Sarah Zewge und Dominik Wille - Freitags

1 Rekursion

```
g :: Int -> Int
g n = g_ n 3 [2, 1, 0]

g_ :: Int -> Int -> [Int] -> Int
g_ n k l
  | (n < 3)   = n
  | (n == k)  = g__ l
  | otherwise = g_ n (k + 1) ([g__ l] ++ l)

g__ :: [Int] -> Int
g__ (g1:g2:g3:l) = g1 + 2 * g2 - g3
```

2 Tupel

a)

```
pointOnLine (a, b) (m, n) = (b == m * a + n)
pointOverLine (a, b) (m, n) = (b > m * a + n)
```

b)

```
lineThrough (a, b) (c, d)
  | (a == c)  = error "That is not possible (x1 = x2)"
  | (a < c)   = (((d - b) / (c - a)), (-((d - b) / (c - a)) * a + b))
  | otherwise = lineThrough (c, d) (a, b)
```

c)

```
crossing (m, n) (o, p)
  | (m == o)  =  error "That is not possible (Lines have the same slope)"
  | otherwise = (((p - n) / (m - o)), ((p * m - n * o) / (m - o)))
```

d)

```
parallelThrough (m, n) (a, b) = (m, (-m * a + b))
```

3 Binominialkoeffitienten

a)

```
factorial n
  | (n <= 1)  = 1
  | otherwise = n * factorial (n - 1)

biomDef n k = (factorial n) / (factorial k) / (factorial (n - k))
```

b)

$$\begin{aligned}
\binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1} &= \frac{(n-1)!}{k!(n-k-1)!} + \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} && (1)\\
&= \frac{(n-1)!(n-k)}{k!(n-k)!} + \frac{(n-1)!k}{k!(n-k)!} && (2)\\
&= \frac{n(n-1)!}{k!(n-k)!} && (3)\\
&= \frac{n!}{(n-k)!} && (4)\\
&= \binom{n}{k} \quad \textbf{q.e.d.} && (5)
\end{aligned}$$

c)

```
biomRec n k
  | (n == k || k == 0) = 1
  | otherwise          = (biomRec (n - 1) k) + biomRec (n - 1) (k - 1)
```

d)

```
countCalls n k = countCalls_ n k 0
countCalls_ n k a
  | (n == k || k == 0) = a + 1
  | otherwise = (countCalls_ (n-1) k (a+1)) + countCalls_ (n-1) (k-1) (a+1)
```

Die Konstanten c, d können beispielsweise beide $= 1$ gewählt werden.

e)

Um den Beweis möglichst einfach zu machen werde ich tatsächlich nur die geraden Therme von n betrachten. Es sei dabei $2k = n$. Zeigen möchten wir, dass `binomRec 2k k` midestens 2^k Aufrufe hat.

Induktionsanfang:
`biomRec 0 0` hat einen Aufruf

Induktionsschritt:
`biomRec 2(k + 1) (k + 1)` Macht auf jeden Fall zwei Aufrufe auf `biomRec 2k k` und hat daher midestens doppelt so viele Aufrufe wie `biomRec 2k k`. Das heißt die Aufrufe steigen midestens exponentiell mit k. **q.e.d.**