

# Wechselstromkreis

Alexander Heinisch, Dominik Wille

22. Mai 2013

Tutor	Sebastian Baum
Durchführung	15. Mai 2013 von 14:00 - 18:00
E-Mail Dominik	dominik.wille@fu-berlin.de
E-Mail Alexander	Matthias.Heinisch@gmx.de

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Ziele des Versuchs</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Physikalische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1	Strom und Spannung an Widerständen, Kondensatoren und Induktivitäten . . . . .	3
2.2	Wechselspannung an Widerständen, Kondensatoren Induktivitäten und Impedanzen . . . . .	4
2.2.1	Wechselstrom und Wechselspannung . . . . .	4
2.2.2	Impedanz $Z$ . . . . .	4
2.2.3	Wechselstromnetzwerke . . . . .	5
2.3	Wechselstromleistung . . . . .	5
2.4	Leistungsverluste . . . . .	6
2.5	Ersatzschaltbilder . . . . .	6
2.6	Filter (Hoch-, Band-, Tiefpass) . . . . .	7
2.7	Wechselstrombrücke . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Aufgabenstellung</b>	<b>8</b>
<b>4</b>	<b>Aufgabe 1</b>	<b>9</b>
4.1	Berechnung der Frequenz . . . . .	9
4.2	Phasenverschiebung . . . . .	10
<b>5</b>	<b>Aufgabe 2</b>	<b>11</b>
5.1	Aufbau . . . . .	11
5.2	Gegebenes . . . . .	12
5.3	Messwerte . . . . .	13
5.4	Fehlerrechnung . . . . .	14
5.5	Auswertung . . . . .	14
5.5.1	Tiefpass . . . . .	14
5.5.2	Bandpass . . . . .	15
5.5.3	Hochpass . . . . .	15
5.6	Graphische Auftragung . . . . .	15
5.7	Fazit . . . . .	17
<b>6</b>	<b>Aufgabe 3</b>	<b>18</b>
6.1	Aufbau . . . . .	18
6.2	Gegebenes und Messwerte . . . . .	18
6.3	Auswertung . . . . .	19
6.4	Fazit . . . . .	19
<b>7</b>	<b>Fazit</b>	<b>20</b>
<b>8</b>	<b>Quellenangabe</b>	<b>20</b>

# 1 Ziele des Versuchs

In diesem Versuch untersuchen wir Widerstände, Kondensatoren, Spulen und deren Kombination, die Wechselstromkreise. Diese beschreiben wir durch komplexe Widerstandsoperatoren und Ersatzschaltbilder

## 2 Physikalische Grundlagen

### 2.1 Strom und Spannung an Widerständen, Kondensatoren und Induktivitäten

In diesem Versuch sind die Schaltkreise aus den Bauelementen Kondensator, Spule und Widerstand mit den Messgrößen Kapazität  $C$ , Induktivität  $L$  und Widerstand  $R$  zusammengesetzt. Sie werden durch folgende Zusammenhänge zwischen Strom  $I$  und Spannung  $U$  bestimmt:

$$\text{Widerstand } R : U_R = -R \cdot I_R \quad (1)$$

$$\text{Kapazität } C : I_C = -C \frac{dU_C}{dt} \quad (2)$$

$$\text{Induktivität } L : U_L = -L \frac{dI_L}{dt} \quad (3)$$

dabei sind:

$U_R$	:= Spannung am Widerstand
$R$	:= Widerstand
$I_R$	:= Strom am Widerstand
$I_C$	:= Strom am Kondensator
$C$	:= Kapazität des Kondensators
$\frac{dU_C}{dt}$	:= Änderung der Spannung am Kondensator mit der Zeit
$U_L$	:= Spannung an der Spule
$L$	:= Induktivität der Spule
$\frac{dI_L}{dt}$	:= Änderung des Stroms an der Spule mit der Zeit

Die Größen  $R$ ,  $C$  und  $L$  sind positiv definiert. Allerdings setzt die Beziehung zwischen Spannung und Strom aufgrund der Kirchhoff'schen Regeln ein Minuszeichen voraus denn jeder Leiter besitzt einen Widerstand, woraus eine Gegenspannung resultiert. Im Falle des Kondensators bewirkt ein positiver Strom eine Erniedrigung der Spannung und in einer Spule wird eine Spannung induziert sobald sich der Strom ändert.

## 2.2 Wechselspannung an Widerständen, Kondensatoren Induktivitäten und Impedanzen

### 2.2.1 Wechselstrom und Wechselspannung

Eine Wechselspannung bzw. ein Wechselstrom hat eine charakteristische sinus- oder cosinusförmige Spannung bzw. Strömung. Sie werden wie folgt bezeichnet:

$$U_t = U_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi_1) \quad \text{bzw.} \quad I_t = I_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi_2) \quad (4)$$

Häufig werden auch komplexe Größen verwendet, da sich hierdurch viele Gleichungen vereinfachen.

$$U_t = \operatorname{Re} \left( U_0 \cdot e^{i(\omega t + \varphi_1)} \right) \quad \text{bzw.} \quad I_t = \operatorname{Re} \left( I_0 \cdot e^{i(\omega t + \varphi_2)} \right) \quad (5)$$

$I_0$  := Maximalstrom  
 $U_0$  := Maximalspannung  
 $\omega$  := Kreisfrequenz  
 $\varphi$  := verschiedene Phasen

Dabei treten in Schaltkreisen mit  $R$ ,  $C$  und  $L$  durch Wechselspannungen Wechselströme gleicher Frequenz und Phasenverschiebungen zwischen Strom und Spannung auf. Zum Vereinfachen setzt man daher die Phase der Spannung gleich Null ( $\varphi_1 = 0$ )

### 2.2.2 Impedanz $Z$

Die Impedanz  $Z$  (Wechselstromwiderstand) beschreibt das Verhältnis von der Spannungs- zur Stromamplitude.

$$Z = \frac{U_0}{I_0} \quad (6)$$

Setzen wir nun die Gl. (4) in Gl. (1) bis (3) ein, so erhalten wir die Impedanzen der Bauteile und die Phasenverschiebung des Stroms zur Spannung an  $R$ ,  $C$  und  $L$ :

$$Z_R = R \quad (7)$$

$$\varphi = \pi \quad (8)$$

Für die Kondensatoren gilt des weiteren:

$$Z_C = \frac{1}{i\omega C} = \frac{-i}{\omega C} \quad (9)$$

$$\varphi = \frac{-\pi}{2} \quad (10)$$

Der Strom eilt hier der Spannung voraus. Außerdem gilt für Spulen:

$$Z_L = i\omega L \quad \text{und} \quad \varphi = +\frac{\pi}{2} \quad (11)$$

wobei hier der Strom der Spannung hinterher läuft.

### 2.2.3 Wechselstromnetzwerke

Hier gelten die gleichen Regeln wie beim Gleichstromfall, nur dass hierfür die komplexe Impedanz benutzt wird. Für die Reihenschaltung gilt:

$$Z = \left| \sum_i Z_i \right| \quad (12)$$

$$\tan\varphi = \frac{\operatorname{Im}\left(\sum_i Z_i\right)}{\operatorname{Re}\left(\sum_i Z_i\right)} \quad (13)$$

und für die Parallelschaltung:

$$\frac{1}{Z} = \left| \sum_i \frac{1}{Z_i} \right| \quad (14)$$

$$\tan\varphi = \frac{\operatorname{Im}\left(\sum_i \frac{1}{Z_i}\right)}{\operatorname{Re}\left(\sum_i \frac{1}{Z_i}\right)} \quad (15)$$

## 2.3 Wechselstromleistung

Die Wechselstromleistung ergibt sich aus dem Produkt der Realteile von  $U$  und  $I$ :

$$P = \operatorname{Re}(U) \cdot \operatorname{Re}(I) = \frac{1}{2}(U + U^*) \cdot \frac{1}{2}(I + I^*) \quad (16)$$

Wenn wir Wechselströme komplex darstellen, ergibt sich:

$$U(t)_{\text{komplex}} = U_0 e^{i\omega t} \quad (17)$$

$$I(t)_{\text{komplex}} = I_0 e^{i\omega t + \varphi} \quad (18)$$

Für das zeitliche Mittel folgt daraus:

$$\overline{P} = \frac{1}{4} [U_0 I_0 (e^{i\varphi} + e^{-i\varphi})] \quad (19)$$

Nun führen wir die Effektivwerte für Spannung und Strom ein mit:

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \quad (20)$$

$$I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad (21)$$

Und daraus folgt nun für die Leistung P:

$$P = U_{eff} I_{eff} \cos \varphi \quad (22)$$

## 2.4 Leistungsverluste

Ideale Spulen und Kondensatoren arbeiten verlustfrei, in realen Spulen hingegen entzieht unter anderem der Widerstand des Drahtes dem System Energie. Auch Wirbelstromverluste in leitenden Materialien und Ummagnetisierungsverluste bei Spulen mit Eisen- oder Ferrimagneten entziehen dem System Energie. Der Verlustfaktor d beschreibt das Verhältnis des Verlustwiderstandes zum rein kapazitiven oder induktiven Widerstand:

$$d = \frac{1}{\tan \varphi} \quad (23)$$

## 2.5 Ersatzschaltbilder

Um die Verluste an realen Spulen zu beschreiben, benutzt man als Ersatzschaltbild die Serienschaltung von einer Spule und einem Widerstand.

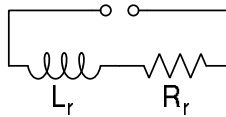


Abbildung 1: Ersatzschaltbild Serienschaltung

$$Z = R + j\omega L_r \quad (24)$$

$$|Z| = \sqrt{R_r^2 + (\omega L_r)^2} \quad (25)$$

$$\tan \varphi = -\frac{\omega L_r}{R_r} \quad (26)$$

Analog verwendet man bei einer Parallelschaltung ( $R_p$  und  $L_p$ ):

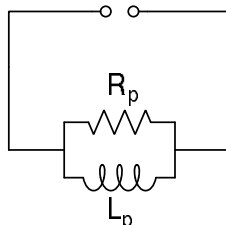


Abbildung 2: Ersatzschaltbild Parallelschaltung

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R_p^2} + \frac{1}{(\omega L_p)^2}} \quad (27)$$

$$\tan\varphi = -\frac{R_p}{\omega L_p} \quad (28)$$

## 2.6 Filter (Hoch-, Band-, Tiefpass)

Die Kombinationen von R-C-L-Gliedern stellen Spannungsteiler dar. Ein R-C-L-Bandpass ist ein schwingungsfähiges System, welches ein Impedanzminimum bei Resonanz eines Siebkreises, bzw. ein Maximum bei einem Sperrkreis aufweist.

## 2.7 Wechselstrombrücke

Eine Wechselstrombrücke (Wheatstonesche Brücke) ermöglicht die Messung von Induktivität und Kapazität, wenn die Impedanz übereinstimmt.

Es gilt:

$$\frac{L_x}{L_0} = \frac{R_a}{R_b} \quad (29)$$

$$\frac{R_x + R'}{R} = \frac{R_a}{R_b} \quad (30)$$

Mit dem Phasenabgleichswiderstand  $R'$  wird bei dem Bauteil die Phase verschoben.

### 3 Aufgabenstellung

#### Aufgabe 1

Aufbau eines R-C-Kreises. Einstellung der charakteristischen Frequenz mit  $U_R = U_C$ . Messung der Generator- und der Teilspannung und Bestimmung der Phasenverschiebung. Unabhängige Messung von R und C mit einem Multimeter und Vergleich der Beobachtung am R-C-Kreis mit den theoretischen Erwartungen.

#### Aufgabe 2

Messung des Frequenzbereichs  $\frac{U_R}{U_G}$  (Verbraucherspannung zu Generatorspannung) an einer Tonfrequenzweiche (Drei-Wege-Weiche mit R-L-Weiche mit R-L-Tiefpass, R-C-L-Bandpass und R-C-Hochpass) und Vergleich mit dem theoretischen Verlauf durch unabhängige Messung der Werte der Widerstände, Kapazitäten und Induktivitäten mit Digital-Multimeter

#### Aufgabe 3

Messung der Induktivität und des Verlustwiderstandes einer der beiden Spulen aus Aufgabe 2 mit einer Wechselstrombrücke und Vergleich mit der unabhängigen Messung (Digitalmultimeter) von L und dem Gleichstromwiderstände R der Spule.



## 4 Aufgabe 1

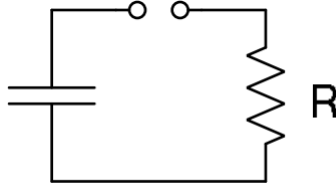


Abbildung 3: Schaltplan Aufgabe 1

Für diese Aufgabe haben wir einen Kondensator mit einem Widerstand in Reihe geschaltet (siehe Abbildung 1.1). Mit einem Frequenzgenerator legten wir eine Spannung an und mit Hilfe eines Oszilloskops veränderten wir die Frequenz, bis beide Sinuskurven die gleiche Spannung hatten. Damit die Teilspannung an der Spule und am Kondensator übereinstimmen muss folgendes gelten:

$$U_C = U_R \Rightarrow U_{ges} = U_C + U_R \quad (31)$$

Mit einem Spannungsmessgerät (Fluke 175) haben wir die Spannung zwischen dem Widerstand und dem Kondensator gemessen. Dabei betrug der Spannungsunterschied:

$$\Delta U = 0,023V$$

Die Frequenz betrug dabei konstant:

$$f_{char} = (160,45 \pm 0,1)Hz$$

Die verwendeten Bauteile des R-C-Kreises wurden separat noch einmal nachgemessen, dabei ergab sich für den Widerstand einen Wert von:

$$R = (0.990 \pm 0.012)k\Omega$$

und die Kapazität des Kondensators:

$$C = (1.001 \pm 0.013)\mu F$$

Die Fehler errechnen sich aus  $\pm(1.0\% + 3dgt)$ .

### 4.1 Berechnung der Frequenz

Nun können wir über folgende Formel den theoretischen Wert der Frequenz  $f$  berechnen:

$$f_{theo} = \frac{1}{2\pi RC} = (160.6 \pm 2.0)Hz$$

Den Fehler bestimmen wir über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta f_{theo} = \sqrt{\left(\frac{\partial f_{theo}}{\partial R} \cdot \Delta R\right)^2 + \left(\frac{\partial f_{theo}}{\partial C} \cdot \Delta C\right)^2}$$

## 4.2 Phasenverschiebung

Für die Phasenverschiebung haben wir bei einer Frequenz von  $f = 160,30$  Hz am Oszilloskop ein  $\Delta t = 0,8$ ms abgelesen. Dafür ergibt sich für  $\phi$  einen Wert für:

$$\phi = 2\pi f \Delta t = (0,806 \pm 0,009)^\circ = (0,257 \pm 0,003)\pi$$

Somit ergibt sich wie erwartet  $\frac{\pi}{4}$  für die Phasenverschiebung. Um nun noch die Phasenverschiebung auszurechnen, benutzen wir:

$$\phi_{theo} = \arctan\left(\frac{1}{\omega RC}\right) = (0,7854 \pm 0,0065)^\circ = (0,250 \pm 0,003)\pi$$

Den Fehler bekommen wir aus:

$$\Delta\phi_{theo} = \sqrt{\left(\frac{\partial\phi_{theo}}{\partial f_{theo}} \cdot \Delta f_{theo}\right)^2 + \left(\frac{\partial\phi_{theo}}{\partial C} \cdot \Delta C\right)^2 + \left(\frac{\partial\phi_{theo}}{\partial R} \cdot \Delta R\right)^2}$$

## Fazit

Den Wert für die charakteristische Frequenz konnten wir relativ schnell finden, nachdem wir festgestellt hatten, dass ein Messgerät einen Wackelkontakt hatte und bis dahin nur seltsame Werte geliefert wurden.

Der theoretische und der gemessene Wert der charakteristische Frequenz sind gleich, nur dass der Fehler des theoretischen Werts aufgrund der Bauteile doch relativ groß ist. Die Phasenverschiebung ist auch ziemlich klein.

## 5 Aufgabe 2

In dieser Aufgabe Soll der Frequenzgang an 3 Lastwiderständen gemessen werden. Diese könnten z.B. Lautsprecher repräsentieren, die jeweils Wechselstrom mit verschiedenen Frequenzen in Schallwellen umwandeln können. Gemessen wird also die Effektivspannung am Funktionsgenerator  $U_G$  und die jeweiligen Effektivspannungen an den Lastwiderständen  $U_i$ .

### 5.1 Aufbau

Um sich den Aufbau besser vorstellen zu können hier das Schaltbild:

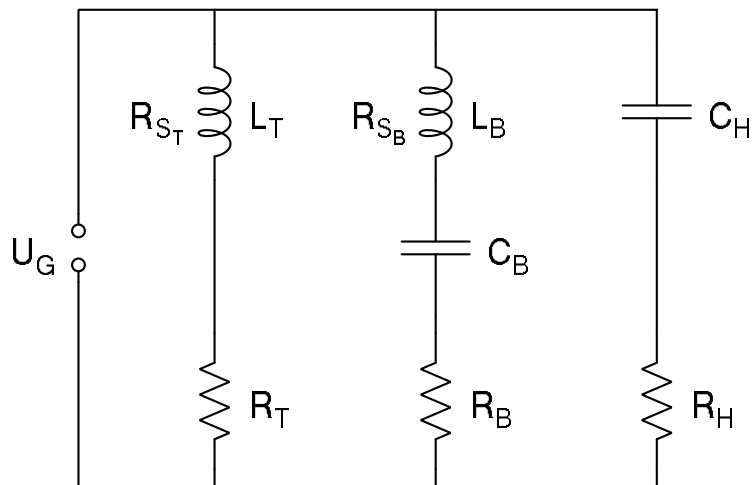


Abbildung 4: Schaltplan der Frequenzweiche

Die Einzelnen Komponenten wurden auf ein Steckbrett aufgesteckt und mit Steckbrücken und Bananensteckern verbunden.



Abbildung 5: Der Versuchsaufbau

## 5.2 Gegebenes

Um im Anschluss die Messwerte einordnen zu können, wurden folgende Daten separat gemessen:

Messgröße	Messwert
$R_{S_T}$	$(3,7 \pm 0,5) \Omega$
$L_T$	$(4,823 \pm 0,063) mH$
$R_T$	$(8,46 \pm 0,11) \Omega$
$R_{S_B}$	$(1,0 \pm 0,5) \Omega$
$L_B$	$(487 \pm 10) \mu H$
$C_B$	$(38,08 \pm 0,32) \mu F$
$R_B$	$(8,10 \pm 0,11) \Omega$
$C_H$	$(3,172 \pm 0,027) \mu F$
$R_H$	$(8,06 \pm 0,11) \Omega$

Tabelle 1: Seperate Messung

Die Widerstände der Spulen wurden dabei mit dem Voltcraft VC230 gemessen, Kapazitäten, Induktivitäten und die Widerstände der Lastwiderstände hingegen mit dem ELC-131D.

### 5.3 Messwerte

$f[Hz]$	$U_G[V]$	$U_{R_T}[V]$	$U_{R_B}[mV]$	$U_{R_H}[mV]$
20.00	1.513	1.012	66.6	5
25.4	1.513	1.012	83.8	6.3
31.9	1.515	1.012	104.3	7.9
39.7	1.511	1.008	128.4	9.8
50.1	1.509	1.004	160.2	12.3
63.8	1.501	0.994	200.7	15.6
79.1	1.493	0.984	244.8	19.2
100.3	1.481	0.965	302.6	24.2
125.2	1.464	0.94	366.5	29.8
159.4	1.442	0.902	447.5	37.3
200.2	1.41	0.852	531.9	45.8
260.3	1.364	0.774	636	57.4
319.8	1.314	0.697	713	67.9
397.6	1.253	0.606	782	80.5
502.2	1.183	0.504	84	95.7
635.9	1.119	0.409	878	114.3
793.5	1.074	0.333	899	136.2
1007	1.047	0.267	912	167.4
1254.6	1.048	0.22	917	206.4
1589.6	1.072	0.182	917	264.5
1999.2	1.125	0.154	908	342.5
2574.8	1.207	0.13	879	458.4
3135	1.266	0.113	828	565.2
3949.5	1.285	0.041	721	682
5049.5	1.197	0.066	554	747
6394	1.035	0.045	4	731
8026.7	0.854	0.03	27	664
10016	0.689	0.018	179	575
12362	0.553	0.011	119	499
15974	0.432	0.004	71	401.7
20062	0.34	0.001	44	325.4

Tabelle 2: Rohmesswerte

## 5.4 Fehlerrechnung

Die Spannungen wurden mit einem Fluke ??? gemessen, deren Fehler mit  $\Delta U = 1\% + 3d$  angegeben war. Daher folgt:

$$\begin{aligned}\Delta \left| \frac{U_R}{U_G} \right| &= \sqrt{\left( \frac{\partial \frac{U_R}{U_G}}{\partial U_G} \right)^2 + \left( \frac{\partial \frac{U_R}{U_G}}{\partial U_R} \right)^2} \\ &= \left| \frac{U_R}{U_G} \right| \cdot \sqrt{\left( \frac{\Delta U_G}{U_G} \right)^2 + \left( \frac{\Delta U_R}{U_R} \right)^2}\end{aligned}\quad (32)$$

Für den Fehler der Kreisfrequenz  $\omega$  wird die Herstellerangabe  $\Delta f = 0,7\%$  Herangezogen.

$$\begin{aligned}\omega &= 2\pi \cdot f \\ \Rightarrow \Delta \omega &= 2\pi \cdot \Delta f\end{aligned}\quad (33)$$

## 5.5 Auswertung

Um einen Theoretischen Verlauf für die Messung zu erhalten werden nach der KIRCHHOFFSCHEN REGEL die Teilspannungen  $U_i$  der Bauelemente mit der Generatorspannung  $U_G$  gleichgesetzt. Für den Hoch-, Band-, und Tiefpass bedeutet das:

### 5.5.1 Tiefpass

$$\begin{aligned}U_G &= U_{R_T} + U_L \\ &= I \cdot Z_R + I \cdot Z_L + I \cdot Z_{R_S} \\ &= I \cdot R_T + I \cdot R_{S_T} + I \cdot i\omega L \\ \Rightarrow I &= \frac{U_G}{R_T + R_{S_T} + i\omega L} \\ U_{R_T} &= R_T \cdot I \\ &= \frac{R_T \cdot U_G}{R_T + R_{S_T} + i\omega L} \\ \frac{U_{R_T}}{U_G} &= \frac{R_T}{R_T + R_{S_T} + i\omega L} \\ \Rightarrow \left| \frac{U_{R_T}}{U_G} \right| &= \frac{R_T}{\sqrt{(\omega L)^2 + (R_T + R_{S_T})^2}}\end{aligned}\quad (34)$$

### 5.5.2 Bandpass

$$\begin{aligned}
U_G &= U_{R_B} + U_L + U_C \\
&= I \cdot Z_R + I \cdot Z_L + I \cdot Z_{R_S} + I \cdot Z_C \\
&= I \cdot R_B + I \cdot R_{S_B} + I \cdot i\omega L_B - I \cdot \frac{i}{\omega C_B} \\
\Rightarrow I &= \frac{U_G}{R_B + R_{S_B} + i\omega L_B - \frac{i}{\omega C_B}} \\
U_{R_B} &= R_B \cdot I \\
&= \frac{R_B \cdot U_G}{R_B + R_{S_B} + i\omega L_B - \frac{i}{\omega C_B}} \\
\frac{U_{R_B}}{U_G} &= \frac{R_B}{R_B + R_{S_B} + i\left(\omega L_B - \frac{1}{\omega C_B}\right)} \\
\Rightarrow \left| \frac{U_{R_B}}{U_G} \right| &= \frac{R_B}{\sqrt{\left(\omega L_B - \frac{1}{\omega C_B}\right)^2 + (R_B + R_{S_B})^2}} \quad (35)
\end{aligned}$$

### 5.5.3 Hochpass

$$\begin{aligned}
U_G &= U_{R_H} + U_C \\
&= I \cdot Z_R + I \cdot Z_C \\
&= I \cdot R_H - I \cdot \frac{i}{\omega C_H} \\
\Rightarrow I &= \frac{U_G}{R_H - \frac{i}{\omega C_H}} \\
U_{R_H} &= R_H \cdot I \\
&= \frac{R_H \cdot U_G}{R_H - \frac{i}{\omega C_H}} \\
\frac{U_{R_H}}{U_G} &= \frac{R_H}{R_H - \frac{i}{\omega C_H}} \\
\Rightarrow \left| \frac{U_{R_H}}{U_G} \right| &= \frac{R_H}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega C_H}\right)^2 + (R_H)^2}} \quad (36)
\end{aligned}$$

## 5.6 Graphische Auftragung

Um nun Die Messwerte mit den Theoretischen Vorhersagen zu vergleichen, werden die Graphen von  $\left| \frac{U_{R_i}}{U_G} \right|$  doppelt logarithmisch aufgetragen und mit den

mit Fehlerbalken versehenen Messwerten ergänzt.

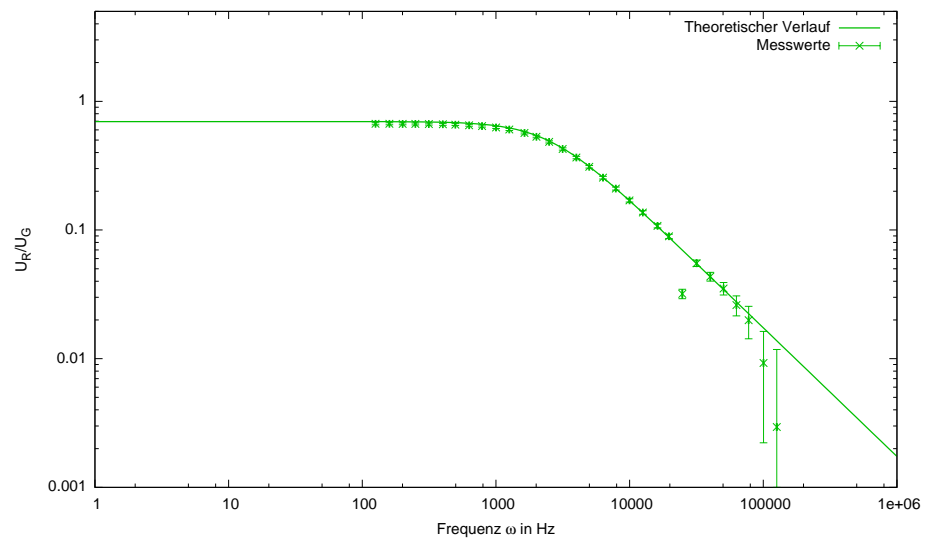


Abbildung 6: Messung am Tiefpass

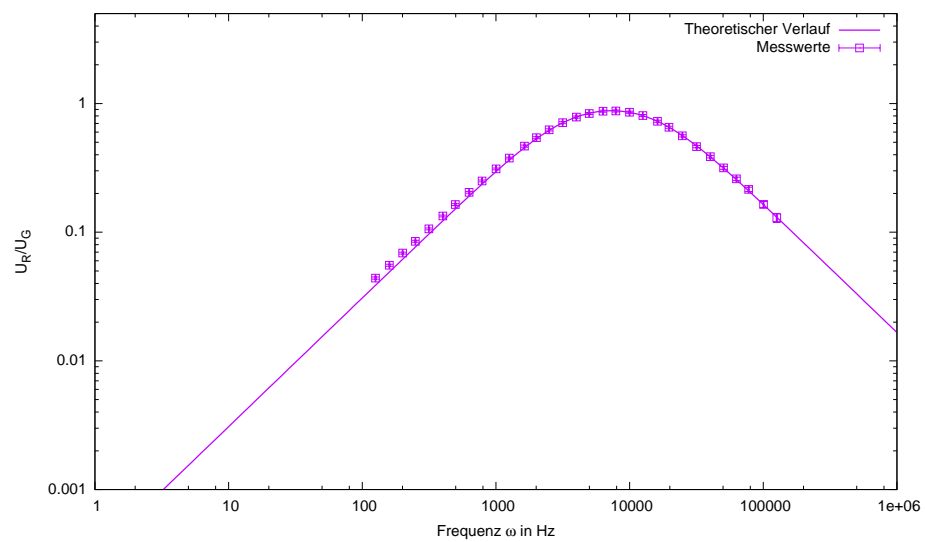


Abbildung 7: Messung am Bandpass



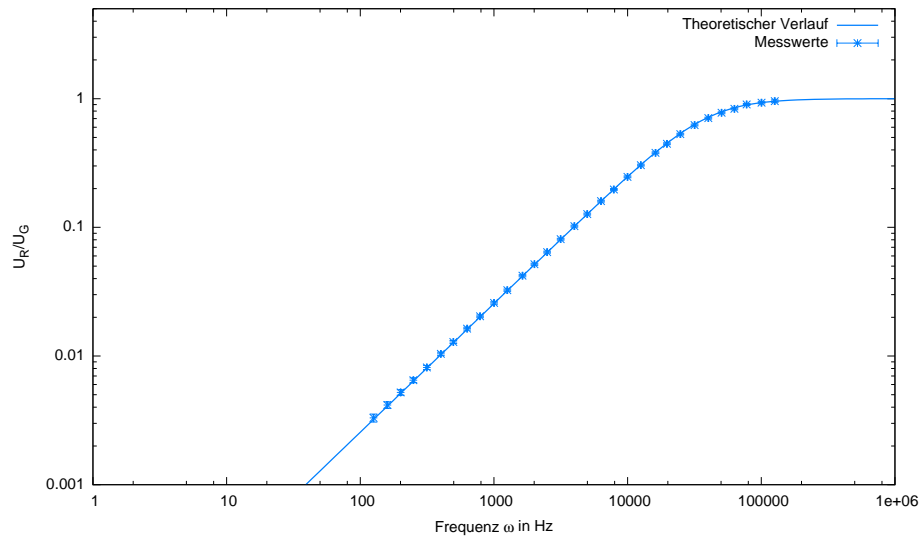


Abbildung 8: Messung am Hochpass

## 5.7 Fazit

Wie zu sehen ist spiegelt die Theoretische Vorhersage den Echten Verlauf der Frequenzgänge bei Tief-, Band-, und Hochpass sehr gut wieder. Beim Tiefpass ist dabei ein „Ausreißer“ zu beobachten. Dieser ist Vermutlich durch ein falsches notieren des Messwerts in der Grafik entstanden. Insgesamt liegt der Graph fast immer im Fehlerintervall der Messpunkte. Die Theoretische Betrachtung kann daher bestätigt werden.

## 6 Aufgabe 3

In dieser Aufgabe wurde eine Wechselstrombrücke aufgebaut um sowohl die Induktivität  $L_x$  als auch den Ohmschen Widerstand  $R_x$  der Spule vom Tiefpass aus Aufgabe 2 zu bestimmen.

### 6.1 Aufbau

Hierfür wurde eine Schaltung auf dem Steckbrett nach folgendem Schaltplan aufgebaut. Die Phase zwischen den beiden Spannungsmesspunkten wurde mit dem Oszilloskop mit der „elliptischen Auftragung“ auf  $\varphi = 0$  eingestellt. Und anschließend die Effektivspannung mit dem Fluke 175 gemessen

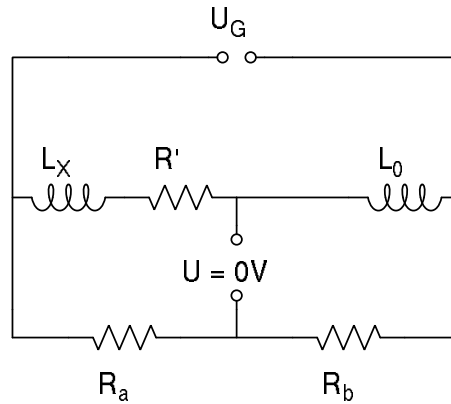


Abbildung 9: Schaltplan der Wechselstrombrücke

### 6.2 Gegebenes und Messwerte

Separat wurden folgende Größen gemessen oder von den Aufschriften der Bauteile entnommen. Leider wurde vergessen zu notieren mit welchem Messgerät die Widerstände gemessen wurden die Fehler werden mit  $\Delta R = 1\% + 5d$  abgeschätzt.

Messgröße	Messwert
$f$	$(1999 \pm 14) \text{ Hz}$
$L_0$	$(1,507 \pm 0,020) \text{ mH}$
$R_0$	$(2,91 \pm 0,02) \Omega$
$R_a$	$(761 \pm 13) \Omega$
$R_b$	$(241,8 \pm 2,9) \Omega$
$R'$	$(5,3 \pm 0,5) \Omega$
$f$	$(1999 \pm 14) \text{ Hz}$
$R_x$	$(3,7 \pm 0,5) \Omega$
$L_x$	$(4,82 \pm 0,07) \text{ mH}$

Tabelle 3: Sepparate Messung aller Größen

### 6.3 Auswertung

Um nun aus den Vorhanden Messdaten  $L_x$  und  $R_x$  zu bestimmen, wird folgender Ansatz gemacht:

$$\frac{Z_a}{Z_b} = \frac{i\omega L_x + R' + R_x}{i\omega L_0 + R_0} \quad (37)$$

Da über den Phasenabgleichswiderstand die Phase auf  $\varphi = 0$  gebracht wurde müssen die beiden Phasenverschiebungen der Spulen und Widerständen identisch sein. Daher gilt:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{i\omega L_0}{R_0} &= \frac{i\omega L_x}{R' + R_x} \\ \Rightarrow L_x &= \frac{L_0}{R_0} \cdot (R' + R_x) \end{aligned} \quad (38)$$

Außerdem wurden  $R_a$  und  $R_b$  derart gewählt, dass gelten muss:

$$\frac{R_a}{R_b} = \frac{\omega L_x + R' + R_x}{\omega L_0 + R_0} \quad (39)$$

Nach einsetzen von (38) formt sich das zu

$$R_x = \frac{R_a}{R_b} \cdot R_0 - R' \quad (40)$$

um. Für die Fehler gilt nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung:

$$\begin{aligned} \Delta R_x &= \sqrt{\left(\frac{R_0}{R_b} \cdot \Delta R_a\right)^2 + \left(\frac{R_a}{R_b} \cdot \Delta R_0\right)^2 + \left(\frac{R_a}{R_b^2} \cdot \Delta R_b\right)^2 + (\Delta R')^2} \\ \Delta L_x &= \sqrt{\left(\frac{R' + R_x}{R_0} \Delta L_0\right)^2 + \left(\frac{L_0 (R' + R_x)}{R_0^2} \cdot \Delta R_0\right)^2 + \left(\frac{L_0}{R_0} \cdot \Delta R'\right)^2 + \left(\frac{L_0}{R_0} \cdot \Delta R_x\right)^2} \end{aligned}$$

Ausgerechnet ergibt das:

Messgröße	Errechneter Wert
$R_x$	$(3,86 \pm 0,23) \Omega$
$L_x$	$(4,74 \pm 0,50) mH$

Tabelle 4: Mit der Apparatur ermittelte Größen

### 6.4 Fazit

Die ermittelten werte für die Induktivität und den ohmschen Widerstand der Spule sind identisch zu den direkt mit dem Messgerät gemessenen Werten. dabei konnte sogar die Genauigkeit der Widerstandsmessung der Spule erhöht werden, da diese sonst nur mit dem für kleine Widerstände sehr ungenauem VC230 oder Fluke 175 gemessen werden konnten.

Messgröße	Errechneter Wert	Vergleichswert
$R_x$	$(3,9 \pm 0,3) \Omega$	$(3,7 \pm 0,5) \Omega$
$L_x$	$(4,7 \pm 1,7) mH$	$(4,82 \pm 0,07) mH$

Tabelle 5: Mit der Apparatur ermittelte Größen

## 7 Fazit

Alle drei Aufgaben waren sehr gut durchführbar. Alle Geräte haben durchgehend funktioniert und waren leicht zu bedienen. Besonders das moderne Oszilloskop sorgte für vergleichsweise gute Messdaten. Die Ergebnisse waren zufriedenstellend und wir können die Versuche zu den Wechselstromkreisen auf jeden Fall zu den angenehmen und gleichzeitig interessanten Versuchen zählen.

## 8 Quellenangabe

- GPII-Skript
- Platzskript
- Die Graphen wurden mit GNU-Plot erstellt
- Die Schaltpläne wurden mit Xcircuit erstellt

---

Datum, Dominik Wille

---

Datum, Alexander Heinisch