

Fabry-Perot-Etalon

Alexander Heinisch, Dominik Wille

28. Mai 2013

Tutor	Diana Prychnenky
Durchführung	08. Mai 2013
E-Mail Dominik	dominik.wille@fu-berlin.de
E-Mail Alexander	matthias.heinisch@gmx.de

Inhaltsverzeichnis

1	Ziele des Versuchs	3
2	Physikalische Grundlagen	3
2.1	Vielstrahleninterferenz	3
2.2	Fabry-Perot-Etalon	3
2.3	Freier Spektralbereich	4
2.4	Fabry-Perot-Spektrometer	5
2.5	Auflösungsvermögen des Fabry-Perot-Etalon	6
3	Aufgabenstellung	6
4	Aufgabe 1	7
5	Aufgabe 2	8
5.1	Fehlerabschätzung	8
5.2	Gegebenes	8
5.3	Beobachtung	9
5.4	Messwerte und Graph	9
5.5	Auswertung	10
5.6	Fazit	11
6	Aufgabe 3	11
6.1	Fehlerabschätzung	11
6.2	Gegebenes	11
6.3	Beobachtung	11
6.4	Messwerte und Graphen	12
6.5	Auswertung	14
6.6	Fazit	15
7	Aufgabe 4	15
7.1	Auswertung	15
7.2	Fazit	16
8	Fazit	16
9	Quellenangabe	17

1 Ziele des Versuchs

Experimentelle Einführung in das FABRY-PEROT-INTERFEROMETER als wichtiges Bauteil hochauflösender Spektralapparate und der Lasertechnik

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Vielstrahleninterferenz

Bei der Beugung von Licht an einem Einfach- oder einem Doppelspalt entsteht ein Interferenzmuster mit breiten Hauptmaxima und relativ dünnen Minima. Diese werden durch den Gangunterschied der Elementarwellen und die darauf folgende konstruktive bzw. destruktive Interferenz, hervorgerufen. Im Gegensatz dazu steht die Beugung des Lichts an einem optischen Gitter. Aufgrund der periodischen Struktur entstehen Vielfachinterferenzen mit sehr schmalen Interferenzmaxima und breiten Minima. Dies ermöglicht bei verschiedenen messtechnischen und spektroskopischen Anwendungen eine hohe Auflösung.

2.2 Fabry-Perot-Etalon

Ein Fabry-Perot-Etalon (oder auch Fabry-Perot-Interferometer) ist ein optischer Resonator. Er besteht aus zwei parallelen, teilverspiegelten Flächen (G_1 und G_2), zwischen denen eine einfallende ebene Welle (E_e) eine "Zick-Zack-Reflexion" erfährt. Da zwischen den Grenzflächen ein optisches Medium eingeschlossen ist (z.B. Luft), wird der Lichtstrahl in kohärente Teilwellen (E_i) aufgespalten, die miteinander interferieren und eine auslaufende Welle (E_a) bildet. Den Gangunterschied berechnen wir mit

$$\delta = \overline{AC} + \overline{CD} - \overline{AB} = \frac{2d}{\cos\alpha} - \frac{2d \cdot \sin^2\alpha}{\cos\alpha} = 2d \cdot \cos\alpha \quad (1)$$

Wobei A, B und C nacheinander die Punkte der Reflexion an den Spiegeln sind, α ist der Einfallswinkel und d der Plattenabstand. Daraus folgt, dass sich der Gangunterschied verkleinert, wenn α größer wird.

Des Weiteren können wir einen Gangunterschied durch Phasensprünge bei den Reflexionen vernachlässigen, da er bei Transmissionen einem ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge entspricht. Daraus folgt für transmittiertes Licht

$$\delta = 2 \cdot d \cdot \cos\alpha = z \cdot \lambda \quad \text{mit } z = 1, 2, 3... \quad (2)$$

Somit ist ersichtlich, dass nur dann Interferenzmaxima entstehen, wenn α oder λ Gl. (2) erfüllen.

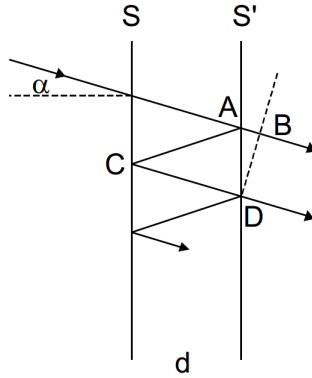


Abbildung 1: Aufbau Fabry-Perlot-Interferometer [GP 2 Skript]

Die Phasengröße ϕ bezeichnet den Gangunterschied in Einheiten der Wellenlänge, dich sich wie Folgt berechnet

$$\phi = \frac{\delta}{\lambda} \quad (3)$$

Man nennt die ganzzahligen Werte Z von ϕ Interferenzordnung der Maxima.

2.3 Freier Spektralbereich

In einem Dispersionsgebiet, kann man die ungestörten Wellenlängen eines Spektralapparats untersuchen. Als Bedingung für Interferenz gilt immer noch (2), wobei man hier zwischen zwei Fälle unterscheidet. Entweder unterscheiden sich zwei benachbarte Maxima durch einen Ordnungsunterschied $\Delta z = 1$ bei gleicher Wellenlänge, oder durch eine Wellenlängendifferenz $\Delta\lambda$ bei gleicher Ordnung. Somit wird aus (2)

$$(z + 1)\lambda = z(\lambda + \Delta\lambda) \quad (4)$$

Daraus folgt für den freien Spektralbereich des Etalons

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{z} \quad \text{oder} \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{z} \quad (5)$$

Will man also ein nahezu monochromatisches Licht untersuchen oder eine Feinuntersuchung enger Wellenlängenbereiche durchführen, verwendet man den FABRY-PEROT-ETALON, welcher wegen seinem kleinen Dispersionsgebiet bei großen z besonders gut geeignet ist.

2.4 Fabry-Perot-Spektrometer

Wollen wir nun den Etalon als Spektrometer verwenden, müssen wir ihn mit divergentem Licht beleuchten, von dem unter einem bestimmten Einfallswinkel nur genau eine Farbe passieren kann. Dabei werden durch die Rotationssymmetrie der optischen Anordnung in der Brennebene der Linse konzentrische Ringe gleicher Neigung (Haidingersche Ringe) abgebildet. Nun setzen wir für den Neigungswinkel α und $\cos \alpha$ näherungsweise

$$\alpha = \frac{r}{f} \quad \text{und} \quad \cos \alpha = 1 - \frac{1}{2}\alpha^2 \quad (6)$$

für die Brennweite f der Linse und Radius r des Ringes, setzen wir Gl.(6) in Gl.(2) ein, woraus folgt:

$$z \approx \frac{2d}{\lambda} \left[1 - \frac{r^2}{2f^2} \right] \quad (7)$$

oder:

$$\frac{2d}{\lambda} \approx z \left[1 + \frac{r^2}{2f^2} \right] \quad (8)$$

Um nun z aus den Gleichungen zu eliminieren, misst man bei bekannten Größen f, λ und d mindestens zwei Radien des Ringsystems und erhält für den Grenzflächenabstand

$$d = i \frac{\lambda f^2}{r_i^2 - r_0^2} \quad (9)$$

mit $i = 1, 2, 3, \dots$ dem Index des Ringes. Sind d und z nicht bekannt, kann man die Wellenlänge λ und $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$ einer Ordnung mit den Radien r und r' berechnen. Wir benutzen Gl.(7) nach λ umgestellt und subtrahieren λ' :

$$\lambda' - \lambda = \frac{2d}{z} \cdot \frac{1}{2f^2} (r^2 - r'^2) \quad (10)$$

wobei $\frac{2d}{z} \approx \lambda$ gilt, ergibt das:

$$\Delta\lambda \approx \frac{\lambda}{2f^2} (r^2 - r'^2) \quad (11)$$

berechnen. Die Herleitung erfolgt später in Aufgabe 2. Da die Ordnung eliminiert wurde, lässt die Genauigkeit nach, was zur Folge hat, dass man die Größen d und z möglichst genau bestimmen muss.

2.5 Auflösungsvermögen des Fabry-Perot-Etalon

Will man die genaue Intensitätsverteilung um ein Interferenzmaximum in Abhängigkeit der Phasengröße ϕ bestimmen, benötigt man die AIRY-FORMEL

$$\frac{I}{I_0} = \left[\frac{T}{1-R} \right]^2 \cdot \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \cdot \sin^2 \phi \pi} \quad (12)$$

mit dem Transmissionsgrad T und Reflexionsgrad R der Platten. Dafür folgt für die Halbwertsbreite $2\Delta z$ der Interferenzmaxima näherungsweise für kleine Winkel

$$2\Delta z = \frac{1-R}{\pi\sqrt{R}} \quad (13)$$

3 Aufgabenstellung

Aufgabe 1

Aufbau und Justierung der Apparatur.

Aufgabe 2

Bestimmung des Plattenabstandes eines FABRY-PEROT-ETALON mit der roten 643,9-nm-Linie von Cadmium und Berechnung der (ungefähren) Interferenzordnung.

Aufgabe 3

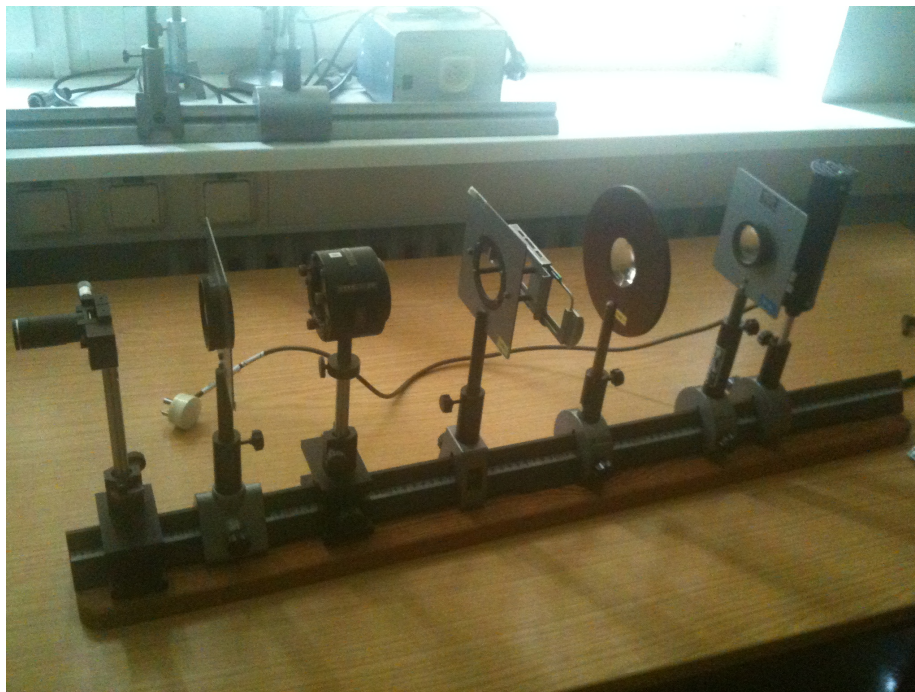
Relative Bestimmung der Wellenlängen der grünen und der dunkelblauen Linie des Cadmium-Spektrums.

Aufgabe 4

Abschätzung der Linienbreite der Interferenzmaxima für die rote Linie und Vergleich mit der erwarteten instrumentellen Linienbreite.

4 Aufgabe 1

Der Aufbau der Apparatur war an sich relativ trivial, da die meisten Linsen etc. schon auf der Schiene befestigt waren. An sich mussten wir nur noch die passende Lampe finden und alle Linsen in die passenden Abständen schieben. Als nächstes mussten wir alle Linsen und den Fabry-Perlot-Etalon in die richtige Höhe bringen, damit der Strahlengang der Cadmium-Lampe ungehindert im Okular ankam. Als wir alle Fehler korrigiert hatten, mussten wir nur noch den Filter in die Halterung einsetzen und das Fadenkreuz im Okular auf den von innen zehnten Ring des Interferenzmusters einstellen.



Aufbau, von links nach rechts:

- Okular
- Objektivlinse ($f = 100 \pm 2$)mm
- Etalon
- Farbfilter
- 1. Konvexlinse ($f = 155 \pm 2$)mm
- 2. Konvexlinse ($f = 120 \pm 2$)mm
- Cadmium-Lampe

5 Aufgabe 2

Nach der Justierung der Apparatur wurden die Radien der Ringe nacheinander von uns aufgenommen, welche anschließend mit der Formel

$$r = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x_{i,links} + x_{a,links}}{2} - \frac{x_{i,rechts} + x_{a,rechts}}{2} \right)$$

berechnet wurden. Hierbei bezeichnet: $x_{i/a,links/rechts}$ den Abstand vom Mittelpunkt bis zum inneren/äußeren Rand vom Kreis nach links/rechts. Da bei der Messung der Radius des ersten Rings nicht bestimmbar war, wird der Radius des zweiten Rings $r_{z=2}$ als Referenzwert benutzt. Um eine Ursprungsgerade zu erhalten wird der Parameter $j = z - 2$ eingeführt.

5.1 Fehlerabschätzung

Da es sich um eine optische Messung handelt und nur mit der Genauigkeit der Augen gemessen wurde ist von einem großen Fehler auszugehen. Da die erkennbaren Ringe jeweils innen und außen abgemessen wurden, bietet es sich an, deren halbe Dicke als Fehler zu betrachten. Weil es sich um einen Fehler handelt wird die Quadratsumme herangezogen.

$$\begin{aligned} \Delta r &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\Delta x_{links}^2 + \Delta x_{rechts}^2} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{x_{i,links} - x_{a,links}}{2} \right)^2 + \left(\frac{x_{i,rechts} - x_{a,rechts}}{2} \right)^2} \end{aligned}$$

Da nicht r , sondern $(r_0^2 - r_j^2)$ graphisch aufgetragen wird, muss auch dieser Fehler bestimmt werden:

$$\begin{aligned} \Delta (r_0^2 - r_j^2) &= \sqrt{\left(\frac{\partial (r_0^2 - r_j^2)}{\partial r_0} \cdot \Delta r_0 \right)^2 + \left(\frac{\partial (r_0^2 - r_j^2)}{\partial r_j} \cdot \Delta r_j \right)^2} \\ &= \sqrt{(2r_0 \cdot \Delta r_0)^2 + (2r_j \cdot \Delta r_j)^2} \end{aligned}$$

5.2 Gegebenes

Gegeben ist die Wellenlänge der roten Spektrallinie mit $\lambda = 643,9 \text{ nm}$ und die Brennweite der Objektivlinse mit $f = (10 \pm 0,5) \text{ cm}$. Der Fehler der Wellenlänge ist schwierig abzuschätzen, da er durch Quantenmechanische Unschärfen der Energie entsteht. Es wird im Rahmen dieser Aufgabe davon ausgegangen, dass er vernachlässigbar klein ist. Zusammengefasst ergibt sich:

$$\begin{aligned} \lambda &= 643,9 \text{ nm} \\ f &= (10,0 \pm 0,5) \text{ cm} \end{aligned}$$

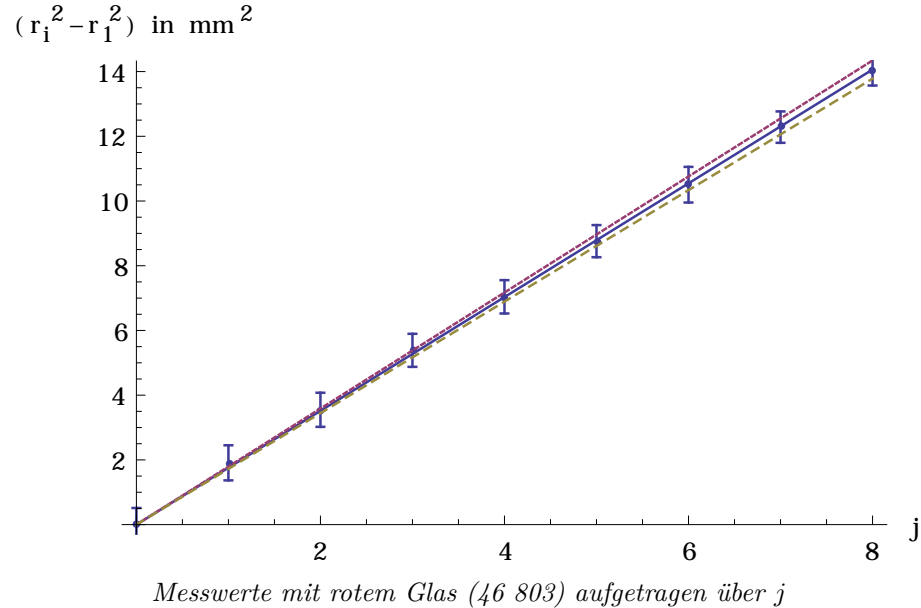
5.3 Beobachtung

Im Okular waren, nach guter Positionierung der Objektivlinse, rote Ringe zu sehen. Diese Ringe wurden dann vermessen, indem das im Okular vorhandene Fadenkreuz jeweils auf die Ränder der Ringe ausgerichtet wurde und die Position notiert wurde. Die Position wurde von der Mikrometerschraube abgelesen, mit der auch die Positionierung vorgenommen wurde.

5.4 Messwerte und Graph

Ordnung n	$x_{i,links}$ mm		$x_{i,rechts}$ mm		r mm	$(r_i^2 - r_0^2)$ mm^2
1	N/A	- 9,73	N/A	- 11,78	1,025	
2	9,48	- 9,15	12,01	- 12,39	$1,44 \pm 0,13$	$0,00 \pm 0,51$
3	8,81	- 8,52	12,52	- 12,80	$2,00 \pm 0,10$	$1,91 \pm 0,54$
4	8,44	- 8,25	12,96	- 13,22	$2,373 \pm 0,081$	$3,54 \pm 0,53$
5	8,08	- 7,88	13,36	- 13,53	$2,733 \pm 0,066$	$5,386 \pm 0,51$
6	7,79	- 7,60	13,94	- 13,81	$3,020 \pm 0,061$	$7,04 \pm 0,52$
7	7,50	- 7,35	13,81	- 14,08	$3,293 \pm 0,052$	$8,76 \pm 0,50$
8	7,24	- 7,08	14,17	- 14,34	$3,548 \pm 0,058$	$10,50 \pm 0,55$
9	7,02	- 6,90	14,48	- 14,60	$3,790 \pm 0,042$	$12,28 \pm 0,48$
10	6,75	- 6,62	14,67	- 14,77	$4,018 \pm 0,041$	$14,06 \pm 0,49$

Tab. 2.1: Messwerte für das rote Farbglas (46 803)



Die Steigung b wurde mittels linearer Regression bestimmt zu

$$b = (1,758 \pm 0,035) \text{ mm}^2$$

5.5 Auswertung

Um aus den vorhandenen Messungen auf den Abstand d der Spiegel zu kommen, wird die Gleichung (11) herangezogen und $j = z - 2$ eingesetzt.

$$j + 2 = \frac{2d}{\lambda} \left(1 - \frac{r_j^2}{2f^2} \right) \quad (14)$$

Und im Spezialfall $j = 0$

$$\begin{aligned} 2 &= \frac{2d}{\lambda} \left(1 - \frac{r_0^2}{2f^2} \right) \\ \Rightarrow \frac{2d}{\lambda} &= \frac{2}{1 - \frac{r_0^2}{2f^2}} \end{aligned}$$

Setzt man das in (14) ein, erhält man:

$$\begin{aligned} j + 2 &= 2 \cdot \frac{1 - \frac{r_j^2}{2f^2}}{1 - \frac{r_0^2}{2f^2}} \\ &= 2 \cdot \frac{1 - \frac{r_j^2}{2f^2} - \frac{r_0^2}{2f^2} + \frac{r_0^2}{2f^2}}{1 - \frac{r_0^2}{2f^2}} \\ &= 2 \cdot \left(\frac{1 - \frac{r_0^2}{2f^2}}{1 - \frac{r_0^2}{2f^2}} + \frac{-\frac{r_j^2}{2f^2} + \frac{r_0^2}{2f^2}}{1 - \frac{r_0^2}{2f^2}} \right) \\ &= 2 \cdot \left(1 + \frac{-\frac{r_j^2}{2f^2} + \frac{r_0^2}{2f^2}}{\frac{\lambda}{d}} \right) \\ &= 2 + \frac{d}{\lambda f^2} (r_0^2 - r_j^2) \\ \Rightarrow j &= \frac{d}{\lambda f^2} (r_0^2 - r_j^2) \end{aligned}$$

Somit gilt als Messgleichung:

$$(r_0^2 - r_j^2) = j \cdot \frac{\lambda f^2}{d}$$

Mit der Steigung:

$$b = \frac{\lambda f^2}{d} \quad (15)$$

Nun ist der Plattenabstand d bestimmbar durch:

$$\begin{aligned} d &= \frac{\lambda f^2}{b} = 3,66 \text{ mm} \\ \Delta d &= d \cdot \sqrt{\left(\frac{2\Delta f}{f} \right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b} \right)^2} = 0,16 \text{ mm} \end{aligned}$$

5.6 Fazit

Da kein Vergleichswert vorliegt, kann der errechnete Plattenabstand nicht verglichen werden. Der vorhandene Fehler wird die Bestimmung der Wellenlänge in Aufgabe 3 ungenau machen. Als Endergebnis für den Plattenabstand wurde

$$d = (3,7 \pm 0,2) \text{ mm}$$

ermittelt.

6 Aufgabe 3

Prinzipiell ist das Vorgehen bei der Ausführung identisch zu dem in Aufgabe 2. Bei der Auswertung ist jedoch nicht der Plattenabstand d sondern die Wellenlänge λ gesucht, die Formel (15) wird daher nach λ aufgelöst. Alexander Heinisch nahm die Messung mit blauen Filter vor, Dominik Wille die mit dem grünen Filter.

6.1 Fehlerabschätzung

Identisch zu Aufgabe 2 wird der Fehler des Radius' bestimmt aus

$$\Delta r = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{x_{i,links} - x_{a,links}}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_{i,rechts} - x_{a,rechts}}{2}\right)^2}$$

$$\Delta (r_0^2 - r_j^2) = \sqrt{(2r_0 \cdot \Delta r_0)^2 + (2r_j \cdot \Delta r_j)^2}$$

6.2 Gegebenes

Um die Wellenlänge in dieser Aufgabe zu bestimmen, wird der ermittelte Plattenabstand d aus Aufgabe 2 verwendet. Die Gegeben Daten sind daher:

$$\begin{aligned} d &= (3,66 \pm 0,16) \text{ mm} \\ f &= (10,0 \pm 0,5) \text{ cm} \end{aligned}$$

6.3 Beobachtung

Qualitativ zeigte das Bild sowohl beim blauen als auch beim grünen Glas wieder Kreise in der Farbe des Filters, also in diesem Fall blau oder grün. Quantitativ waren die Kreise jedoch kleiner als bei dem roten Filter. Die blauen Kreise waren dabei am kleinsten.

6.4 Messwerte und Graphen

Ordnung n	$x_{i,links}$ mm	$x_{i,rechts}$ mm	r mm	$(r_i^2 - r_0^2)$ mm^2
1	N/A - 9,90	N/A - 11,59	0,085	
2	9,61 - 9,35	11,78 - 12,10	$1,23 \pm 0,10$	$0,00 \pm 0,36$
3	9,18 - 8,96	12,25 - 12,49	$1,650 \pm 0,081$	$1,21 \pm 0,37$
4	8,86 - 8,63	12,58 - 12,81	$1,975 \pm 0,081$	$2,39 \pm 0,41$
5	8,49 - 8,32	12,91 - 13,15	$2,313 \pm 0,074$	$3,83 \pm 0,42$
6	8,18 - 8,04	13,25 - 13,41	$2,610 \pm 0,053$	$5,30 \pm 0,38$
7	7,92 - 7,81	13,52 - 13,78	$2,893 \pm 0,070$	$6,85 \pm 0,48$
8	7,71 - 7,54	13,79 - 14,00	$3,135 \pm 0,068$	$8,32 \pm 0,49$
9	7,43 - 7,33	14,15 - 14,27	$3,415 \pm 0,039$	$10,15 \pm 0,37$
10	7,25 - 7,18	14,39 - 14,47	$3,608 \pm 0,027$	$11,50 \pm 0,32$

Tab. 3.1: Messwerte für das blaue Farbglas Phywe (8402)

Ordnung n	$x_{i,links}$ mm	$x_{i,rechts}$ mm	r mm	$(r_i^2 - r_0^2)$ mm^2
1	10.3 - 9.81	11.07 - 11.5	0.615	
2	9.52 - 9.31	11.94 - 12.12	1.308 ± 0.070	0.00 ± 0.26
3	9.02 - 8.82	12.35 - 12.53	1.760 ± 0.068	1.39 ± 0.30
4	8.70 - 8.56	12.77 - 12.86	2.093 ± 0.042	2.67 ± 0.26
5	8.38 - 8.28	13.50 - 14.16	2.750 ± 0.170	5.86 ± 0.94
6	8.10 - 7.95	14.33 - 14.43	3.178 ± 0.046	8.39 ± 0.34
7	7.74 - 7.21	14.56 - 14.65	3.565 ± 0.140	11.00 ± 0.98
8	7.58 - 7.52	14.70 - 14.77	3.593 ± 0.024	11.20 ± 0.25
9	7.43 - 7.31	15.02 - 15.10	3.845 ± 0.037	13.08 ± 0.34
10	7.22 - 7.17	15.20 - 15.29	4.025 ± 0.026	14.50 ± 0.28

Tab. 3.2: Messwerte für das grüne Farbglas Phywe (8404)

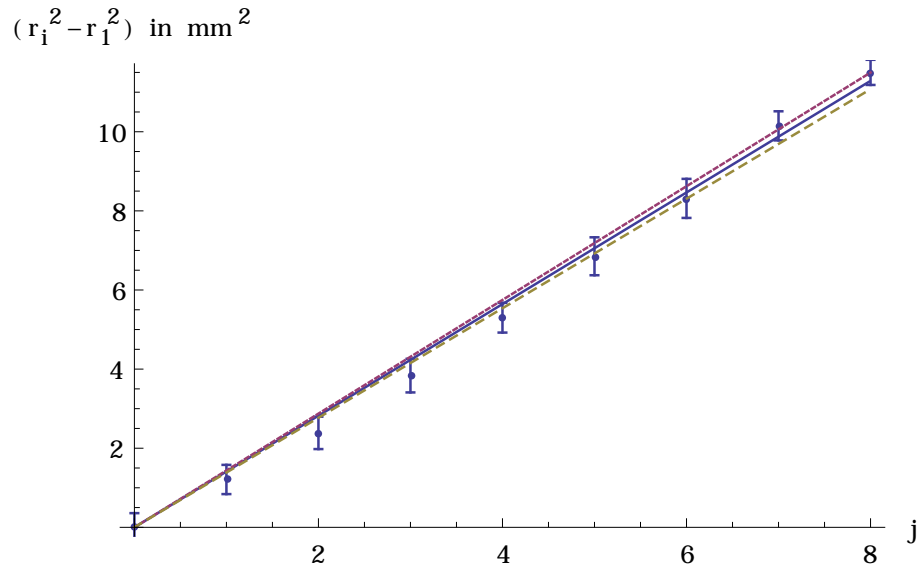


Abbildung. 3.1: Messwerte mit blauen Farbglas Phywe (8402) aufgetragen über j

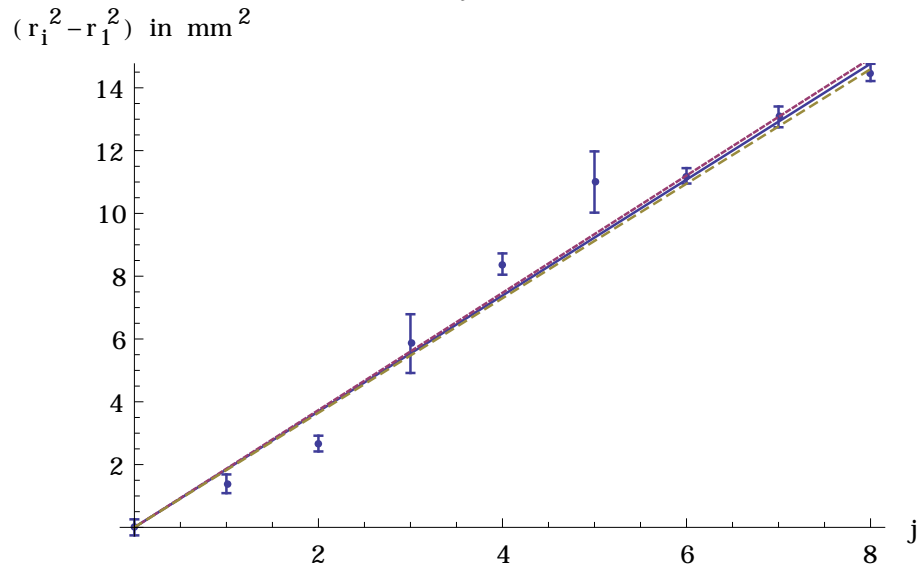


Abbildung. 3.2: Messwerte mit grünem Farbglas Phywe (8404) aufgetragen über j

Die Steigungen b wurde mittels linearer Regression bestimmt zu:

$$b_{\text{blau}} = (1,411 \pm 0,026) \text{ mm}^2$$

$$b_{\text{grün}} = (1,846 \pm 0,022) \text{ mm}^2$$

6.5 Auswertung

Um die Wellenlänge aus den gemessenen Daten bestimmen zu können, wird Gleichung (15) nach λ aufgelöst. Das ergibt:

$$\lambda = \frac{bd}{f^2}$$

Für den Fehler folgt daraus:

$$\begin{aligned}\Delta\lambda &= \sqrt{\left(\frac{\partial\lambda}{\partial b} \cdot \Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial f} \cdot \Delta f\right)^2} \\ &= \lambda \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta f}{f}\right)^2}\end{aligned}$$

Ausgerechnet ergibt das:

$$\lambda_{\text{blau}} = (516 \pm 13) \text{ nm}$$

$$\lambda_{\text{grün}} = (676 \pm 15) \text{ nm}$$

Zum Vergleich gilt für die Literaturwerte:

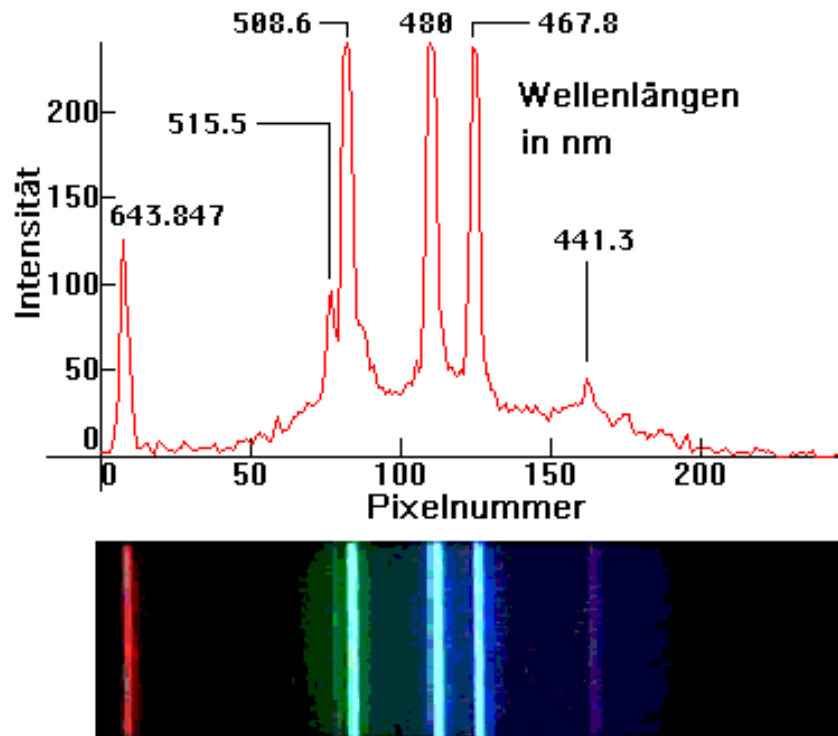


Abbildung. 3.3: Darstellung der Hauptmaxima einer Cadmium-Lampe

6.6 Fazit

$$\lambda_{blau} = (520 \pm 20) \text{ nm}$$

$$\lambda_{grün} = (680 \pm 20) \text{ nm}$$

Endergebnis für λ_{blau} und $\lambda_{grün}$

Im Endergebnis wird klar, dass die Linien nicht zuordbar sind. Das hat verschiedene Ursachen. Zum einen ist die Messung des Plattenabstands d zu ungenau gewesen um eindeutige Zuordnungen zu gewährleisten, zum anderen sind die Ergebnisse nicht plausibel. Ein Grüner Filter sollte Emissionslinien mit kürzeren Wellenlängen passieren lassen als der rote Filter, die Ermittelte Wellenlänge beim grünen Filter ist aber länger. Und auch die mit dem blauen Filter ermittelte Wellenlänge passt nicht ins blaue Spektrum des sichtbaren Lichts.

Zu sehen ist auch, dass Dominik Wille offensichtlich deutlich schlechter abgelesen hat als Alexander Heinisch, denn die Streuung der Messwerte ist beim grünen Filter am größten.

7 Aufgabe 4

7.1 Auswertung

Nun sollen wir die Linienbreite schätzen, wozu wir den kleinsten erkennbaren Ring benutzen

Ring i	Ringabmessung rechts [mm]		Ringabmessung links [mm]	
	Position innen	Position außen	Position innen	Position außen
1	9.48 ± 0.17	9.15 ± 0.17	12.01 ± 0.19	12.39 ± 0.19
	Radius innen [mm]	Radius außen [mm]	Radius gemittelt [mm]	
1	1.27 ± 0.13	1.62 ± 0.13	1.45 ± 0.19	

Tab. 4.1: innerstes vermessene Maxima

Die Linienbreite L bestimmen wir nun über die Gl.(11)

$$L \approx \Delta\lambda \approx \frac{\lambda}{2f^2}(r^2 - r'^2)$$

Der Fehler errechnet sich aus der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta L = \sqrt{\frac{(r_a^2 - r_i^2)^2 \Delta\lambda^2}{4f^4} + \frac{(r_a^2 - r_i^2)^2 \Delta L^2 \lambda^2}{f^6} + \frac{r_a^2 \Delta r_a^2 \lambda^2}{f^4} + \frac{r_i^2 \Delta r_i^2 \lambda^2}{f^4}} \quad (16)$$

Daraus folgt für $L = (33.57 \pm 2)pm$

Um nun den theoretischen Wert zu berechnen, benutzen wir die Airy-Formel für näherungsweise kleine Winkel Gl.(13)

$$L_{theo} = \frac{2\Delta z \cdot \lambda}{z} = \frac{\frac{1-R}{\pi\sqrt{R}}\lambda}{z}$$

Und für den Fehler:

$$\Delta L_{theo} = \sqrt{\left(\frac{\partial L_{theo}}{\partial R} \cdot \Delta R\right)^2 + \left(\frac{\partial L_{theo}}{\partial z} \cdot \Delta z\right)^2}$$

$$\Delta L_{theo} = \sqrt{\frac{(1-R)^2 \cdot \Delta z^2 \lambda^2}{\pi^2 \cdot R \cdot z^4} + \Delta R \left(\frac{-(1-R)\lambda}{2\pi R^{\frac{3}{2}} \cdot z} - \frac{\lambda}{\pi \cdot \sqrt{R} \cdot z}\right)^2}$$

Mit $R = 80\%$, $z = 11374.2$ und $\Delta R = 5$ (was wir nicht genau kannten und so festlegten) folgt für $L = (4.1 \pm 1.3)pm$

7.2 Fazit

Die große Abweichung zwischen dem theoretischen Wert $L=(4.1\pm1.3)pm$ und dem berechneten Wert $L=(33\pm2)pm$ liegt wahrscheinlich größtenteils an der subjektiven Wahrnehmung des menschlichen Auges, da es, wie bei vielen optischen Versuchen, mit der Zeit immer anstrengender wird und die Konzentration nachlässt. Weitere Fehlerquellen sind das Auflösungsvermögen des Versuchsaufbaus, sowie die quantenmechanischen Effekte der Dopplerverbreiterung (Effekte, welche durch die thermische Bewegung der Atome auftreten) und die Druckverbreiterung (welche durch die verringerte Lebensdauer der Cadmium-Atome durch Stöße verursacht wird). Noch weitere Ringe zu messen hätte die Auswertung genauer gemacht, aber schon die zehnte Ordnung war recht schwer zu erkennen.

8 Fazit

Im Allgemeinen verlief die Messung selbst relativ gut, nur haben wir entweder dort oder eben bei der Auswertung der Messdaten einen gravierenden Fehler begangen, sodass wir auf vollkommen verkehrte Werte für die roten bzw. blauen Wellenlängen kamen. Auch nach längerem Suchen des Fehlers, fanden wir die Ursache leider nicht. Aufgabe 1 und 4 ergaben hingegen befriedigende Ergebnisse. Auch bei Aufgabe 2 sieht das Ergebnis gut aus, wobei uns ja hier, wie schon zuvor erwähnt, Vergleichswerte fehlen, um dies mit Bestimmtheit sagen zu können.

9 Quellenangabe

- GPII-Skript
- <http://physics.nist.gov/PhysRefData/Handbook/Tables/cadmiumtable2.htm>

Datum, Dominik Wille

Datum, Alexander Heinisch