine Carnot-Maschine. OBDA $Q_{R_2} > 0$.

Wärmekraftmaschine	Wärmepumpe
$W_S<0 \Rightarrow Q_{R_1}<0$ Effizienz: $(T_2<T_1)$ $\eta = \frac{\|W_S(p)\|}{\|Q_{R_1}(p)\|} \le 1 - \frac{T_2}{T_1}$ $\eta_{\text{rev}} = \eta_C := 1-\frac{T_2}{T_1}$	$T_2>T_1$: $\Rightarrow W_S(p)>0$ Leistungszahl COP $= \frac{Q_{R_2}}{W_S} \le \frac{1}{1-\frac{T_1}{T_2}}$

Mit $f(x,y,z)=0, \omega=\omega(x,y)$ (also $x = x(y,z)$ etc.) gilt:
$\left.\frac{\partial x}{\partial y}\right|_z = \left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_z^{-1}$, $-1 = \left.\frac{\partial x}{\partial y}\right|_z \left.\frac{\partial y}{\partial z}\right|_x\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_y$, $\left.\frac{\partial x}{\partial \omega}\right|_z = \left.\frac{\partial x}{\partial y}\right|_z\left.\frac{\partial y}{\partial\omega}\right|_z$,
$\left.\frac{\partial x}{\partial z}\right|_\omega = \left.\frac{\partial x}{\partial y}\right|_\omega\left.\frac{\partial y}{\partial z}\right|_\omega$, $\left.\frac{\partial x}{\partial y}\right|_z = \left.\frac{\partial x}{\partial y}\right|_\omega + \left.\frac{\partial x}{\partial\omega}\right|_y\left.\frac{\partial\omega}{\partial y}\right|_z$

1. Hauptsatz
Für jedes $S\in\mathcal{S}$ gilt:
1. $\forall\sigma_1,\sigma_2\in\Sigma_S\exists p\in\mathcal{P}_S : p$ verbindet σ_1 mit σ_2
2. $\forall p,p'\in\mathcal{P}_S$ mit gleichem Start und endzustand : $W_S(p) = W_S(p')$

$\Rightarrow \forall S,\sigma\in\Sigma_S : \exists \text{id}_S^\sigma \in\mathcal{P}_S$ und $W_S(\text{id}_S^\sigma)=0$
$\Rightarrow$ falls $p\in\mathcal{P}_S$ rev. : $W_S(p^{\text{rev}}) = -W_S(p)$

Entropiesatz
In einem adjabatischen Prozess kann die Entropie eines (abgeschlossenen?) Systems nicht abnehmen.
$p\in\mathcal{P}$ adjabatisch auf $S \Rightarrow S_S(\lfloor p\rfloor_S) \le S_S(\lceil p\rceil_S)$ und $=$ falls p rev.

2. Hauptsatz
Sei $S,R\in\mathcal{S}$, R Reservoir, $S\wedge R=\emptyset$.
$\Rightarrow \forall p\in\mathcal{P}_{S\vee R}$ zyklisch auf $S: W_S(p)\ge 0$

Carnots Theorem
Sei (S,R_1,R_2,p) eine reversible Carnot-Maschine, (S',R_1,R_2,p') eine Carnot-Maschine. OBDA $Q_{R_2}(p')>0. \Rightarrow$
$-\frac{Q_{R_1}(p')}{Q_{R_2}(p')} \le -\frac{Q_{R_1}(p)}{Q_{R_2}(p)}$ und falls p' rev., dann Gleichheit.

Clausius-Theorem
Seien $S,\{R_i\}_i^N\in\mathcal{S}$. Seien $\{p_i\}_i^N\in\mathcal{P}_{S\vee R_i}$ mit $W_{R_i}(p_i)=0$. $p = \circ_i p_i$ zykl. auf S.
$\Rightarrow \sum_i^N \frac{Q_{S(p_i)}}{T_i} \le 0$ mit Gleichheit falls p rev. Falls quasistatisch dann $\oint\frac{\delta Q}{T}\le 0$ mit Gleichheit falls p rev.

Entropie: Sei $p=\circ_i p_i$. $\boxed{\mathrm{d}S = \frac{\delta Q}{T}}$ $\boxed{\left.\frac{\partial S_{\max}}{\partial U_{S_i}}\right| = 0}$

$\boxed{S_S(\sigma) := \sum_{i=1}^N \frac{Q_S(p_i)}{T_i} + S_{\text{ref}} \equiv \int_{\sigma_{\text{ref}}}^{\sigma}\frac{\delta Q_S}{T} + S_{\text{ref}}}$

$\boxed{\Delta S(p'\circ p) = \Delta S(p') + \Delta S(p)}$ Konkav

$\boxed{\Delta S_{A\vee B} = \Delta S_A + \Delta S_B}$ Homogen$(S(\lambda X) = \lambda S(X))$

Supperadditiv$(S(z_1+z_2)\ge S(z_1)+S(z_2))$

Z_S homogen Grad k: $Z_{\lambda S}(\lambda\sigma) = \lambda^k Z_S(\sigma)$
intensiv: $T,P,k=0$ extensiv: $U,S,V,N,k=1$

Extremalprinzipien: Bei Glg. $F\|^{\min}_{V,T}$, $U^{\min}$, $S^{\max}$	

Legendre Transformation $(A, D \subset \mathbb{R}^n, f: D \to \mathbb{R})$	
A konvex	$\forall \lambda \in [0,1], \forall x, y \in A: \lambda x + (1-\lambda) y \in A$
f konvex	$\Gamma(f) = \{(x,t) \in D \times \mathbb{R} : t \geq f(x)\}$ konvex. $(\approx (f'')_{\text{lok}} > 0)$ $\Rightarrow f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda) f(y)$
f strikt kx	$f(\lambda x + (1-\lambda)y) < \lambda f(x) + (1-\lambda) f(y)$
f konkav	$f(\lambda x + (1-\lambda)y) \geq \lambda f(x) + (1-\lambda) f(y)$
Leg.TF f^*	$f^*(p) = \sup_x[(px - f(x))]$ f^* ist konvex und $f^{**} = f$ falls f konvex. $f^*(p,y)$ konkav in y falls f konv in x, y
spez. $f: R \to R$	f konv und $p_0 = f'(x_0)$ $\Rightarrow f^*(p_0) = p_0 x_0 - f(x_0)$
	f konv und C^1 in $x_0 \Rightarrow p_0 = f'(x_0)$ $\Rightarrow f^* \in C^1 \wedge (f^*)'(p_0) = x_0$
	f strikt konv und $C^1 \Rightarrow f^*(p) = px - f(x)$ $x = (f')^{-1}(p), (f*)' = (f')^{-1}$

Wärmekap	isochor: $C_V := \left.\frac{\delta Q}{\partial T}\right\vert_V = \left.\frac{\partial U}{\partial T}\right\vert_V$ isobar: $C_p := \left.\frac{\delta Q}{\partial T}\right\vert_p = \left.\frac{\partial U}{\partial T}\right\vert_p + p\left.\frac{\partial V}{\partial T}\right\vert_p$
isoth. Kompressibilität	$\kappa_T := -\frac{1}{V}\left.\frac{\partial V}{\partial p}\right\vert_T$
Volumen-ausdehnungskoeff.	$\alpha := \frac{1}{V}\left.\frac{\partial V}{\partial T}\right\vert_p$ $\Rightarrow C_p - C_V = \frac{TV\alpha^2}{\kappa_T}$
Stabilitätsbedingungen	$C_p \geq C_V \geq 0, \kappa_T \geq 0$
molare Wärmekap.	$c_x := \frac{C_x}{n}, n = \frac{N}{N_A}$
Adiabatenexponent	$\gamma := \frac{C_p}{C_V}$
Adiabatische Wand $\Delta V \Rightarrow P' = P''$	Lässt weder Wärme noch Teilchen durch. (Bewegl.)
Diathermische Wand	$\Delta T \Rightarrow \Delta U \Rightarrow T' = T''$
Gibbssche Phasenregel	$f = k + 2 - n$, $k = \#\text{Komp}, n = \#\text{koexPh}$
Clausius-Clapeyron	Entlang Koex-Kurve zweier Phasen gilt: $\frac{\partial p}{\partial T} = \frac{S_2 - S_1}{V_2 - V_1} = \frac{L_{12}}{T(V_2 - V_1)}$

Modelle

Ideales Gas $\boxed{\delta W = -p dV}$

$\boxed{pV = nRT}$ thZg $\boxed{dU = (n) C_V dT}$ kalZg

$\boxed{C_V := \left.\frac{\partial U}{\partial T}\right\vert_V}$ $\boxed{\left.\frac{\partial U}{\partial p}\right\vert_T = 0}$ $\boxed{\alpha = \frac{1}{T}}$ $\boxed{\kappa_T = \frac{1}{p}}$

$\boxed{C_p - C_V = nR}$ $\boxed{\gamma = \frac{nR}{C_V} + 1}$

$\boxed{dU = -p dV}$ adia $\boxed{pV^\gamma, TV^{\gamma-1}, T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const}}$ adia

Thermalisierung (Wärmeaustausch):
$\frac{\partial S}{\partial U_A} = 0 \Rightarrow T_F^A = T_F^B, \Delta U_{A \vee B} = 0$ und $U_i = N_i C_V T_i$
$\Rightarrow C_V(N_A(T_F - T_A^{\text{init}}) + N_B(T_F - T_B^{\text{init}})) = 0$
$\Delta S_A(T, V) = N_A\left(C_V \log\left(\frac{T}{T_0}\right) + R \log\left(\frac{V}{V_0}\right)\right)$

Isotrope paramagnetische Substanz $\boxed{\delta W = H dM}$

$\boxed{KH = MT}$ thZg(Curie) $\boxed{dU = C_M dT}$ kalZg $\boxed{C_M = \left.\frac{\partial U}{\partial T}\right\vert_{\text{HM}}}$

$\boxed{\left.\frac{\partial U}{\partial H}\right\vert_T = 0}$ $\boxed{dU = \frac{C_M K}{M}(-\frac{H}{M} dM + dH)}$

Magnetische Carnot-Maschine $\boxed{\eta = \eta_C}$

$\boxed{T = T_0 \exp\left(\frac{M^2 - M_0^2}{2KC_M}\right)}$ adiab $\boxed{W = \int H dM}$ isoth,

Phasenraum	$\Gamma_N = \mathbb{R}^{6N}$ für N Teilchen, $x = (q, p) \in \Gamma_N$ und $q = (q_1..q_n)$
Wahrscheinlichkeits-mass auf Γ_N	$d\mu(x) = \omega(x) dx$ $\omega(x)$: Wahrscheinlichkeitsdichte
Observable f	$f: \Gamma_N \to \mathbb{R}, x \mapsto f(x)$
Erwartungswert	$\langle f \rangle_\omega = \int dx \omega f$ $\langle f \rangle_{\omega_t} = \int dx \omega(x) f(\varphi_t(x))$
Entropie von $\omega(x)$	$S(\omega) := -k_B \int dx \omega \log(\omega)$
Zeitentwicklung ($H(x)$ ind. Fluss)	$\omega(x) = \omega_{t=0}(x). x \mapsto \varphi_t(x).$ $\omega_t(x) = \omega(\varphi_{-t}(x))$
Zeitmittelwert	$\frac{1}{T}\int_0^T dt \langle f \rangle_{\omega_t}$
Thermodynamisches Gleichgew.	$\langle f \rangle_{\overline{\omega}} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T dt \langle f \rangle_{\omega_t}$ wobei $\overline{\omega} := \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T dt \omega_t$

Ergodenhypothese Fast alle Bahnen mit E konstant besuchen fast alle Punkte in Γ_E mit gleicher Häufigkeit und immer wieder.
Formell: $\forall E, \forall \omega(x) \equiv \tilde{\omega}(x)\delta(H(x) - E) : \overline{\omega} = \omega_E$ und somit $\langle f \rangle_{\overline{\omega}} = \langle f \rangle_{\omega_E}$

Satz über Max. Entropie: Die mikrokan. Gesamtheit $\omega_E(x)$ maximiert für E, N fest die Entropie.

Gleichverteilungssatz: $\left\langle x_i \frac{\partial H}{\partial x_j}\right\rangle_{\omega_E} = \delta_{ij} k_B T$

Mikrokanonisches Ensemble (S isoliert, Fix: E, N, V)	
Gesamtheit	$\omega_E(x) = \frac{1}{\Sigma}\delta(H(x) - E)$
Zustandssumme	$\Sigma(E, V, N) = \int_{\Gamma_N} dx \delta(H(x) - E)$
Entropie	$S(E, V, N) = k_B \log(\Sigma)$
Kanonisches Ensemble (S, R, Fix: N, V, Energieaustausch mit R)	
Gesamtheit	$\omega_\beta(x) = \frac{1}{Z}\exp(-\beta H(x))$
Zustandssumme	$Z(\beta, V, N) = \int dx e^{-\beta H(x)}$ $= \int_{\mathbb{R}} dE e^{-\beta E} \cdot \Sigma(E, V, N)$
Freie Energie	$F(\beta, V, N) = -k_B T \log(Z)$
Entropie	$S(\beta, V, N) = \frac{U - F}{T} = k_B \beta U + k_B \log(Z)$
Grosskanonisches Ensemble (S, R, Fix: V) Energie- und Teilchenaustausch mit R	
Gesamtheit	$\omega_{\beta,\mu}(N, x) = \frac{1}{\Xi} e^{-\beta H(x) + \beta\mu N}$
Zustandssumme	$\Xi(\beta, V, \mu)$ $= \sum_{N=0}^\infty \int dx e^{-\beta H(x) + \beta\mu N}$ $= \sum_{N=0}^\infty z^N Z(\beta, V, N)$ $z = e^{\beta\mu}, \beta = \frac{1}{k_B T}$
Potential	$\Omega(T, V, \mu) = -k_B T \log(\Xi)$
Teilchenzahl	$N = -\frac{\partial \Omega}{\partial \mu}_{T,V}$
Entropie	$S(T, V, N) = \frac{U - \Omega}{T}$ $= k_B \beta (U - \mu N) + k_B \log(\Xi)$

PH-Ü: 1.o: $\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V}$ 2.o: $\Delta S_j = \Delta V_j = 0$

$\Delta C_P = \frac{dP}{dT} \cdot VT\Delta\alpha$, $\boxed{N = \Sigma_i n_i}$ $\boxed{\Sigma = \frac{N!}{\prod n_i!}}$

$\boxed{S = -k_B \Sigma_i \log(\frac{n_i}{N})}$ $\boxed{U = \Sigma_i \varepsilon_i n_i}$ $\boxed{n_i = A\exp(-\beta\varepsilon_i)}$