

# Analiza błędów

**Zadanie 1.** Oblicz przybliżoną wartość pochodnej funkcji używając wzoru

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (1)$$

Sprawdź działanie programu dla funkcji  $\tan(x)$  oraz  $x = 1$ . Wyznacz błąd porównując otrzymaną wartość z kwadratem funkcji wbudowanej  $\sec(x)$ . Pomocna będzie biblioteka `mathfm` lub tożsamość  $\sec^2(x) = 1 + \tan^2(x)$ .

Narysuj wykres przedstawiający wartość bezwzględnej błęd w zależności od  $h$  dla  $h = 10^{-k}$ ,  $k = 0, \dots, 16$ . Użyj skali logarytmicznej na obu osiach. Czy wykres wartości bezwzględnej błęd posiada minimum?

Porównaj wyznaczoną wartość  $h_{\min}$  z wartością otrzymaną ze wzoru

$$h_{\min} \approx \sqrt{\epsilon_{\text{mach}}} \quad (2)$$

Powtórz ćwiczenie używając wzoru różnic centralnych

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} \quad (3)$$

**Zadanie 2.** Napisz program generujący pierwsze  $n$  wyrazów ciągu zdefiniowanego równaniem różnicowym:

$$x_{k+1} = 2.25x_k - 0.5x_{k-1}$$

z wyrazami początkowymi:

$$x_1 = \frac{1}{3} \quad x_2 = \frac{1}{12} \quad .$$

Przyjmij  $n = 60$  jeśli używasz pojedynczej precyzji oraz  $n = 225$  jeśli używasz podwójnej precyzji.

Narysuj wykres wartości ciągu w zależności od  $k$ . Użyj skali logarytmicznej na osi  $y$  (pomocna będzie funkcja `semilogy`). Następnie narysuj wykres przedstawiający wartość bezwzględnej błęd względnej w zależności od  $k$ .

Dokładne rozwiązanie równania różnicowego:

$$x_k = \frac{4^{1-k}}{3}$$

maleje wraz ze wzrostem  $k$ . Czy otrzymany wykres zachowuje się w ten sposób?  
Wyjaśnij otrzymane wyniki.