4. Übung	Informatik A	WS 13/14

Klaus Kriegel **Abgabe: 18.11.2013, 12:00 Uhr**

Aufgabe 1: **KNF und DNF 1** (4 Punkte)

Konstruieren Sie die kanonische DNF und die kanonische KNF für die 3-stellige Boolesche Funktion f, die durch folgende Eigenschaft definiert ist:

$$f(x,y,z) = 1 \Longleftrightarrow \text{ die Zahl } n = 4x + 2y + z \text{ hat beim Teilen durch 4 einen Rest } \geq 2$$

Vereinfachen Sie beide Normalformen soweit wie möglich.

Aufgabe 2: **KNF und DNF 2** (2+1+2+3 Punkte)

Es sei f_n die n-stellige Boolesche Funktion, die genau für solche n-Tupel den Wert 1 annimmt, welche mit i Nullen beginnen und mit $n-i$ Einsen enden (für ein $0 \leq i \leq n$).

a) Konstruieren Sie die kanonische DNF der Funktion f_3 und vereinfachen Sie diese Normalform soweit wie möglich.

b) Aus wie vielen vollständigen Mintermen bzw. Maxtermen besteht die kanonische DNF bzw. KNF der Funktion f_n.

c) Entwickeln Sie eine möglichst einfache KNF für die Funktion f_n.
Hinweis: Wer b) richtig gelöst hat, sollte erkennen, dass die kanonische KNF als Startpunkt schlecht geeignet ist. Überlegen Sie statt dessen, wie man f_n als Konjunktion aus einfachen Implikationen ausdrücken kann.

d) Entwickeln Sie eine DNF für die Funktion f_n, die nur aus $\lceil \frac{n+1}{2} \rceil$ Mintermen besteht und begründen Sie, dass diese Anzahl nicht verkleinert werden kann.

Aufgabe 3: **Vollständigkeit von Signaturen** (3+2+1+2 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass die Signatur $\Sigma_1 = \{0, \rightarrow\}$ vollständig ist, aber die Signatur $\Sigma_2 = \{1, \rightarrow\}$ unvollständig ist.

b) Zeigen Sie, dass die Signatur $\Sigma_3 = \{\wedge, \leftrightarrow, \oplus\}$ vollständig ist (das ist etwas zum Knobeln).

c) Zeigen Sie, das die Signatur $\Sigma_4 = \{\wedge, \vee, \oplus\}$ unvollständig ist.

d) Zeigen Sie, das die Signatur $\Sigma_5 = \{0, 1, \neg, \leftrightarrow, \oplus\}$ unvollständig ist.