

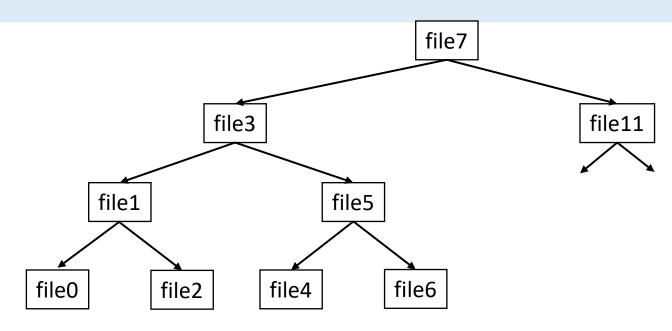
Сегодня мы рассмотрим задачу эффективного хранения списков файлов и экстентов

Напоминание: как организовать список файлов*?

Линейный список, где файлы идут в порядке создания

Дерево поиска

file15, file1, file2, file3, file4, file9, file6, file8, file7, file5, file12, file11, file10, file13, file14, file0



Переход на начало списка:

≈ 10msec

Чтение списка:

≈ 1msec (≈1MB)

Поиск (список уместился в RAM):

<< 1msec

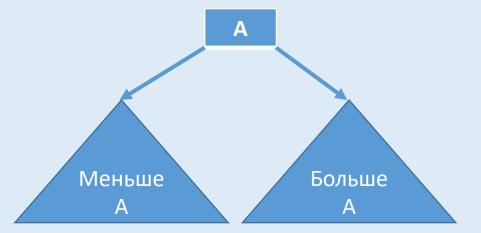
Тут нужны 4 позиционирования читающей головки, т.е. меньше, чем в 40msec мы не уложимся.

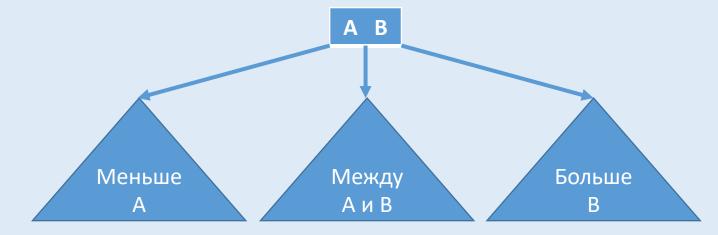
Acronis @ МФТИ

^{*} для простоты пусть каждый прямоугольник на рисунке будет непрерывным блоком на диске

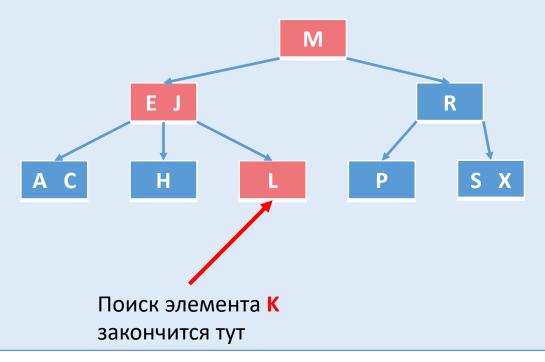
2-3-дерево – один из способов хранить множество элементов. Оно определяется следующими свойствами:

- каждый узел содержит один или два элемента из множества,
- узлы имеют 0, 2 или 3 потомка,
- дерево идеально сбалансировано,
- значения элементов в узлах упорядочены:

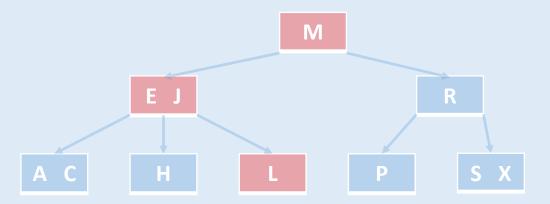


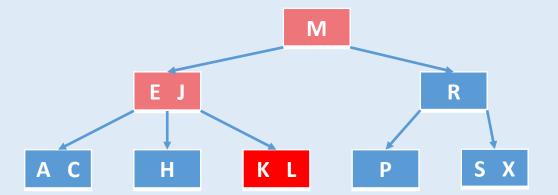


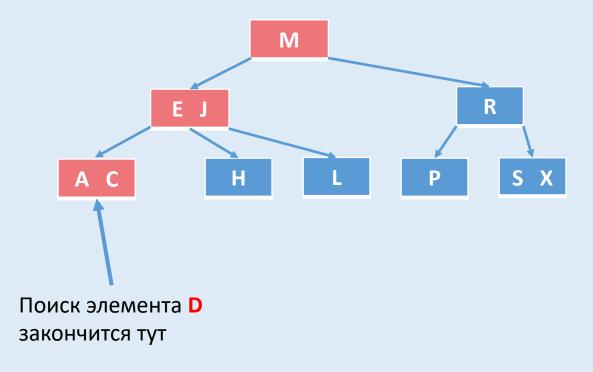
Вставка в узел с одним элементом:

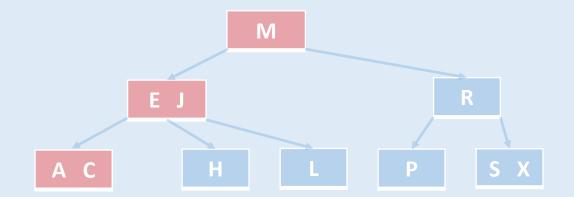


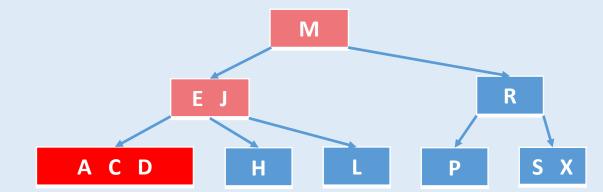
Вставка в узел с одним элементом:

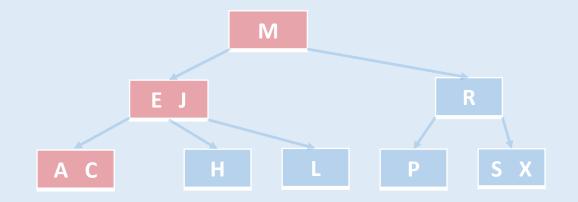


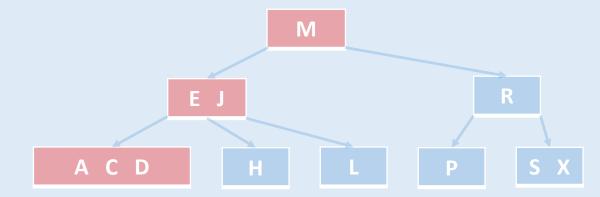


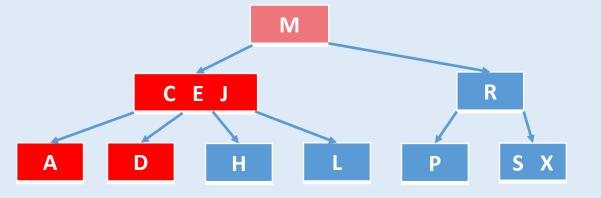


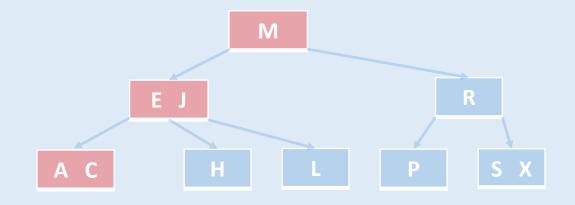


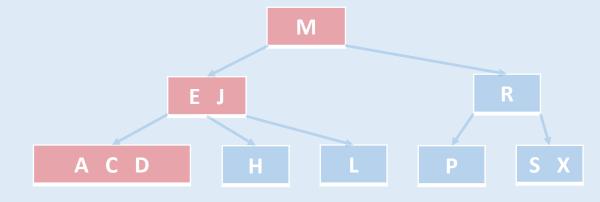


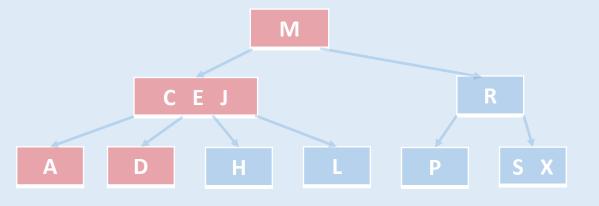


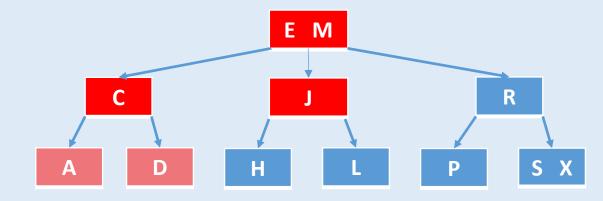




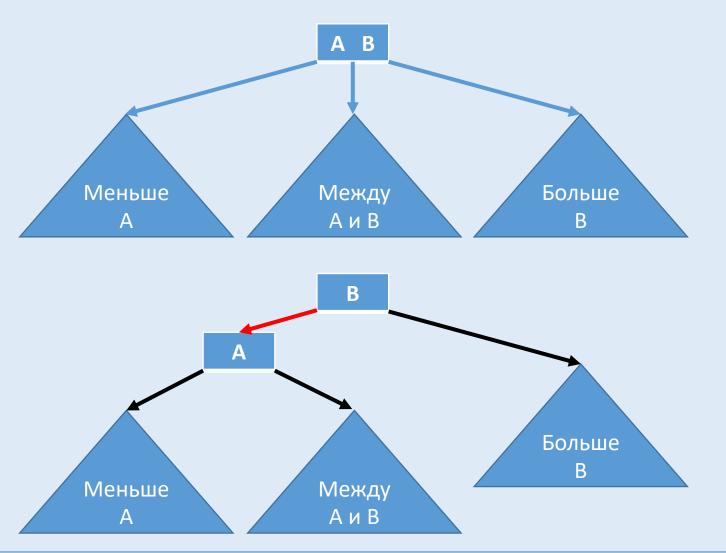








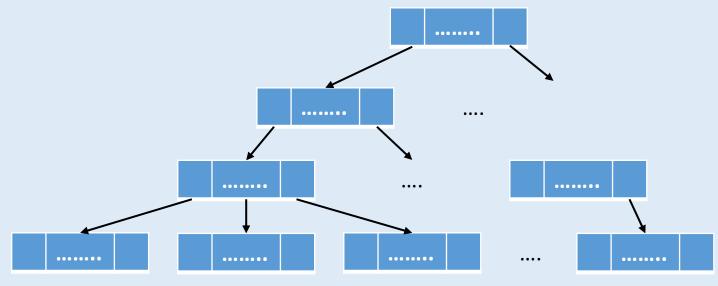
2-3-деревья взаимно-однозначно соответствуют красно-чёрным:



В деталях рассказано здесь:

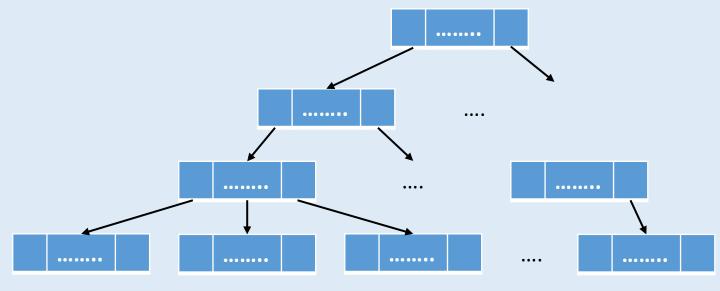
https://algs4.cs.princeton.edu/33balanced/

В-деревья



- В узлах хранятся массивы пар (k_i, p_i), упорядоченные по возрастанию ключей,
- Массивы имеют ограниченную длину: от L до 2L элементов,
- Указатели на страницы данных хранятся в листьях, во внутренних узлах – ссылки на страницы с узлами-потомками,
- Все листья расположены на одной глубине,
- Указатель p_i ссылается на поддерево с ключами в диапазоне $[k_i, k_{i+1})$ (внимание: $k_{m+1}!$),
- Если при вставке происходит переполнение узла, то он разделяется на два узла длины L, а средний элемент перемещается в родительский узел.

В-деревья

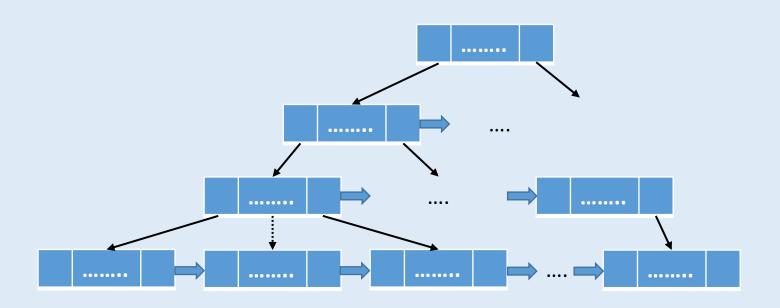


- В узлах хранятся массивы пар (k_i, p_i), упорядоченные по возрастанию ключей,
- Массивы имеют ограниченную длину: от L до 2L элементов,
- Указатели на страницы данных хранятся в листьях, во внутренних узлах ссылки на страницы с узлами-потомками,
- Все листья расположены на одной глубине,
- Указатель p_i ссылается на поддерево с ключами в диапазоне $[k_i, k_{i+1})$ (внимание: $k_{m+1}!$),
- Если при вставке происходит переполнение узла, то он разделяется на два узла длины L, а средний элемент перемещается в родительский узел.

Есть проблемы:

- Вставки и удаления создают случайное IO,
- Удаление зачастую реализуется нетривиально, или оставляет много мусора,
- В многопоточной среде надо брать блокировки сразу на весь путь до листа.

B^{link}-деревья (Lehman, Yao)*



При расщеплении узла не обязательно модифицировать родителя – хватит проставить ссылку на правого соседа, а родительский узел можно модифицировать потом.

В итоге, в каждый момент времени достаточно держать блокировку только на одном узле.

https://www.csd.uoc.gr/~hy460/pdf/p650-lehman.pdf

Acronis @ МФТИ

^{*} Используются, например, в PostgreSQL.

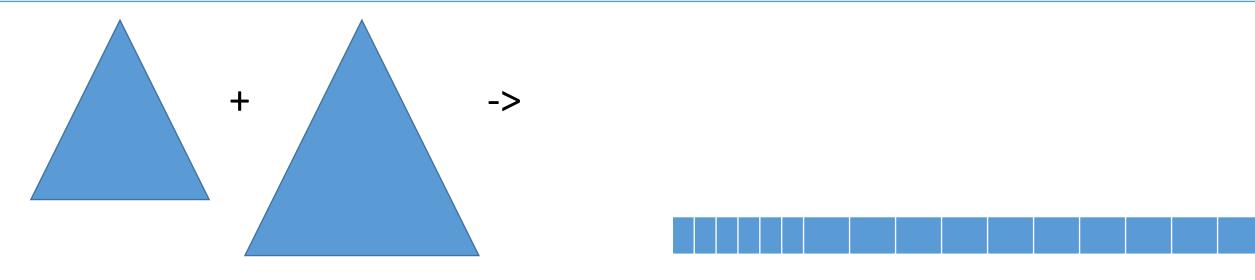
Слияние двух В-деревьев

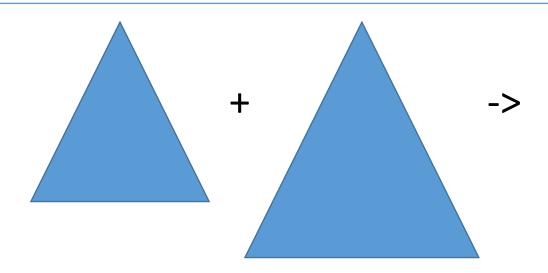
Заметим, что два множества, представленные В-деревьями, легко объединить за линейное время:

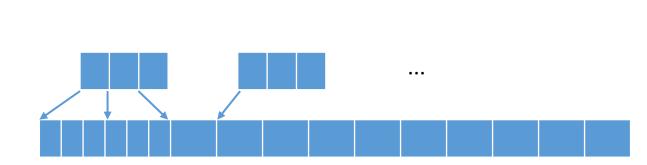
- 1. итерирование по листьям даёт элементы в порядке возрастания ключей; отсортированные списки ключей из двух деревьев можно объединить в один, как в сортировке слиянием,
- 2. отсортированный объединённый список выписываем в страницы, расположенные последовательно,
- 3. Для каждых 2L-1 подряд идущих страниц-узлов делаем директорную страницу; разные директорные страницы тоже выписываем последовательно,
- 4. Аналогично создаём директорные страницы более высокого уровня,
- 5. Повторяем до тех пор, пока не напишем одну директорную страницу, которую объявляем корнем объединённого дерева.

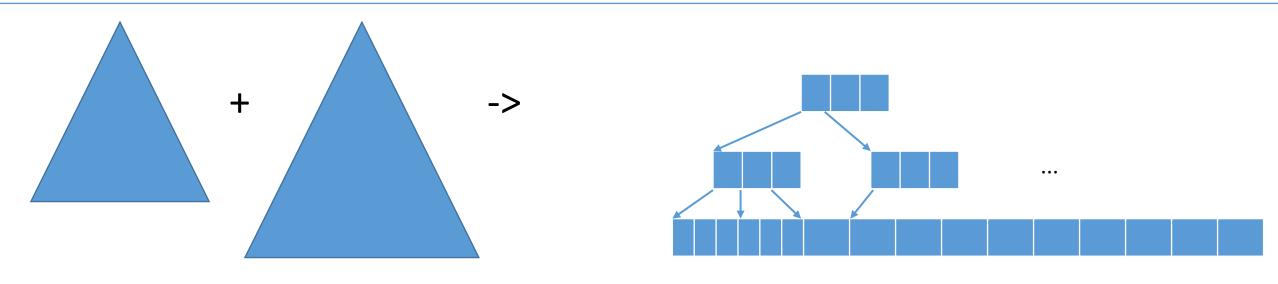
Важные свойства:

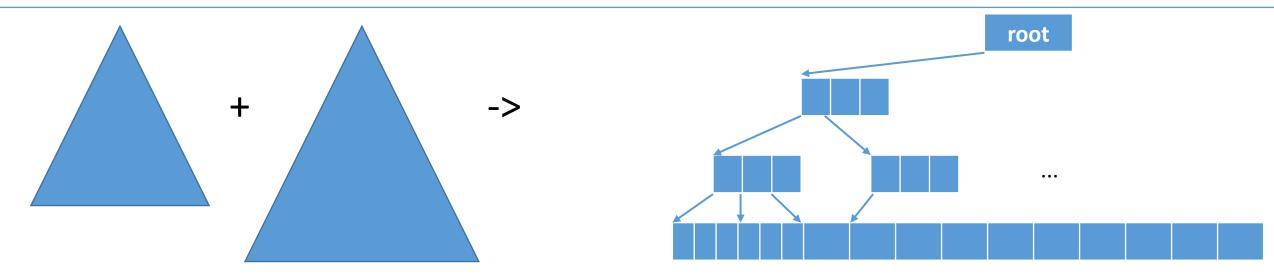
- Обход листьев объединяемых деревьев генерирует преимущественно линейное чтение,
- Страницы-листы объединённого дерева выписываются линейно.







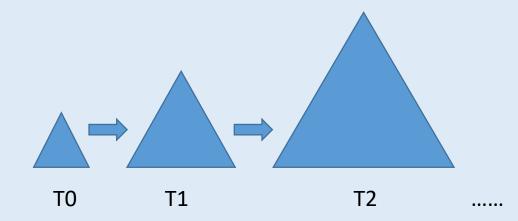




Log-Structured Merge Tree

LSM-дерево – это иерархия В-деревьев.

- Поиск элемента делается по очереди в деревьях Т₀, Т₁, ...,
- Вставки делаются только в дерево Т₀,
- Дерево T_0 (возможно, несколько первых) располагается в RAM, гарантируя быструю вставку,
- При переполнении дерева T_i оно сливается с деревом T_{i+1} ; полученное дерево объявляется новым T_{i+1} ,
- Удаление элемента реализуется как вставка элемента, помеченного флагом «удалённый»*. Фактическое удаление произойдёт при слиянии деревьев.



Факт: оптимальная производительность вставок в LSM-дерево (наименьшие накладные расходы на слияния) достигается, если число элементов в деревьях T_0 , T_1 , ... образует геометрическую прогрессию.

http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.44.2782&rep=rep1&type=pdf http://www.benstopford.com/2015/02/14/log-structured-merge-trees/

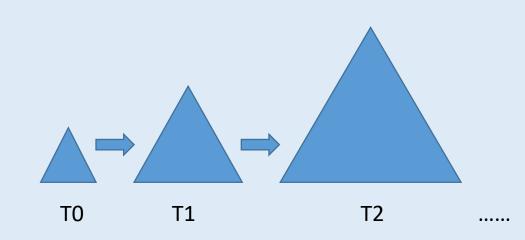
* Такой элемент называется "tombstone".

Acronis @ МФТИ

Log-Structured Merge Tree

При таком подходе вставки и удаления почти всегда получаются очень быстрыми, поскольку работают только с деревом в RAM.

Но теперь необходимо иногда выполнять слияние деревьев. Как мы обсудили, это можно сделать быстро и генерировать только эффективные последовательности чтений и записей.



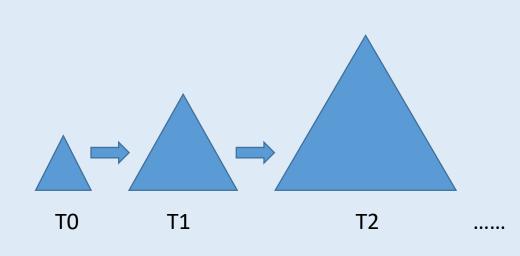
Log-Structured Merge Tree

При таком подходе вставки и удаления почти всегда получаются очень быстрыми, поскольку работают только с деревом в RAM.

Но теперь необходимо иногда выполнять слияние деревьев. Как мы обсудили, это можно сделать быстро и генерировать только эффективные последовательности чтений и записей.

Остаются две большие проблемы:

- 1. Поиск необходимо выполнять не в одном дереве, а во многих.
- 2. Write amplification и непредсказуемые задержки: у LSM-дерева мало амортизированное время вставки в дерево, но вставки, которые приводят к слиянию деревьев, будут исполняться на несколько порядков дольше, чем типичные вставки, и создадут много IO.



Bloom filters

Поиск в LSM-дереве приходится реализовывать как несколько поисков по его составляющим разных уровней.

Можно избежать поиска во многих деревьях T_i, если научиться быстро определять, что искомого ключа в T_i не содержится. Это делает фильтр Блума, вероятностная структура данных, которая по множеству и ключу может выдавать ответы

- элемента в множестве нет,
- элемент в множестве может присутствовать.

Bloom filters

Поиск в LSM-дереве приходится реализовывать как несколько поисков по его составляющим разных уровней.

Можно избежать поиска во многих деревьях T_i , если научиться быстро определять, что искомого ключа в T_i не содержится. Это делает фильтр Блума, вероятностная структура данных, которая по множеству и ключу может выдавать ответы

- элемента в множестве нет,
- элемент в множестве может присутствовать.

Конструкция фильтра Блума: пусть имеется битовый массив длиной \mathbf{m} и \mathbf{k} независимых хеш-функций \mathbf{f}_{i} , принимающих значения в диапазоне [0, m-1).

- При вставке элемента **x** установим в 1 биты, стоящие на местах $f_1(x)$, $f_2(x)$, ... $f_k(x)$,
- Для проверки отсутствия элемента \mathbf{y} проверим, установлены ли биты на позициях $f_1(y)$, $f_2(y)$, ..., $f_k(y)$.

Если элементы х берутся из множества мощностью **N** и вероятность неправильного ответа «может присутствовать» не должна превышать \mathbf{p} , то для построения фильтра надо взять

$$k \ge -\log_2(p)$$

хеш-функций и битовый массив длины

$$m >= k*N / ln(2)$$

Домашнее задание

- 1. Написать В-дерево, которое хранит пары из 64-битного ключа и 64-битного значения. Удаление сделать как вставку маркера удаления.
- 2. Написать функцию для слияния двух В-деревьев.
- 3. Померять скорость вставки элементов со случайными ключами.

