5. Übung | **Informatik A** | **WS 13/14**

Klaus Kriegel | **Abgabe: 25.11.2013, 12:00 Uhr**

Aufgabe 1: **Resolutionskalkül** (3+4 Punkte)

Verwenden Sie den Resolutionskalkül, um die KNF s auf Erfüllbarkeit und die DNF t auf Tautologie zu testen:

$$s = (x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3)$$
$$t = \neg x_1 \vee x_1 \wedge x_2 \wedge x_4 \vee x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \vee x_2 \wedge x_3$$

Aufgabe 2: **Resolutionskalkül: exponentielle Laufzeit** (4 Punkte)

Begründen Sie, dass der Resolutionskalkül für die KNF mit der Klauselmenge

$$\mathcal{K} = \{\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}, \{\overline{x_1}\}, \{\overline{x_2}\}, \ldots \{\overline{x_{n-1}}\}\}$$

exponentielle Laufzeit gemessen an den Formelgröße $m = \sum_{K \in \mathcal{K}} |K|$ hat. Exponentiell bedeutet hier $\geq c_1 \cdot 2^{c_2 \cdot m}$ für zwei geeignete Konstanten $c_1 > 0$ und $c_2 > 0$.
Hinweise: 1) Es genügt zwei Dinge zu zeigen, nämlich i), dass die Anzahl der ableitbaren Resolventen exponentiell ist (im Sinne der oberen Ungleichung), und ii), dass der Algorithmus auch wirklich gezwungen ist, alle möglichen Resolventen zu erzeugen, bevor er terminiert.
2) Wer Probleme hat, eine entsprechende Abhängigkeit von m zu formulieren, sollte mit einer Abhängigkeit von n beginnen und am Ende nach m umstellen.

Aufgabe 3: **Tautologietest für KNF** (3 Punkte)

Es sei t ein Boolescher Term in KNF. Beschreiben Sie eine einfache und effiziente Methode, um t auf Tautologie zu prüfen (effizient soll hier bedeuten, dass die Überprüfung in polynomieller Zeit erfolgt, wieder gemessen an den Formelgröße).
Hinweis: Man kann auch überlegen, wie man eine DNF effizient auf Erfüllbarkeit testen kann und das auf die Aufgabenstellung übertragen.

Aufgabe 4: **Hornformeln I** (2+3 Punkte)

Formen Sie den folgenden Term t in eine äquivalente Hornformel um, untersuchen Sie die Erfüllbarkeit mit dem Markierungsalgorithmus und geben Sie bei positiver Antwort eine erfüllende Belegung an:

$$t = (x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_2 \wedge x_4 \to x_1) \wedge \neg(x_1 \wedge x_3 \wedge \neg x_4) \wedge (1 \to x_3) \wedge (x_2 \wedge x_3 \to 0) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3)$$

Aufgabe 5: **Hornformeln II** (3 Punkte)

Begründen Sie, dass man die Disjunktion nicht als Hornformel darstellen kann.
Hinweis: Auch mit guter Verpackung ist die Feststellung, dass man keine Idee zur Darstellung von $x_1 \vee x_2$ als Hornformel hat, natürlich keine Begründung. Man kann aber Folgendes beweisen und dann anwenden: Ist t eine Hornformel, für welche die Null-Belegung nicht erfüllend ist, dann wird t höchstens von der Hälfte aller Belegungen erfüllt.