Wykład 1 – arytmetyka komputerowa

1. Omów reprezentację zmiennoprzecinkową
2. Wyprowadź wzór na liczbę elementów zbioru liczb zmiennoprzecinkowych
3. Wyprowadź wzór na błąd względny reprezentacji zmiennoprzecinkowej dla systemu dwójkowego
4. Wyjaśnij pojęcia: nadmiar, niedomiar, błędy obcięcia
5. Podaj definicję i napisz, co określa maszynowe epsilon?
6. Omów własności numerycznej reprezentacji liczb rzeczywistych i arytmetyki zmiennoprzecinkowej
7. Podaj definicje i objaśnij na przykładach pojęcia: zadanie, algorytm, realizacja zmiennoprzecinkowa algorytmu.
8. Podaj definicje i objaśnij na przykładach pojęcia: uwarunkowanie zadania, poprawność numeryczna algorytmu, stabilność numeryczna algorytmu.
9. Wyznacz wskaźnik uwarunkowania podanego zadania,
10. Wyznacz wskaźnik kumulacji podanego algorytmu

Wykład 2 – interpolacja

1. Wyprowadź wzór na interpolację metodą *Lagrange'a*,
2. Wyprowadź wzór na błąd interpolacji metodą *Lagrange'a*
3. Ilorazy różnicowe: podaj definicję i objaśnij ich związek z pochodnymi
4. Uzasadnij użyteczność użycia ilorazów różnicowych w interpolacji,
5. Przeprowadź porównanie: interpolacja *Lagrange'a*,a interpolacja *Newtona.*
6. Przeprowadź porównanie: interpolacja *Newtona* a interpolacja *Hermite'a*.
7. Podaj dowód na jednoznaczność interpolacji wielomianowej
8. Objaśnij efekt *Rungego*: jak się objawia, co jest jego przyczyną, jak można zapobiegać.

Wykład 3 – Spline

1. Podaj definicję funkcji sklejanej, objaśnij ją na odpowiednim rysunku, omów przydatność tych funkcji.
2. Porównaj interpolację wielomianami i funkcjami sklejanymi.
3. Podaj i omów warunki brzegowe stosowane przy wyznaczaniu sześciennych funkcji sklejanych.
4. Podaj kroki potrzebne do wyprowadzenia wzoru na kubiczne funkcje sklejane (3-stopnia)
5. Podaj definicje B-splines. Omów ich przydatność.

Wykład 4 – Aproksymacja

1. Podaj definicję zadania aproksymacji, objaśnij ją na odpowiednim rysunku, omów jej przydatność
2. Wyprowadź wzór na aproksymację średniokwadratową wielomianem uogólnionym,
3. Wyprowadź wzór na aproksymację średniokwadratową jednomianami,
4. Wyprowadź wzór na aproksymację średniokwadratowa wielomianami ortogonalnymi,
5. Opisz podstawowe metody aproksymacji jednostajnej.
6. Objaśnij na czym polega aproksymacja Pade. Podaj i omów kroki prowadzące do wyznaczania tej aproksymacji.
7. Przedstaw podstawowe własności wielomianów *Czebyszewa,* objaśnij do czego mogą być uzyteczne
8. Udowodnij własność minimaksu wielomianów *Czebyszewa*,
9. Omów zastosowanie wielomianów Czebyszewa do interpolacji
10. Omów zastosowania wielomianów Czebyszewa do aproksymacji
11. Przedstaw algorytm Clenshawa i wyjaśnij, kiedy warto go stosować.
12. Objaśnij efekt *Rungego*: jak się objawia, co jest jego przyczyną, jak można zapobiegać.

Wykład 5 - Kwadratury

1. Wyprowadź wzór na kwadratury elementarne trapezów i prostokątów (z błędami) korzystając ze wzoru Taylora,
2. Wyprowadź wzór na kwadraturę **złożoną** *Simpsona* (wraz ze wzorem na jej błąd),
3. Przedstaw i objaśnij algorytm całkowania adaptacyjnego (rozpocznij od dobrego rysunku).
4. Porównaj kwadratury *Newtona-Cotesa* i *Gaussa*; wyjaśnij różnice między nimi.
5. Omów zasadę tworzenia kwadratur *Gaussa*, podaj potrzebne twierdzenia
6. Omów zasadę wyznaczania wag w kwadraturach *Gaussa*,
7. Podaj i scharakteryzuj poznane dotąd przykłady użyteczności wielomianów ortogonalnych w obliczeniach numerycznych
8. Opisz w jaki sposób można wykorzystać metodę *divide and conquer* (dziel i rządź) w algorytmach całkowania numerycznego
9. Przedstaw przykłady wykorzystania twierdzeń z analizy matematycznej do tworzenia/analizy algorytmów numerycznych.

Wykład 6 - Równania nieliniowe

1. Scharakteryzuj metodę bisekcji znajdowania rozwiązań równań nieliniowych.
2. Podaj i udowodnij twierdzenie o zbieżności procesu iteracyjnego
3. Wyjaśnij pojęcie rzędu zbieżności procedury iteracyjnej
4. Scharakteryzuj metody iteracyjne w obliczeniach numerycznych, podaj: ogólny algorytm, potrzebne twierdzenia, kiedy są przydatne
5. Wyprowadź wzór na metodę *Newtona-Raphsona* i jej rząd zbieżności,
6. Przedstaw metodę Aitkena - do czego służy i kiedy się ją stosuje
7. Scharakteryzuj metodę Regula Falsi oraz jej warianty znajdowania rozwiązań równań nieliniowych.
8. Scharakteryzuj metody siecznych oraz Steffensena znajdowania rozwiązań równań nieliniowych.
9. Opisz sposoby wykorzystania metody *divide and conquer* w algorytmach numerycznych.
10. Objaśnij na czym polega deflacja i kiedy jest stosowana
11. Omów zastosowanie metody Hornera dla wyznaczania pierwiastków wielomianów.
12. Przedstaw metodę *Bairstowa* wyznaczania pierwiastków wielomianów.
13. Przedstaw metodę *Laguerra* wyznaczania pierwiastków wielomianów.
14. Omów technikę Maehly’ego wygładzania pierwiastków wielomianów
15. Scharakteryzuj trudności występujące w rozwiązywaniu układów równań nieliniowych.

Wykład 7 - Bezpośrednie metody rozwiązywania układów równań liniowych

1. Przedstaw algorytm rozwiązywania układów równań liniowych metodą eliminacji *Gaussa*.
2. Wyznacz złożoność obliczeniową metody *Gaussa* rozwiązywania układów równań liniowych,
3. Wyjaśnij dlaczego istotnym krokiem każdej metody rozwiązywania układów równań liniowych jest szukanie elementu wiodącego (głównego), a następnie opisz gdzie i jak go się poszukuje.
4. Objaśnij jaki jest cel i na czym polega wyważanie macierzy
5. Opisz i porównaj algorytmy faktoryzacji LU *Doolittle'a, Crout'a i Choleskiego*.
6. Objaśnij na czym polega przewaga algorytmów faktoryzacji LU nad metodą eliminacji *Gaussa*.
7. Wyjaśnij na czym polega przydatność metod blokowych do rozwiązywania układów równań liniowych.

Wykład 8 – Interacyjne metody rozwiązywania układów równań

1. Wyjaśnij kiedy warto używać iteracyjnych metod rozwiązywania układów równań liniowych.
2. Podaj i udowodnij twierdzenie o zbieżności procesu iteracyjnego rozwiązywania AX = b,
3. Podaj wzory macierzowe dla dla metod iteracyjnych *Jacobiego oraz Gaussa-Seidla S-R,*
4. Podaj wzory robocze dla metod iteracyjnych *Jacobiego, Gaussa-Seidla (S-R), SOR, Czebyszewa*
5. Porównaj metody iteracyjne *Jacobiego, GS, SOR, Czebyszewa*.
6. Objaśnij różnice między przeglądaniem punktów siatki typu *type writer* oraz *odd-even*
7. Podaj i scharakteryzuj 4 przykłady użyteczności wielomianów *Czebyszewa* w obliczeniach numerycznych.
8. Porównaj zasadę działania metod iteracyjnych do rozwiązywania równań nieliniowych i do rozwiązywania układów równań liniowych: ogólny algorytm, potrzebne twierdzenia, kiedy są przydatne.
9. Porównaj rozwiązywanie układów równań liniowych metodami bezpośrednimi i iteracyjnymi

Wykład 9 - równania różniczkowe zwyczajne

1. Omów metodę Eulera rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych.
2. Omów sposób badania stabilności metod rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych (ODE) na podstawie metody Eulera. Podaj przykłady
3. Omów metodę skokową rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych.
4. Omów metodę ulepszoną Eulera rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych.
5. Omów niejawną metodę drugiego rzędu rozwiązywania ODE. Porównaj z metodami jawnymi: Eulera i ulepszonego Eulera.
6. Przedstaw zasadę konstruowania metod Rungego Kutty. Podaj związki z metodą Eulera oraz ulepszonego Eulera.

Wykład 10 – FFT

1. Objaśnij przydatność transformat Fouriera, podaj ich główne rodzaje
2. Objaśnij, na czym polega interpolacja trygonometryczna, kiedy ją warto stosować, jaki jest jej związek z dyskretną transformatą Fouriera
3. Opisz własności funkcji  stosowanych w interpolacji trygonometrycznej - w szczególności ortogonalność i jak z niej korzystamy.
4. Na czym polega FFT - szybka transformata Fouriera: przedstaw algorytm, podaj złożoność obliczeniową, porównaj z algorytmem klasycznym.
5. Pokaż jak działa algorytm  FFT na przykładzie wyznaczania transformaty dla 8 punktów
6. Opis zasadę "dziel i zwyciężaj" stosowaną w projektowaniu algorytmów na przykładzie algorytmu FFT
7. Opisz zastosowanie FFT do algorytmu szybkiego mnożenia wielomianów
8. Podaj przykłady wykorzystania metody *divide and conquer* (dziel i rządź) w algorytmach numerycznych

Wykład 11 – liczby losowe i całkowanie Monte Carlo

1. Podaj przykłady i opisz działanie generatorów liczb równomiernych
2. Omów wady i zalety generatorów liniowych kongruentnych
3. Omów wybrany sposób ulepszania jakości generatorów liczb pseudolosowych
4. Omów metodę odwróconej dystrybuanty: do czego służy, jak ją stosować, wady, zalety
5. Omów metodę Boxa-Mullera: do czego służy, jak ją stosować i dlaczego.
6. Opisz dlaczego możemy wyznaczać całki metodami Monte Carlo.
7. Opisz całkowanie Monte Carlo metodami: orzeł-reszka, podstawowa, średniej ważonej.
8. Porównaj całkowanie numeryczne (Newtona-Cotesa, Gaussa) i całkowanie metodami Monte Carlo.

Wykład 12 – Metoda simulated annealing

1. Opisz i objaśnij metodę *simulated annealing*.

Wykład 13 – Minimalizacja

1. Omów metody minimalizacji funkcji jednej zmiennej:

* przeglądanie siatki
* metoda złotego podziału
* metoda kwadratowej interpolacji
* metoda prób i błędów

2. Omów metody bezgradientowe minimalizacji funkcji:

* metoda Powella
* metoda Simpleksów

3. Omów metody gradientowe minimalizacji funkcji:

* metoda prostego gradientu
* metoda maksymalnego spadku
* metoda Newtona
* metoda gradientów sprzężonych