2. Übung	**Informatik A**	**WS 13/14**
Klaus Kriegel		**Abgabe: 04.11.2011, 12:00 Uhr**

Aufgabe 1: formale Sprachen und strukturelle Induktion (2 + 4 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$ ein Alphabet und $L \subseteq \Sigma^*$ wie folgt rekursiv definiert:

$$L = \{\varepsilon\} \cup a \circ L \circ b \cup b \circ L \circ a \cup L \circ L$$

Intuitiv kommt man schnell zu der Hypothese, dass L die Menge aller Wörter gerader Länge aus Σ^* ist, in denen die gleiche Anzahl von a's und b's vorkommt. Jetzt soll das mit verallgemeinerter Induktion nach der Wortlänge **bewiesen** werden. Für einen einheitlichen Ansatz sollten die folgenden Bezeichner verwendet werden: Ist w ein Wort und $k \leq |w|$, dann sei w_k der Präfix (Anfangsstück) der Länge k von w. Darüber hinaus kann man die Anzahl der a's und b's in w mit $\alpha(w)$ bzw. $\beta(w)$ bezeichnen und $\delta(w) = \alpha(w) - \beta(w)$ setzen. Beachten Sie, dass man zwei Beweise führen muss:

a) Ist $w \in L$ und $|w| = n$, dann ist n gerade und $\delta(w) = 0$ (die einfache Richtung).

b) Ist $|w| = 2n$ gerade und $\delta(w) = 0$, dann ist w in L.

Aufgabe 2: Zahldarstellung I (4 + 2 + 2 Punkte)

a) Stellen Sie die Zahl 1434 im Binär- und Oktalsystem (d.h. Basis $k = 2$ und $k = 8$) dar, sowie in den Zahlsystemen zur Basis $k = 3$ und $k = 5$.

b) Übertragen Sie die Schulmethoden zur Addition und Multiplikation von Dezimalzahlen auf andere Systeme. Stellen Sie dazu die Zahlen 13 und 28 im Binärsystem dar, führen Sie die Addition und Multiplikation dieser beiden Zahlen aus und überprüfen Sie die Korrektheit der Ergebnisse.

c) Führen Sie die Berechnungen aus b) noch einmal im System mit der Basis $k = 5$ aus.

Aufgabe 3: Zahldarstellung II (2 Punkte)

In der Vorlesung wurde besprochen, wie man (in Analogie zu Dezimalbrüchen) rationale Zahlen als endliche oder periodische Brüche im k–nären System darstellen kann.

Berechnen Sie die abbrechende oder periodische Darstellung des Bruchs $\frac{8}{13}$ zur Basis $k = 3$ und des Bruchs $\frac{20}{31}$ zur Basis $k = 5$.

Aufgabe 4: Boolesche Algebra (2 Punkte)

Untersuchen Sie die Operationen Implikation und Antivalenz darauf, ob sie assoziativ sind oder nicht.

Aufgabe 5: Boolesche Formeln (2 Punkte)

a) Entfernen Sie im Term $s = (((x \land (\neg z)) \lor y) \land (\neg(x \land (\neg z))))$ alle nicht notwendigen Klammern.

b) Ergänzen Sie im vereinfachten Term $t = y \lor \neg z \land x \lor (x \land \neg z \lor y)$ alle ursprünglichen Klammern und bestimmen sie damit den Rang des Terms.